№8

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОПТИКА АНИЗОТРОПНЫХ СРЕД

МЕЖДУВЕДОМСТВЕННЫЙ СБОРНИК

МОСКВА · 1988

УДК 538.36 + 538.61 + 535.56

А.Н.Годлевская, В.Н.Капшай

КВАЗИСФЕРИЧЕСКИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В СРЕДЕ С АНИЗОТРОПИЕЙ, ИНДУЦИРОВАННОЙ ВНЕШНИМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

(Гомельский государственный университет)

Теоретическое исследование магнитооптических эффектов, как правило, проводится с использованием плоских волн [1 - 3]. Вместе с тем имеется круг задач (например, задача о мультипольном излучении примесного атома в магнитоактивной среде), требующих привлечения сферических электромагнитных волн. При этом, поскольку среда, помещенная в магнитное поле, является анизотропной, получить в этом случае сферические волны, аналогичные известным в электродинамике вакуума [4, 5], нельзя. Однако, учитывая малость анизотропии, можно найти "почти" сферические, или квазисферические волны, что и является целью настоящего сообщения.

Магнитоактивная непоглощающая среда, изотропная в отсутствие внешнего магнитного поля, характеризуется при его наличии материальными уравнениями [1, 2]

$$\underline{D} = (\varepsilon - i\underline{g}^{\times})\underline{E}\,; \quad \underline{B} = \underline{H}\,. \qquad (1)$$

Здесь $\underline{g}^{\times}$ - антисимметричный вещественный тензор, дуальный вектору гирации $\underline{g}$, который пропорционален внешнему магнитному полю. Используя (1), из уравнений Максвелла для монохроматических волн

$$\mathrm{rot}\,\underline{E} = \frac{i\omega}{c}\underline{B}\,; \quad \mathrm{rot}\,\underline{H} = -\frac{i\omega}{c}\underline{D} \qquad (2)$$

можно получить уравнение для вектора магнитной индукции

$$\left\{ \underline{\nabla}^2 + \frac{\varepsilon\omega^2}{c^2} + \frac{i}{\varepsilon}(\underline{g}\,\underline{\nabla})\underline{\nabla}^{\times} \right\} \underline{B}(\underline{r}) = 0 \qquad (3)$$

и такое же для электрической индукции $\underline{D}(\underline{r})$.

Для решения уравнения (3) представим $\underline{B}(\underline{r})$ в следующем виде:

$$\underline{B}(\underline{r}) = \int \exp\left\{ i(\underline{k} - \rho\underline{g})\underline{r} \right\} \underline{B}(\underline{k})\, d\underline{k}, \qquad (4)$$

где ρ - некоторый параметр, который в принципе может зависеть от k.

Из (3), (4) вытекает уравнение для $\underline{B}(\underline{k})$

$$\left[-\underline{k}^2 + 2\rho(\underline{g}\underline{k}) + \frac{\varepsilon\omega^2}{c^2} - \frac{1}{\varepsilon}(\underline{g}\underline{k})\, i\underline{k}^{\times}\right]\underline{B}(\underline{k}) = 0, \qquad (5)$$

в котором мы пренебрегли, как это обычно делается, слагаемыми порядка малости g^2 и выше.

Представим вектор $\underline{B}(\underline{k})$ в виде $\underline{B}(\underline{k}) = b(k)\,\underline{f}(\underline{n}_k)$, где $k = |\underline{k}|$, $\underline{n}_k = \underline{k}/k$, и будем искать решения уравнения (5), которые удовлетворяют также условиям

$$i\underline{n}_k^{\times}\underline{f}^{\pm}(\underline{n}_k) = \underline{f}^{\pm}(\underline{n}_k). \qquad (6)$$

Тогда уравнения для соответствующих $b^{\pm}(k)$ принимают форму

$$\left[-k^2 + 2\rho(\underline{g}\underline{k}) + \frac{\varepsilon\omega^2}{c^2} \mp \frac{1}{\varepsilon}(\underline{g}\underline{k})k\right] b^{\pm}(k) = 0. \qquad (7)$$

Выбирая теперь параметр $\rho = \rho_{\pm} = \pm k/(2\varepsilon)$, упростим выражение (7) и получим

$$b^{\pm}(k) = b^{\pm}\delta\left(k - \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon}\right), \qquad (8)$$

где $b^{\pm}$ - постоянные амплитудные множители.

