

УДК 535.36

© 1990

РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН
НА СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНЫХ ЧАСТИЦАХ
В ЕСТЕСТВЕННО-ГИРОТРОПНОЙ СРЕДЕ

Годлевская А. Н., Капшай В. Н.

Решены граничные задачи о рассеянии электромагнитных волн на сферически-симметричных частицах (на диэлектрическом гиротропном шаре, на двуслойной частице с металлической сердцевиной и гиротропной оболочкой), помещенных в изотропную непоглощающую гиротропную среду. Найдены сечения рассеяния, поглощения и ослабления и поведение рассеянного поля в дальней зоне.

Решения задач о рассеянии электромагнитных волн на объектах шаровой формы (теория Ми) известны уже давно [1, 2] и находят широкое применение в различных разделах оптики и электродинамики [3–9]. В [3–5] учитывалась оптическая активность рассеивателя, а внешняя среда считалась негиротропной.

Цель настоящей работы заключается в решении граничных задач о рассеянии электромагнитных волн на частицах, обладающих сферической симметрией (на диэлектрическом гиротропном шаре, на двуслойной частице с металлической сердцевиной и гиротропной оболочкой) и помещенных в изотропную естественно-гиротропную непоглощающую среду. При этом всегда будем считать, что центр рассеивающей частицы находится в начале координат, и ограничимся случаем монохроматических полей вида $E(r, t) = E(r) \exp(-i\omega t)$.

Электромагнитные свойства изотропной естественно-гиротропной среды описываются материальными уравнениями [10, 11]

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} + i\alpha \mathbf{H}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} - i\alpha \mathbf{E} \quad (1)$$

с вещественными ϵ , μ и α .

Интересующие нас решения вне частицы должны иметь вид суперпозиции падающей плоской волны и рассеянных сферических волн и удовлетворять граничным условиям на поверхностях раздела. Поле падающей плоской циркулярно поляризованной волны, распространяющейся в гиротропной среде вдоль оси z , представим в виде $E_{\nu}^{пл}(r) = E_0 \mathbf{u}_{\nu} \exp(ik_z z)$, где, как известно [10], $k_{\nu} = (\sqrt{\epsilon\mu} + \nu\alpha) \omega/c$; $\mathbf{u}_{\nu} = -\nu \mathbf{e}_y$ ($\nu = \pm 1$), а циклические орты определены следующим образом: $\mathbf{e}_{\pm} = (\mp \mathbf{e}_x - i \mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$, $\mathbf{e}_0 = \mathbf{e}_z$.

Сферические электромагнитные волны в среде с материальными уравнениями (1) наиболее просто записываются с помощью полной и ортонормированной системы шаровых векторов $\mathbf{Y}_{JM}^J(\mathbf{n}_r)$ [12, 13]. При этом, так же как и в случае плоских волн, для уравнений Максвелла имеются два типа решений ($\sigma = \pm 1$): правополяризованные ($\sigma = 1$) и левополяризованные ($\sigma = -1$) сферические волны [14–16], для которых напряженность электрического поля имеет вид ($\alpha_J = \sqrt{J(2J+1)}$, $\beta_J = \sqrt{1 - \alpha_J^2}$)

$$\mathbf{E}_{JM}^{(\sigma)}(\mathbf{r}) = E_0 \mathbf{F}_{JM}^{(\sigma)}(k | \mathbf{r}), \quad (2)$$

$$\mathbf{F}_{JM}^{(\sigma)}(k | \mathbf{r}) = z_J(kr) \mathbf{Y}_{JM}^J(\mathbf{n}_r) - i\sigma [\alpha_J z_{J+1}(kr) \mathbf{Y}_{JM}^{J+1}(\mathbf{n}_r) - \beta_J z_{J-1}(kr) \mathbf{Y}_{JM}^{J-1}(\mathbf{n}_r)]. \quad (3)$$

Верхний индекс z у векторов $\mathbf{F}_{\sigma M}^{(z)}$ отмечает тип используемых в (3) сферических функций $z_L(\rho)$, например, $j_L(\rho)$, $n_L(\rho)$, $h_L^1(\rho)$ — сферических функций Бесселя, Неймана и Ханкеля первого рода соответственно [17].

