

АПОДИЗАЦИЯ СЕЛЕКТИВНОГО ОТКЛИКА ОБЪЕМНЫХ ГОЛОГРАММ

А. П. Якимович

Предложена «аподизация» или подавление боковых лепестков функции селективного отклика объемных голограмм путем использования фотосред, имеющих переменную чувствительность по глубине. Показано, что при малой дифракционной эффективности голограмм аподизирующее распределение чувствительности по глубине аналогично известным функциям аподизированного зрачка одномерных оптических систем. В случае большой дифракционной эффективности происходит небольшое уменьшение степени аподизации.

При восстановлении изображения из наложенных объемных голограмм наблюдается восстановление «шумовых» изображений, обусловленное тем, что функция углового селективного отклика объемной голограммы при отклонении восстанавливающей волны от условия Брэгга имеет хотя и малую, но конечную величину. В работе [1] предлагалось уменьшение ближайших лепестков функции селективного отклика с помощью многослойных голограмм. Цель настоящей работы показать возможность существенного уменьшения всех боковых лепестков функции селективного отклика или ее аподизации при использовании фотоматериала, имеющего переменную чувствительность по глубине. Такой фотоматериал может быть получен, например, путем непрерывного управления составом в процессе напыления слоев ХСП (халькогенидные стеклообразные полупроводники).

При записи голограммы в фотоматериале с переменной чувствительностью по глубине можно считать, что в отсутствие поглощения формируется голографическая диэлектрическая решетка, амплитуда модуляции которой $\varepsilon(z)$ переменна по глубине и пропорциональна чувствительности фотосреды

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_0 + \varepsilon(z) \cos(\mathbf{k}r), \quad (1)$$

где $\mathbf{k} = \mathbf{k}_0 - \mathbf{k}_c$ — вектор решетки, $\mathbf{k}_c$, $\mathbf{k}_0$ — волновые векторы сигнальной и опорной волн при записи голограммы (рис. 1). При восстановлении изображения из такой голограммы волной с амплитудой a_0 и волновым вектором $\mathbf{k}$ амплитуда восстановленной волны $a_c(z)$ в приближении связанных волн может быть найдена из следующей системы дифференциальных уравнений [2]:

$$\begin{aligned} c_0 a'_0(z) &= -ix(z) a_c(z), \\ c_c a'_c(z) &= -ix(z) a_0(z) - i\vartheta a_c(z), \end{aligned} \quad (2)$$

где $x(z) = k\varepsilon_1(z)/4\varepsilon_0^{1/2}$ — коэффициент связи волн, $\vartheta = [k^2 - (\mathbf{k} - \mathbf{k}_c)^2]/2k$ — расстройка условия Брэгга, $c_0 = k_z/k$, $c_c = (k_r - k_z)/k$ — факторы наклона восстанавливающей и восстановленной волн. Сделав замену

$$a_c(z) = \tilde{a}_c(z) \exp\{-i\vartheta z/c_c\}, \quad (3)$$

систему уравнений (2) можно привести к симметричному виду

$$\begin{aligned} a'_0(z) &= -i \frac{x(z)}{c_0} \exp\{-i\vartheta z/c_c\} \tilde{a}_c(z), \\ \tilde{a}'_c(z) &= -i \frac{x(z)}{c_c} \exp\{i\vartheta z/c_c\} a_0(z). \end{aligned} \quad (4)$$

Общее решение этой системы, нормированное при $z = -d$, дается в виде ряда по степеням $x(z)$ [3]

$$[A(z)] = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n(z)], \quad (5)$$

где $[A_0(z)] = [I]$, $[A_n(z)] = \int_{-d}^z [A_{n-1}(z')] [P(z')] dz'$, $[A(z)]$ и $[P(z)]$ — соответственно матрица двух линейно независимых решений и матрица коэффициентов системы (4), $[I]$ — единичная матрица.

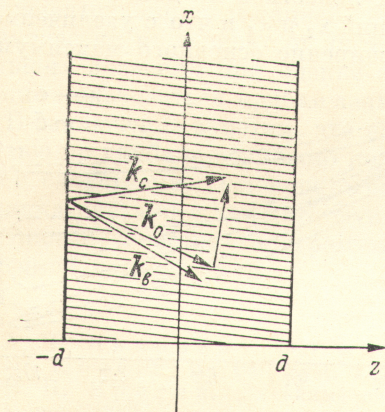


Рис. 1. Схема получения голограммы.