Угловые зависимости сферических решений уравнений (6) можно найти с помощью шаровых векторов [4, 6]

$$\underline{Y}^{(1)}_{JM}(\underline{n}) = \frac{\nabla_n}{\sqrt{J(J+1)}}Y_{JM}(\underline{n});\quad \underline{Y}^{(0)}_{JM}(\underline{n}) = \frac{\hat{\underline{L}}}{\sqrt{J(J+1)}}Y_{JM}(\underline{n}), \qquad (9)$$

где $\hat{\underline{L}}$ - оператор орбитального момента, а $Y_{JM}(\underline{n})$ - сферические функции, причем $J = 1, 2, \ldots;$ $M = -J, -J+1, \ldots, J$. Нетрудно убедиться, что решениями (6) являются следующие комбинации:

$$\underline{f}^{\pm}_{JM}(\underline{n}_k) = \frac{1}{2}\left[\underline{Y}^{(1)}_{JM}(\underline{n}_k) \mp \underline{Y}^{(0)}_{JM}(\underline{n}_k)\right]. \qquad (10)$$

Из (4), (8), (10) получаем решения уравнения (3) в виде

$$\underline{B}^{\pm}_{JM}(\underline{r}) = \frac{1}{2} b^{\pm}_{JM} \exp\left\{\mp i \frac{\omega}{c\sqrt{\varepsilon}}\, \underline{g}\,\underline{r}\right\} \int \exp\{i\underline{k}\,\underline{r}\} \times$$

$$\times\, \delta\left(k - \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon}\right) \left[\underline{Y}^{(1)}_{JM}(\underline{n}_k) \mp \underline{Y}^{(0)}_{JM}(\underline{n}_k)\right] d\underline{k}. \qquad (11)$$

Вычисление интеграла в (I1) с использованием известных свойств шаровых векторов [4, 6] дает окончательное выражение для квазисферических волн в магнитоактивной среде:

$$\underline{B}^{\pm}_{JM}(\underline{r}) = 2\pi i^{J+1} \frac{\omega^2}{c^2}\, \varepsilon\, b^{\pm}_{JM} \exp\left(\mp i \frac{\omega}{c\sqrt{\varepsilon}}\, \underline{g}\,\underline{r}\right) \times$$

$$\times \left\{ \sqrt{\frac{J}{2J+1}}\, z_{J+1}\left(\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon}\, r\right) \underline{Y}^{J+1}_{JM}(\underline{n}_r) - \right.$$

$$\left. - \sqrt{\frac{J+1}{2J+1}}\, z_{J-1}\left(\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon}\, r\right) \underline{Y}^{J-1}_{JM}(\underline{n}_r) \mp i\, z_J\left(\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon}\, r\right) \underline{Y}^{J}_{JM}(\underline{n}_r) \right\}. \qquad (12)$$

Здесь $r = |\underline{r}|$, $\underline{n}_r = \underline{r}/r$, $z_L\left(\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon}\, r\right)$ - сферические функции Бесселя, $\underline{Y}^{L}_{JM}(\underline{n}_r)$ - шаровые векторы с определенным значением орбитального момента L.

Список литературы

I. Федоров Ф.И. Теория гиротропии. Минск: Наука и техника, 1976. 456 с.

2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 624 с.

3. Хило Н.А., Сердюков А.Н. Прохождение электромагнитной волны через оптически активный слой в магнитном поле.// Журн. прикл. спектр. 1976. Т. 25. № I. С. 169 - 171.

4. Ахиезер А.И. и Берестецкий В.Б. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1969. 623 с.

5. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980.

6. Варшалович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К. Квантовая теория углового момента. Л.: Наука, 1975. 439 с.

Поступила в редколлегию 17.12.87

ОПТИКА АНИЗОТРОПНЫХ СРЕД

редактор И.А.Волкова

Св. тем. план 1988 № 1671

Подписано в печать 17.11.88. Л - 46540. Формат 60х90 1/16.
Бумага писчая № 1. Печать офсетная. Усл. печ. л. 10,7.
Уч.- изд. л. 10. Тираж 300 экз. Заказ № 1/525 Цена 50 к.

Редакционно-издательский отдел
Московского ордена Трудового Красного Знамени
физико-технического института
Ротапринт МФТИ
141700, Моск.обл., г.Долгопрудный, Институтский пер., 9