Плоская циркулярно поляризованная волна разлагается по сферическим волнам (3) следующим образом ($E_J = i^J \sqrt{(2J+1)} 2\pi E_0$):

$$\mathbf{E}_v^{\text{пл}}(\mathbf{r}) = -\nu \mathbf{e}_v E_0 \exp(i k_v z) = \sum_{J=1}^{\infty} E_J \mathbf{F}_{\sigma v}^{(J)}(k_v | \mathbf{r}). \quad (4)$$

Учитывая структуру выражения (4), рассеянное поле ищем в виде разложения, имеющего правильную асимптотику при $r \rightarrow \infty$,

$$\mathbf{E}_v^{\text{расc}}(\mathbf{r}) = - \sum_{J=1}^{\infty} E_J \sum_{\sigma=\pm 1} f_{\sigma v}^J \mathbf{F}_{\sigma v}^{(h^1)}(k_{\sigma} | \mathbf{r}), \quad (5)$$

в котором $f_{\sigma v}^J$ — подлежащие определению коэффициенты.

Используя уравнения Максвелла и свойства шаровых векторов, находим магнитные напряженности падающей и рассеянной волн

$$\mathbf{H}_v^{\text{пад}}(\mathbf{r}) = -i\nu \sqrt{\epsilon/\mu} \mathbf{E}_v^{\text{пад}}(\mathbf{r}), \quad (6)$$

$$\mathbf{H}_v^{\text{расc}}(\mathbf{r}) = i \sqrt{\epsilon/\mu} \sum_{J=1}^{\infty} E_J \sum_{\sigma=\pm 1} \sigma f_{\sigma v}^J \mathbf{F}_{\sigma v}^{(h^1)}(k_{\sigma} | \mathbf{r}). \quad (7)$$

Выражения для полей $\mathbf{E}_v^{\text{ви}}(\mathbf{r})$ и $\mathbf{H}_v^{\text{ви}}(\mathbf{r})$ внутри шаровой гиротропной частицы должны иметь ту же структуру, что и формулы (5), (7), но с заменой в них функций $h_L^1(kr)$ сферическими функциями Бесселя $j_L(k_{\sigma}^1 r)$, которые здесь удобно обозначить $z_L(k_{\sigma}^1 r) (= j_L(k_{\sigma}^1 r))$. При этом $k_{\sigma}^1 = (\sqrt{\epsilon_1 \mu_1} + \sigma \alpha_1) \omega/c$, где ϵ_1 , μ_1 , α_1 — параметры частицы. Итак,

$$\mathbf{E}_v^{\text{ви}}(\mathbf{r}) = \sum_{J=1}^{\infty} E_J \sum_{\sigma=\pm 1} z_{\sigma v}^J \mathbf{F}_{\sigma v}^{(z)}(k_{\sigma}^1 | \mathbf{r}), \quad (8)$$

$$\mathbf{H}_v^{\text{ви}}(\mathbf{r}) = -i \sqrt{\epsilon_1/\mu_1} \sum_{J=1}^{\infty} E_J \sum_{\sigma=\pm 1} \sigma z_{\sigma v}^J \mathbf{F}_{\sigma v}^{(z)}(k_{\sigma}^1 | \mathbf{r}), \quad (9)$$

где $z_{\sigma v}^J$ — также подлежащие определению коэффициенты.