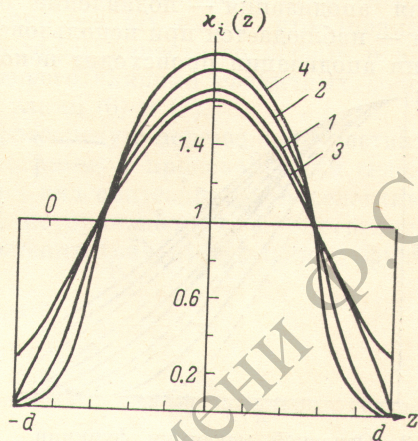


Рис. 2. Аподизирующие распределения чувствительности фотоматериала по глубине.

В случае малости $x(z)$, что соответствует низкой дифракционной эффективности голограммы, можно ограничиться двумя первыми членами ряда. Используя граничные условия $a_0(-d) = 1$, $a_c(-d) = 0$, получаем из (5) амплитуду восстановленной волны на выходе голограммы

$$\bar{a}_c(d) = -i \int_{-d}^d \frac{x(z')}{c_0} \exp\{i\vartheta z'/c_0\} dz'. \quad (6)$$

Полученное решение соответствует первому борновскому приближению теории рассеяния. Нормированную функцию селективного отклика объемной голограммы можно определить как

$$f(\vartheta) = \frac{|a_c(d, \vartheta)|^2}{|a_c(d, 0)|^2}. \quad (7)$$

Расстройка условия Брэгга ϑ , которая определена в (2), может быть выражена через величину углового отклонения восстанавливающей волны от направления опорной волны при записи или через величину изменения длины волны света.

Таким образом, в случае низкой дифракционной эффективности функция селективного отклика объемной голограммы связана с амплитудой модуляции голограммы по глубине совершенно аналогично тому, как функция импульсного отклика одномерной оптической системы связана с функцией зрачка [4], и поэтому для аподизации селективного отклика можно использовать методы, аналогичные методам аподизации зрачка оптических систем. Одним из таких методов является использование для получения голограмм фотосред с аподизированными распределениями чувствительности по глубине, например следующие:

$$x_1(z) = \cos(\pi z/2d), \quad x_2(z) = 1 + \cos(\pi z/d), \quad x_3(z) = \varphi_0(z, c), \quad x_4(z) = \text{sinc}^2(\pi z/d). \quad (8)$$

Две первые функции дают снижение лепестков функции селективного отклика как $1/\vartheta^4$ и $1/\vartheta^6$ [4], $\varphi_0(z, c)$ — нулевая сфероидальная функция является собственной функцией преобразования Фурье в конечных пределах и при достаточно больших параметрах c дает также очень сильное подавление боковых лепестков функции селективного отклика [5], $\kappa_4(z)$ — дает треугольный основной максимум и снижение лепестков как $1/\vartheta^6$. На рис. 2 показаны графически эти распределения $x_i(z)$ $i=1, 2, 3, 4$, а на рис. 3, 4 непрерывные кривые показывают соответствующие им функции селективного отклика $f_i(\vartheta)$. (На рис. 3 — основной максимум, а на рис. 4 — огибающая максимумов 10 боковых лепестков). Кривая 0 представляет собой функцию селективного отклика однородной по глубине голографической решетки $\kappa_0(z)=\text{const}$. Из графиков видно, что наилучшая аподизация — подавление ближайших лепестков на два и более порядка — наблюдается при использовании функций κ_2 и κ_4 и что с увеличением степени аподизации происходит некоторое расширение основного максимума.

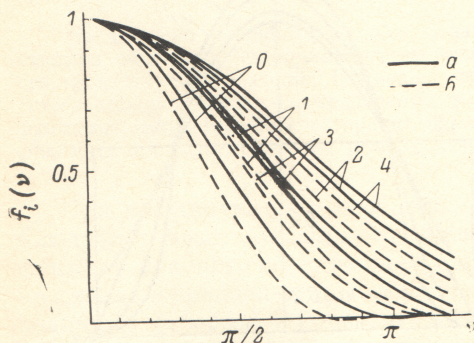


Рис. 3. Основной максимум функции селективного отклика.

a — малая дифракционная эффективность, b — стопроцентная дифракционная эффективность.

