Доклады Академии наук БССР

1987 Том XXXI № 7

УДК 535.56

А. Н. ГОДЛЕВСКАЯ

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СФЕРИЧЕСКИХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ЕСТЕСТВЕННО ГИРОТРОПНЫХ СРЕДАХ

(Представлено академиком АН БССР Б. В. Бокутем)

Истолкование естественной гиротропии как эффекта пространственной дисперсии, т. е. зависимости несимметричного тензора диэлектрической проницаемости от волнового вектора плоской волны [1], приводит к трудностям в теории сферических волн, описание распространения которых не связано с введением волнового вектора.

Проведенное в ряде работ (см., например, [2—4]) обобщение теории рассеяния Ми на металлической сфере, учитывающее взаимодействие электромагнитных волн с плазмонами, имеющими ненулевую групповую скорость, потребовало учета пространственной дисперсии материала рассеивающей среды. Однако рассмотрение пространственной дисперсии в этих работах основано на использовании скалярной диэлектрической проницаемости, зависящей не от самого волнового вектора, а только от его модуля. Естественно, что гиротропные свойства рассеивающей среды в теории, развиваемой в [2—4], оказались неучтенными. Обобщение теории сферических электромагнитных волн в негиротропных средах на случай естественно гиротропных сред проведено в [5]. Полученные здесь решения в отличие от известных решений Ми для сферических волн электрического или магнитного типа в негиротропной среде (см., например, [6, 7]) являются гибридными и содержат ненулевую радиальную составляющую.

Настоящее сообщение посвящено отысканию решений для сферических электромагнитных волн в естественно гиротропной среде при учете пространственной дисперсии второго порядка и определению условий существования сферических квазипоперечных и квазиплазменных волн.

Электромагнитные свойства нецентросимметричной изотропной среды с пространственной дисперсией будем описывать материальными уравнениями [1, 8, 9]

$$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E} + i\alpha\mathbf{H} + a\nabla^2\mathbf{E} + b\,\mathrm{grad}\,\mathrm{div}\,\mathbf{E};\qquad \mathbf{B} = \mu\mathbf{H} - i\alpha\mathbf{E}. \tag{1}$$

Вытекающее из уравнений Максвелла и соотношений (1) уравнение для электрической напряженности монохроматического поля можно записать в виде

$$\left[\nabla^2 + \left(\frac{k_+k_-}{k_0^2} - 1\right)\mathrm{grad}\,\mathrm{div} + (k_+ - k_-)\,\mathrm{rot} + k_+k_-\right]\mathbf{E} = 0, \tag{2}$$

где коэффициенты

$$k_\pm = \frac{\omega/c}{a\mu\omega^2/c^2 + 1}\left(\sqrt{\mu\left[\varepsilon + a(\varepsilon\mu - \alpha^2)\,\omega^2/c^2\right]} \pm \alpha\right) \tag{3}$$

совпадают с волновыми числами плоских право- и левоциркулярно поляризованных электромагнитных волн, а

$$k_0 = \sqrt{(\varepsilon\mu - \alpha^2)/\mu(a+b)} \quad (4)$$

— с волновым числом продольной (плазменной) плоской волны [8]. Решения уравнения (2) могут быть представлены в виде разложения по квазипоперечным

$$E'^{\pm}_{lm,r} = k^2_{\pm} \frac{l(l+1)}{(k_{\pm}r)^{3/2}} Z_{l+\frac{1}{2}}(k_{\pm}r) P^m_l(\cos\theta)\, e^{i(m\varphi-\omega t)};$$

$$E'^{\pm}_{lm,\theta} = \left\{ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} [\sqrt{k_{\pm}r}\, Z_{l+\frac{1}{2}}(k_{\pm}r)] \frac{dP^m_l(\cos\theta)}{d\theta} \pm \right.$$

$$\left. \pm \frac{imk^2_{\pm}}{\sqrt{k_{\pm}r}\sin\theta} Z_{l+\frac{1}{2}}(k_{\pm}r) P^m_l(\cos\theta) \right\} e^{i(m\varphi-\omega t)}; \quad (5)$$

$$E'^{\pm}_{lm,\varphi} = \left\{ \frac{im}{r\sin\theta} \frac{d}{dr} [\sqrt{k_{\pm}r}\, Z_{l+\frac{1}{2}}(k_{\pm}r)]\, P^m_l(\cos\theta) \mp \right.$$

$$\left. \mp \frac{k^2_{\pm}}{\sqrt{k_{\pm}r}} Z_{l+\frac{1}{2}}(k_{\pm}r) \frac{dP^m_l(\cos\theta)}{d\theta} \right\} e^{i(m\varphi-\omega t)}$$

и квазипродольным

$$E^0_{lm,r} = \left[\frac{k_0}{2(k_0r)^{3/2}} Z_{l+\frac{1}{2}}(k_0r) - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{\sqrt{k_0r}} \frac{dZ_{l+\frac{1}{2}}(k_0r)}{dr} \right] P^m_l(\cos\theta)\, e^{i(m\varphi-\omega t)};$$

$$E^0_{lm,\theta} = -\frac{1}{r\sqrt{k_0r}} Z_{l+\frac{1}{2}}(k_0r) \frac{dP^m_l(\cos\theta)}{d\theta} e^{i(m\varphi-\omega t)}; \quad (6)$$

$$E^0_{lm,\varphi} = -\frac{im}{r\sqrt{k_0r}\sin\theta} Z_{l+\frac{1}{2}}(k_0r) P^m_l(\cos\theta)\, e^{i(m\varphi-\omega t)}$$

сферическим гармоникам. Выражения (5) по форме совпадают с решениями, полученными в [5]. Однако в (5) в отличие от [5] выражения (3) для $k_{\pm}$ учитывают пространственную дисперсию второго порядка.