Границные условия требуют непрерывности тангенциальных составляющих напряженностей электрического и магнитного полей на поверхности частицы (сфера радиуса R). Используя их и (4)–(9), получим следующую систему уравнений для $f_{\sigma v}^J$ и $z_{\sigma v}^J$:

$$\sum_{\sigma=\pm 1} \left\{ h_J^1(k_{\sigma} R) f_{\sigma v}^J + z_J(k_{\sigma}^1 R) z_{\sigma v}^J \right\} = j_J(k_v R), \quad (10)$$

$$\sum_{\sigma=\pm 1} \left\{ [\hat{h}_J^1(k_{\sigma} R)]' \frac{\sigma f_{\sigma v}^J}{k_{\sigma}} + [\hat{z}_J(k_{\sigma}^1 R)]' \frac{\sigma z_{\sigma v}^J}{k_{\sigma}^1} \right\} = \nu [\hat{j}_J(k_v R)]'/k_v, \quad (11)$$

$$\sum_{\sigma=\pm 1} \left\{ h_J^1(k_{\sigma} R) \sigma f_{\sigma v}^J + \delta z_J(k_{\sigma}^1 R) \sigma z_{\sigma v}^J \right\} = \nu j_J(k_v R), \quad (12)$$

$$\sum_{\sigma=\pm 1} \left\{ [\hat{h}_J^1(k_{\sigma} R)]' \frac{f_{\sigma v}^J}{k_{\sigma}} + \delta [\hat{z}_J(k_{\sigma}^1 R)]' \frac{z_{\sigma v}^J}{k_{\sigma}^1} \right\} = [\hat{j}_J(k_v R)]'/k_v. \quad (13)$$

В формулах (10)–(13) обозначено $\delta = \sqrt{\epsilon_1 \mu / \epsilon \mu_1}$; функции Риккати—Ханкеля и Риккати—Бесселя определяются следующим образом: $\hat{h}_J^1(\rho) = \rho h_J^1(\rho)$; $\hat{z}_J(\rho) \equiv \hat{j}_J(\rho) = \rho j_J(\rho)$, а штрих везде означает дифференцирование по соответствующему аргументу.

Система (10)–(13) может быть легко решена при каждом J . Для того чтобы ответ записать в кратком виде, обозначим

$$\begin{aligned} z_J(k_{\pm}^1 R) &= z_{\pm}, \quad h_J^1(k_{\pm} R) = h_{\pm}, \quad j_J(k_{\pm} R) = j_{\pm}, \\ z'_J(k_{\pm}^1 R) &= z'_{\pm}, \quad h'_J(k_{\pm} R) = h'_{\pm}, \quad j'_J(k_{\pm} R) = j'_{\pm}. \end{aligned} \quad (14)$$

Кроме того, будем использовать функции

$$W(y_1 y_2) = y_1 y'_2 - y'_1 y_2, \quad V(y_1 y_2) = y_1 y'_2 + y'_1 y_2. \quad (15)$$

Отметим, что при этом аргументы функций y_1 и y_2 , вообще говоря, различны; при совпадении их аргументов $W(y_1 y_2)$ есть вронскиан.

Интересующие нас коэффициенты $f_{\sigma\nu}^J$ и $x_{\sigma\nu}^J$ представим в виде

$$f_{\sigma\nu}^J = \frac{k_{\sigma}}{k_{\nu}} \frac{\Delta_{\sigma\nu}^f}{\Delta}, \quad x_{\sigma\nu}^J = \frac{k_{\sigma}^1}{k_{\nu}} \frac{\Delta_{\sigma\nu}^x}{\Delta}. \quad (16)$$

Здесь Δ — главный определитель системы (10)–(13), который можно упростить и записать в обозначениях (14), (15),

$$\Delta = \Omega(h_+ h_- z_+ z_-) = (1 + \delta)^2 W(h_+ z_+) W(h_- z_-) - (1 - \delta)^2 V(h_+ z_+) V(h_- z_-). \quad (17)$$

При этом формула (17) является одновременно определением функции Ω , зависящей от четырех аргументов.