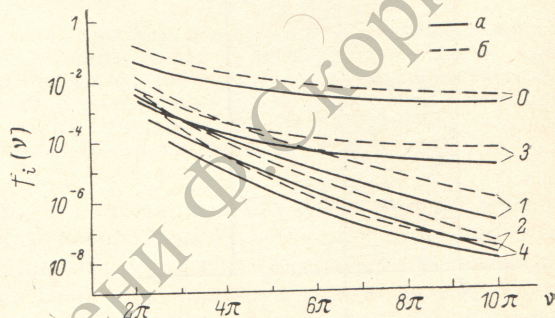


Рис. 4. Огибающая лепестков функции селективного отклика.

a — малая дифракционная эффективность, b — стопроцентная дифракционная эффективность.

Для определения зависимости степени аподизации от дифракционной эффективности голограммы был проведен численный расчет функции селективного отклика для ступенчатой аппроксимации рассмотренных выше аподизирующих функций. Голограмма разбивалась по толщине на $N=20$ слоев, непрерывное распределение $\kappa(z)$ в каждом таком слое заменялось постоянной величиной, равной ее значению в середине слоя $\kappa_{in}=\kappa_i(z_n)$, и далее методом, рассмотренным в [1], находилась матричная оптическая передаточная функция $[G]$ такой многослойной системы

$$[G] = \prod_{n=1}^N [M_n], \quad (9)$$

где

$$m_{11n} = \cos(\gamma_n T_n) + i \frac{\gamma_0}{\gamma_n} \sin(\gamma_n T_n), \quad m_{12n} = -i \frac{\kappa_{in}}{c_0 \gamma_n} \sin(\gamma_n T_n), \quad m_{21n} = -i \frac{\kappa_{in}}{c_0 \gamma_n} \sin(\gamma_n T_n),$$

$$m_{22n} = \cos(\gamma_n T_n) - i \frac{\gamma_0}{\gamma_n} \sin(\gamma_n T_n), \quad \gamma_0 = \vartheta/2c_0, \quad \gamma_n = [(\vartheta/2c_0)^2 + (\kappa_{in}/c_0 c_0)^2]^{1/2},$$

T_n — толщина n -слоя.

При начальных условиях $a_0(-d)=1$, $a_c(-d)=0$ функция селективного отклика объемной голограммы, согласно [1], определяется через элемент g_{21} матрицы $[G]$

$$f(\vartheta) = \frac{|g_{21}(\vartheta)|^2}{|g_{21}(0)|^2}. \quad (10)$$

При расчете использовались нормированные функции $\tilde{x}_i(z) = b_i x_i(z)$, где b_i находились из условия

$$b_i \int_a^d x_i(z) dz = \text{const}, \quad (11)$$

что давало одинаковую максимальную дифракционную эффективность всех голограмм.

На рис. 3, 4 штриховыми линиями показаны рассчитанные по формулам (10), (9) функции селективного отклика для приведенных в (8) аподизирующих функций в случаях стопроцентной дифракционной эффективности голограмм. Для других значений дифракционной эффективности аналогичные кривые располагаются между стопроцентными кривыми и соответствующими им кривыми низкой дифракционной эффективности. Из графиков видно, что при увеличении ширины основного максимума функции селективного отклика и небольшое (порядка 5 раз) увеличение ее боковых лепестков. В случае непрерывного распределения $\kappa(z)$ следует ожидать несколько лучшей аподизации по сравнению со ступенчатой аппроксимацией, поэтому можно сделать вывод, что аподизация практически не зависит от дифракционной эффективности голограмм и для ее больших значений при оценке аподизирующего влияния различных функций можно пользоваться приближенными формулами (6) и (7).

В заключение заметим, что используя фотосреду с переменной чувствительностью по глубине возможно получить голограмму с произвольными селективными свойствами. Основное ограничение на вид синтезируемого селективного отклика связано с тем, что функция $\kappa(z)$, которая полностью определяет селективные свойства голограммы, есть положительно определенная функция конечной длительности.

Литература

- [1] А. П. Якимович. Опт. и спектр., 49, 158, 1980.
- [2] Н. Kogelnik. Bell Syst. Techn. J., 48, 2909, 1969.
- [3] Н. П. Еругин. Линейные системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Минск, 1963.
- [4] А. Папулис. Теория систем и преобразований в оптике. Мир, М., 1971.
- [5] Функции с двойной ортогональностью в радиоэлектронике и оптике (пер. и обр. М. К. Размахника, В. П. Яковлева). Сов. радио, М., 1971.

Поступило в Редакцию 31 марта 1981 г.