С учетом асимптотических свойств функций Ганкеля при $k_{\pm}r \gg 1$ из (5), (6) можно получить приближенные выражения

$$E'^{\pm}_{lm,r} = E^0_{lm,\theta} = E^0_{lm,\varphi} = 0;\ E'^{\pm}_{lm,\theta} = \mp E'^{\pm}_{lm,\varphi} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{(-i)^l k_{\pm}}{r} \times$$

$$\times \left[\frac{dP^m_l(\cos\theta)}{d\theta} \pm \frac{m}{\sin\theta} P^m_l(\cos\theta) \right] e^{i(k_{\pm}r+m\varphi-\omega t)}; \quad (7)$$

$$E^0_{lm,r} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{(-i)^{l+2}}{r} P^m_l(\cos\theta)\, e^{i(k_0r+m\varphi-\omega t)}.$$

Таким образом, в дальней зоне электрическое поле $E'^{\pm}_{lm}$ поперечно, циркулярно поляризовано и убывает с расстоянием по закону $1/r$. Фазовые скорости $v_{\pm} = \omega/k_{\pm}$ расходящихся сферических волн совпадают с фазовыми скоростями плоских циркулярно поляризованных волн в естественно гиротропной среде [10]. Решению (6) при больших r соответствует локально продольная сферическая волна с амплитудой, пропорциональной r^{-1}.

Рассмотрим теперь частные случаи для (3), (4).

При выполнении условия $\varepsilon + a(\varepsilon\mu - \alpha^2)\omega^2/c^2 = 0$ из (3) и (4) следует $k_+ = -k_- = k = \alpha\omega/a\mu c(\omega/c)^2 + 1$ и соотношения (7) принимают вид

$$E'^{\pm}_{lm,r} = 0;\; E'^{\pm}_{lm,\theta} = \mp iE'^{\pm}_{lm,\varphi} = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\frac{(-i)^l k}{r}\times$$

$$\times\left[\frac{m}{\sin\theta}P_l^m(\cos\theta) \pm \frac{dP_l^m(\cos\theta)}{d\theta}\right]e^{i(m\varphi \pm kr - \omega t)}. \quad (8)$$

Как видно из (8), $E'^{+}_{lm,\theta}$ и $E'^{+}_{lm,\varphi}$ соответствуют расходящимся, а $E'^{-}_{lm,\theta}$ и $E'^{-}_{lm,\varphi}$ — сходящимся волнам одинаковой циркулярной поляризации, правой или левой в зависимости от знака параметра гиротропии α.

Необходимым условием существования квазипродольной волны является обращение в нуль диэлектрической проницаемости [1]: $\varepsilon(\omega, \mathbf{k}) = 0$. Обсуждаемому случаю соответствуют

$$k_\pm = \frac{\alpha\omega/c}{a\mu\omega^2/c^2 + 1}\left(\frac{i\omega}{c}\sqrt{a\mu} \pm 1\right);\; k_0 = i\alpha[\mu(a+b)]^{-1/2},$$

отвечающие физическим решениям при $a<0$ и $a+b<0$. При этом в волновой зоне фазовые скорости соответствующих волн равны:

$$v_\pm = \frac{c}{\alpha}\,\frac{a\mu\omega^2/c^2 + 1}{(i\omega/c)\sqrt{a\mu} \pm 1};\; v_0 = \frac{i\omega}{\alpha}\sqrt{\mu(a+b)}.$$

В нецентросимметричных средах с $\varepsilon \neq 0$ показатель преломления квазипоперечных волн может быть равным нулю для волн частоты $\omega = ic\sqrt{1/a\mu}$, а также при $\varepsilon \to \infty$ $(\varepsilon^{-1} \to 0)$. В последнем случае решения (5) соответствуют так называемым «волнам поляризации» в естественно гиротропной среде, удовлетворяющим полной системе однородных уравнений поля лишь в пределе $k \to \infty$ [1].

В заключение автор выражает благодарность Б. В. Бокутю и А. Н. Сердюкову за полезные обсуждения результатов работы.

Summary

Some solutions are found for spherical electromagnetic waves in the naturally gyrotropic medium with reference to space dispersion of the second order. The conditions of existence of spherical quasitransverse and quasiplasmic waves are also determined.

Литература

1. Агранович В. М., Гинзбург В. Л. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов. М., 1979. 432 с. 2. Maksimenko V. V., Simonov A. J., Lushnikov A. A. // Phys. status solidi. 1977. Vol. B82, N 2. P. 685—693. 3. Maksimenko V. V., Simonov A. J., Lushnikov A. A. // Phys. status solidi. 1977. Vol. B83, N 2. P. 377—382. 4. Dasgupta B. B., Fuchs R. // Phys. Rev. B: Condens. Matter. 1981. Vol. 24, N 2. P. 554—561. 5. Годлевская А. Н., Карпенко В. А., Сердюков А. Н. // Опт. и спектр. 1985. Т. 59, № 6. С. 1262—1265. 6. Де Бройль Л. Электромагнитные волны в волноводах и полых резонаторах. М., 1948. 107 с. 7. Шифрин К. С. Рассеяние света в мутной среде. М., 1951. 288 с. 8. Бокуть Б. В., Сердюков А. Н. // ЖПС. 1981. Т. 34, вып. 4. С. 701—706. 9. Федоров Ф. И. Теория гиротропии. Минск, 1976. 456 с. 10. Бокуть Б. В., Сердюков А. Н., Шепелевич В. В. // Опт. и спектр. 1974. Т. 37, № 1. С. 120—124.

Гомельский государственный университет

Поступило 11.07.86