Выражения для $\Delta_{\sigma\nu}^f$, $\Delta_{\sigma\nu}^x$ при $\sigma = \nu$ таковы

$$\Delta_{\sigma\nu}^f = \Omega(j_{\nu} h_{-\nu} z_{\nu} z_{-\nu}), \quad \Delta_{\sigma\nu}^x = 2(1 + \delta) W(h_{\nu} j_{\nu}) W(h_{-\nu} j_{-\nu}). \quad (18)$$

В случае различных индексов ($\sigma \neq \nu$) имеем

$$\Delta_{\sigma\nu}^f = (1 - \delta)^2 V(z_{\sigma} z_{\nu}) W(j_{\nu} h_{\nu}), \quad \Delta_{\sigma\nu}^x = 2(1 - \delta) V(h_{\sigma} z_{\nu}) W(h_{\nu} j_{\nu}). \quad (19)$$

Таким образом, формулы (5), (7)–(9), (16)–(19) решают задачу о нахождении внутреннего и рассеянного частицей электромагнитных полей в том общем случае, когда и внешняя среда и рассеивающая частица являются гиротропными. Из (16)–(19) легко также получить коэффициенты $f_{\sigma\nu}^J$ и $x_{\sigma\nu}^J$, а значит, и поля E и H в случае отсутствия гиротропии внешней среды (для этого везде нужно положить $k_+ = k_-$, при этом $h_+ = h_-$, $j_+ = j_-$), в случае отсутствия гиротропии рассеивателя (положить $k_+^1 = k_-^1$, при этом $z_+ = z_-$) или в случае негиротропных как внешней среды, так и рассеивателя (положить $k_+ = k_-$, $k_+^1 = k_-^1$).

Когда параметры рассеивающей частицы ϵ_1 , μ_1 , α_1 совпадают с параметрами внешней среды ϵ , μ , α , то оптическая неоднородность отсутствует. В этом случае $k_{\nu}^1 = k_{\nu}$, $\delta = 1$ и из (14) имеем $z_{\nu} = j_{\nu}$, а тогда на основе выведенных формул (16)–(19) находим следующие значения коэффициентов: $f_{\sigma\nu}^J = 0$, $x_{\sigma\nu}^J = \delta_{\sigma\nu}$, т. е. рассеянная волна отсутствует, а внутренняя совпадает с падающей, как и должно быть в отсутствие неоднородности.

Теперь рассмотрим рассеяние электромагнитных волн сферически-симметричной двуслойной частицей, сердцевина у которой — металлический идеально проводящий шар, а оболочка — шаровой слой гиротропного диэлектрика с параметрами ϵ_1 , μ_1 , α_1 . Падающая и рассеянная волны, как и ранее, определяются выражениями (4)–(7). Напряженность электрического поля внутри оболочки должна быть представлена в виде

$$E_{\nu}^{0603}(r) = \sum_{J=1}^{\infty} E_J \sum_{\sigma=\pm 1} \left\{ g_{\sigma\nu}^J F_{\sigma\nu}^{(z)}(k_{\sigma}^1 | r) + d_{\sigma\nu}^J F_{\sigma\nu}^{(n)}(k_{\sigma}^1 | r) \right\} \quad (20)$$

и аналогично для $H_{\nu}^{0603}(r)$. Для описания стоячих волн в шаровом слое наряду со сферическими функциями Бесселя $z_L(\rho) = j_L(\rho)$ мы используем также сферические функции Неймана $n_L(\rho)$, отсутствовавшие в формулах (8), (9) по той причине, что эти функции сингулярны в начале координат.

Для нахождения коэффициентов $f_{\sigma\nu}^J$, $g_{\sigma\nu}^J$, $d_{\sigma\nu}^J$ имеем систему 6 уравнений при каждом J . Действительно, из граничных условий на поверхности раздела внешней среды и оболочки (сфера радиуса R) следуют четыре уравнения, аналогичные (10)–(13), а из граничных условий на поверхности металлического шара радиуса r_0 вытекают еще два уравнения

$$\sum_{\sigma=\pm 1} \left\{ z_\sigma g_{\sigma\gamma}^J + \bar{n}_\sigma d_{\sigma\gamma}^J \right\} / k_\sigma^1 = 0, \quad \sum_{\sigma=\pm 1} \left\{ z'_\sigma g_{\sigma\gamma}^J + \bar{n}'_\sigma d_{\sigma\gamma}^J \right\} / k_\sigma^1 = 0. \quad (21)$$

Мы используем наряду с (14) обозначения $(\hat{n}_J(\rho) = \rho n_J(\rho))$

$$\begin{aligned} z_J(k_\perp^1 r_0) &= z_\pm, \quad \hat{n}_J(k_\perp^1 r_0) = \bar{n}_\pm, \quad \hat{n}_J(k_\perp^1 R) = n_\pm, \\ z'_J(k_\perp^1 r_0) &= z'_\pm, \quad \hat{n}'_J(k_\perp^1 r_0) = \bar{n}'_\pm, \quad \hat{n}'_J(k_\perp^1 R) = n'_\pm. \end{aligned} \quad (22)$$

Амплитудные коэффициенты рассеянного поля $f_{\sigma\gamma}^J$ и внутреннего поля оболочки $g_{\sigma\gamma}^J$, $d_{\sigma\gamma}^J$ найдем в виде

$$f_{\sigma\gamma}^J = \frac{k_\sigma}{k_\gamma} \frac{\Delta_{\sigma\gamma}^f}{\Delta}, \quad g_{\sigma\gamma}^J = \frac{k_\sigma^1}{k_\gamma} \frac{\Delta_{\sigma\gamma}^g}{\Delta}, \quad d_{\sigma\gamma}^J = \frac{k_\sigma^1}{k_\gamma} \frac{\Delta_{\sigma\gamma}^d}{\Delta}. \quad (23)$$

Для главного определителя Δ системы указанных 6 уравнений можно получить следующее выражение:

$$\begin{aligned} \Delta = \Delta \left\{ \begin{array}{|c c c c|} h_+ & z_+ & \bar{n}_+ & \bar{n}_- \\ h_- & z_+ & z_- & n_+ n_- \end{array} \right\} &= V(z_+ z_-) \Omega(h_+ h_- n_+ n_-) + V(z_+ \bar{n}_-) \Omega(h_+ h_- n_+ z_-) + \\ &+ V(\bar{n}_+ z_-) \Omega(h_+ h_- z_+ n_-) - V(\bar{n}_+ \bar{n}_-) \Omega(h_+ h_- z_+ z_-) - \\ &- W(z_+ \bar{n}_-) Q(h_+ h_- z_+ n_+) - W(z_+ \bar{n}_+) Q(h_+ h_- z_- n_-). \end{aligned} \quad (24)$$

В формуле (24) функции W и V определены согласно (15), функция Ω — согласно (17), а функция Q так

$$Q(a_1 a_2 b_1 b_2) = (1 - \delta^2) [W(a_1 b_1) V(a_2 b_2) - V(a_2 b_1) W(a_1 b_2)]. \quad (25)$$

Подчеркнем, что сама формула (24) служит определением функции Δ из 10 переменных $\Delta \{ \dots \}$. Величины Δ_{++}^f и Δ_{--}^f также можно выразить через эту функцию с заменой аргументов h_+ на j_+ и h_- на j_- соответственно, т. е. следующим образом:

$$\Delta_{++}^f = \Delta \left\{ \begin{array}{|c c c c|} j_+ & z_+ & \bar{n}_+ & \bar{n}_- \\ h_- & z_+ & z_- & n_+ n_- \end{array} \right\}, \quad \Delta_{--}^f = \Delta \left\{ \begin{array}{|c c c c|} h_+ & z_+ & \bar{n}_+ & \bar{n}_- \\ j_- & z_+ & z_- & n_+ n_- \end{array} \right\}. \quad (26)$$

Для определителей Δ_{+-}^f и Δ_{-+}^f , через которые выражаются коэффициенты рассеяния $f_{\sigma\gamma}^J$ с изменением поляризации, т. е. с $\sigma \neq \gamma$, получаем формулы

$$\begin{aligned} \Delta_{\sigma\gamma}^f = W(h_\sigma j_\gamma) &\{(1 - \delta^2) [V(z_+ z_-) V(n_+ n_-) + V(\bar{n}_+ \bar{n}_-) V(z_+ z_-) - V(z_+ \bar{n}_-) V(z_- n_+) - \\ &- V(z_- \bar{n}_+) V(z_+ n_-)] + (1 + \nu\delta)^2 W(z_+ \bar{n}_+) W(z_- n_-) + (1 - \nu\delta)^2 W(z_- \bar{n}_-) W(z_+ n_+)\}. \end{aligned} \quad (27)$$

Структура поля в оболочке характеризуется коэффициентами $g_{\sigma\gamma}^J$, $d_{\sigma\gamma}^J$. Для соответствующих определителей $\Delta_{\sigma\gamma}^g$, $\Delta_{\sigma\gamma}^d$ имеем: а) при совпадении поляризаций ($\sigma = \gamma$)

$$\begin{aligned} \Delta_{\sigma\gamma}^g = 2W(h_\sigma j_\gamma) &\{(\delta - 1) V(h_\gamma n_\gamma) W(z_{-\gamma} \bar{n}_{-\gamma}) + \\ &+ (1 + \delta) [W(h_{-\gamma} n_{-\gamma}) V(\bar{n}_\gamma z_{-\gamma}) - W(h_{-\gamma} z_{-\gamma}) V(\bar{n}_\gamma \bar{n}_{-\gamma})]\}, \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{\sigma\gamma}^d = 2W(h_\sigma j_\gamma) &\{(1 - \delta) V(h_{-\gamma} z_\gamma) W(z_{-\gamma} \bar{n}_{-\gamma}) + \\ &+ (1 + \delta) [W(h_{-\gamma} z_{-\gamma}) V(\bar{n}_{-\gamma} z_\gamma) - W(h_{-\gamma} n_{-\gamma}) V(z_\gamma \bar{n}_{-\gamma})]\}; \end{aligned} \quad (29)$$

б) при различных поляризациях ($\sigma \neq \gamma$)

$$\begin{aligned} \Delta_{\sigma\gamma}^g = 2W(h_{-\sigma} j_\gamma) &\{(1 + \delta) W(h_\sigma n_{-\gamma}) W(\bar{n}_{-\sigma} z_\gamma) + \\ &+ (1 - \delta) [V(h_\sigma n_\gamma) V(\bar{n}_\sigma z_\gamma) - V(h_\sigma z_\gamma) V(\bar{n}_\sigma \bar{n}_\gamma)]\}, \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{\sigma\gamma}^d = 2W(h_{-\sigma} j_\gamma) &\{(1 + \delta) W(h_\sigma z_{-\gamma}) W(\bar{n}_{-\sigma} z_\gamma) + \\ &+ \sigma(1 - \delta) [V(h_\sigma z_\gamma) V(\bar{n}_{-\sigma} z_{-\gamma}) - V(h_\sigma n_\gamma) V(z_\gamma \bar{n}_{-\gamma})]\}. \end{aligned} \quad (31)$$

Формулы (23)–(31) решают задачу определения поля, рассеянного частицей, и поля внутри оболочки в том общем случае, когда и внешняя среда и оболочка являются гиротропными. Из них нетрудно также получить соответствующие формулы для случаев, когда гиротропия у оболочки или у внешней среды отсутствует.

Обратимся теперь к расчету сечений рассеяния, поглощения и экстинкции (ослабления). Вектор Пойнтинга в естественно-гиротропной среде имеет вид $\mathbf{S} = \operatorname{Re}[\mathbf{E}, \dot{\mathbf{H}}]$ ^[18], так что вне рассеивающей частицы $\mathbf{S} = \mathbf{S}^{\text{пад}} + \mathbf{S}^{\text{расс}} + \mathbf{S}^{\text{экст}}$, где

$$\begin{aligned}\mathbf{S}^{\text{экст}} &= \operatorname{Re} \{ [\mathbf{E}^{\text{пад}}, \dot{\mathbf{H}}^{\text{расс}}] + [\mathbf{E}^{\text{расс}}, \dot{\mathbf{H}}^{\text{пад}}] \}, \\ \mathbf{S}^{\text{расс}} &= \operatorname{Re} \{ \mathbf{E}^{\text{расс}}, \dot{\mathbf{H}}^{\text{расс}} \}, \quad \mathbf{S}^{\text{пад}} = \operatorname{Re} \{ \mathbf{E}^{\text{пад}}, \dot{\mathbf{H}}^{\text{пад}} \}.\end{aligned}$$

Поэтому поток энергии внутрь сферы радиуса $r (r > R)$ $\Phi^{\text{пот}} = - \int S d\sigma$ может быть записан в виде суммы трех слагаемых: $\Phi^{\text{пот}} = \Phi^{\text{пад}} - \Phi^{\text{расс}} + \Phi^{\text{экст}}$, где

$$\Phi^{\text{расс}} = \int S^{\text{расс}} d\sigma; \quad \Phi^{\text{экст}} = - \int S^{\text{экст}} d\sigma; \quad \Phi^{\text{пад}} = - \int S^{\text{пад}} d\sigma. \quad (32)$$

Для непоглощающей среды $\Phi^{\text{пад}} = 0$. Следовательно, $\Phi^{\text{экст}} = \Phi^{\text{пад}} + \Phi^{\text{расс}}$, т. е. ослабление электромагнитной волны складывается из поглощения и рассеяния.

Вычисляя с использованием формул (4)–(7) и свойства ортонормированности шаровых векторов потоки (32) и деля их на интенсивность падающей волны $I^{\text{пад}} = |\mathbf{S}^{\text{пад}}|$, получаем сечения рассеяния и экстинкции для падающей волны с поляризацией ν

$$\begin{aligned}\sigma_{\nu}^{\text{расс}} &= \Phi_{\nu}^{\text{расс}} / I_{\nu}^{\text{пад}} = 4\pi \sum_{J=1}^{\infty} (2J+1) \sum_{\sigma=\pm 1} |f_{\sigma\nu}^J|^2 / k_{\sigma}^2, \\ \sigma_{\nu}^{\text{экст}} &= \Phi_{\nu}^{\text{экст}} / I_{\nu}^{\text{пад}} = 2\pi \sum_{J=1}^{\infty} (2J+1) \sum_{\sigma=\pm 1} \operatorname{Re} \{ (1 + \sigma\nu) f_{\sigma\nu}^J / (k_{\sigma} k_{\nu}) \}.\end{aligned}$$

При этом сечение поглощения $\sigma^{\text{пот}} = \sigma^{\text{экст}} - \sigma^{\text{расс}}$. Отметим, что при вычислении интегралов (32) по сфере конечного радиуса r существенно использование биронскианов типа $\hat{f}_J \hat{h}_J' - \hat{f}_J' \hat{h}_J = i$.

Рассмотрим теперь поведение рассеянного поля в дальней (волновой) зоне, т. е. при $k_{\sigma} r \gg 1$. С использованием асимптотических выражений для функций Ханкеля [17] имеем

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_{\nu}^{\text{расс}}(\mathbf{r}) &= E_0 \sum_{J=1}^{\infty} \sqrt{(2J+1) 2\pi} i^J \sum_{\sigma=\pm 1} f_{\sigma\nu}^J \{ \mathbf{Y}_{J\nu}^J(\mathbf{n}_r) - \\ &- \sigma [\alpha_J \mathbf{Y}_{J\nu}^{J+1}(\mathbf{n}_r) + \beta_J \mathbf{Y}_{J\nu}^{J-1}(\mathbf{n}_r)] \} \exp(i k_{\sigma} r) / k_{\sigma} r. \quad (33)\end{aligned}$$

Более наглядно представление рассеянного поля в волновой зоне через спиральные орты $\mathbf{e}'_{\pm}(\theta, \varphi) = (\mp \mathbf{e}_{\theta} - i \mathbf{e}_{\varphi}) / \sqrt{2}$. Оно таково

$$\mathbf{E}_{\nu}^{\text{расс}}(\mathbf{r}) = \sum_{\sigma=\pm 1} A_{\sigma\nu}(\theta, \varphi) \mathbf{e}'_{\sigma}(\theta, \varphi) \exp(i k_{\sigma} r) / k_{\sigma} r.$$

Коэффициенты, характеризующие поляризацию рассеянной волны на больших расстояниях от рассеивающего центра, имеют вид

$$A_{\sigma\nu}(\theta, \varphi) = E_0 \sum_{J=1}^{\infty} (2J+1) (-i\sigma) f_{\sigma\nu}^J D_{-\sigma, -\nu}^J(0, \theta, \varphi),$$

где $D_{\sigma\nu}^J$ — известные функции Вигнера [12], являющиеся матричными элементами операторов трехмерных вращений. При σ и ν , пробегающих только значения $+1$ и -1 , в частности, выражения для них, приведенные в [12], можно упростить и представить в виде

$$D_{-\sigma, -\nu}^J(0, \theta, \varphi) = e^{i\varphi\nu} \{ \sigma\nu P_J(\cos \theta) - [1 - \sigma\nu \cos \theta] P_J'(\cos \theta) / [J(J+1)] \}.$$

Используя (33), нетрудно определить вид поля $\mathbf{H}_{\nu}^{\text{расс}}(\mathbf{r})$ при $r \rightarrow \infty$.

Таким образом, в настоящей работе получены точные решения задач о рассеянии электромагнитных волн в естественно-гиротропной изотропной среде при наличии в ней одиночного рассеивающего центра, обладающего сферической

симметрией, а также рассмотрено асимптотическое поведение полученных решений. Рассчитаны сечения рассеяния и экстинкции. Результаты, полученные в работе, позволяют построить индикатрисы рассеяния для каждого из рассмотренных центров и могут быть использованы при расчете поля, рассеянного ансамблем частиц, помещенных в гиротропную среду, и в других задачах.

В заключение авторы благодарят А. Н. Сердюкова за полезные обсуждения.

Список литературы

- [1] Страттон Дж. Теория электромагнетизма. М., 1947. 539 с.
- [2] Ван де Хюлст Г. Рассеяние света малыми частицами. М., 1961. 536 с.
- [3] Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М., 1986. 664 с.
- [4] Вонгеп С. Ф. // Chem. Phys. Lett. 1974. V. 29. P. 458—462.
- [5] Вонгеп С. Ф. // J. Chem. Phys. 1975. V. 62. N 4. 1566—1571.
- [6] Руррин Р. // JOSA. 1981. V. 71. P. 755—759.
- [7] Кузьмин В. Н., Бабенко В. А. // Опт. и спектр. 1981. Т. 50. В. 3. С. 498—505.
- [8] Ньютон Р. Теория рассеяния волн и частиц. М., 1969. 607 с.
- [9] Хижняк Н. А. Интегральные уравнения макроскопической электродинамики. Киев, 1986. 280 с.
- [10] Бокут Б. В., Сердюков А. Н., Шепелевич В. В. // Опт. и спектр. 1974. Т. 37. В. 1. С. 120—124.
- [11] Федоров Ф. И. Теория гиротропии. Минск, 1976. 456 с.
- [12] Варшавович А. В., Москалев А. Н., Херсонский В. Г. Квантовая теория углового момента. М., 1975. 440 с.
- [13] Ахизер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика. М., 1969. 624 с.
- [14] Годлевская А. Н., Карпенко В. А., Сердюков А. Н. // Опт. и спектр. 1985. Т. 59. В. 6. С. 1262—1265.
- [15] Афонин А. А., Годлевская А. Н., Капшай В. Н., Сердюков А. Н. // ЖПС. 1986. Т. 45. № 2. С. 307—312.
- [16] Годлевская А. Н., Капшай В. Н. // Опт. и спектр. 1989. Т. 66. В. 4. С. 330—334.
- [17] Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. М., 1974. Т. 2. 295 с.
- [18] Сердюков А. Н. // ДАН БССР. 1970. Т. 14. № 5. С. 404—406.

Поступило в Редакцию 26 ноября 1988 г.
В окончательной редакции 2 января 1989 г.