ПРОГРЕССИЯ арифметическая

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ
ИМ.Ф.СКОРИНЫ

АВТОР: Старовойтова Наталья Александровна
кафедра довузовской подготовки и профориентации

НАЗАД, В ИСТОРИЮ!

Понятие числовой последовательности возникло и развивалось задолго до создания учения о функциях.

На связь между прогрессиями первым обратил внимание великий **АРХИМЕД** (ок. 287–212 гг. до н.э)

Термин “прогрессия” был введен римским автором Боэцием (в 6 веке) и понимался в более широком смысле, как бесконечная числовая последовательность. Названия “арифметическая” и “геометрическая” были перенесены из теории непрерывных пропорций, которыми занимались древние греки.

Формула суммы членов арифметической прогрессии была доказана древнегреческим ученым Диофантом (в 3 веке). Формула суммы членов геометрической прогрессии дана в книге Евклида “Начала” (3 век до н.э.).

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ
ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

Правило для нахождения суммы членов произвольной арифметической прогрессии впервые встречается в сочинении «Книги абака» в 1202г. (Леонардо Пизанский)

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ
имени Ф. Скорины

Арифметическая прогрессия

это числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с постоянным для этой последовательности числом d . Число d называется *разностью прогрессии*

Определение арифметической прогрессии (рекуррентная формула арифметической прогрессии)

$$a_{n+1} = a_n + d$$

Разность арифметической прогрессии

$$d = a_{n+1} - a_n$$

Формула n-го (общего) члена арифметической прогрессии

$$a_n = a_1 + d \cdot (n - 1)$$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ
ИМ.Ф.СКОРИНЫ

СВОЙСТВА *арифметической прогрессии*

Если d положительное число,
то прогрессия является возрастающей;
если d отрицательное число,
то прогрессия является убывающей;
если d равна нулю,
то прогрессия является постоянной.

$$a_{n+1} = \frac{a_n + a_{n+2}}{2}, \quad n \in N$$

Характеристическое свойство

$$a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = \ldots$$

Сумма членов, равноудаленных от концов прогрессии, есть величина постоянная

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ
ИМ.Ф.СКОРИНЫ

Сумма n-первых членов $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n$ **арифметической прогрессии равна:**

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + d \cdot (n-1)}{2} \cdot n$$

Пример: *Найти сумму первых ста нечетных чисел.*

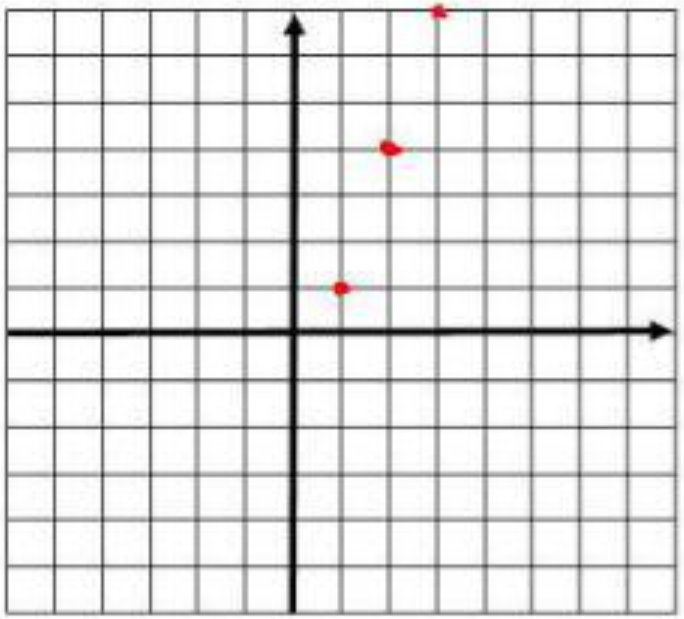
Применим последнюю формулу, здесь

$$a_1 = 1, d = 2, n = 100;$$

$$S_{100} = \frac{2 \cdot 1 + 2 \cdot (100-1)}{2} \cdot 100 = 10000$$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ
ИМ.Ф.СКОРИНЫ

Графиком последовательности как функции, заданной на множестве натуральных чисел, являются отдельные, изолированные точки координатной плоскости



$y_n=3n-2$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ
ИМ.Ф.СКОРИНЫ

Арифметическая прогрессия – линейная функция на множестве натуральных чисел

$$a_n = a_1 + d \cdot (n-1) = d \cdot n + (a_1 - d)$$

$$y = k \cdot x + b, \text{где}$$

$$k = d, b = a_1 - d, x = n, y = a_n$$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ
ИМ.Ф.СКОРИНЫ

Интересные факты

1) **Химия.** При повышении температуры по арифметической прогрессии скорость химических реакций растет по геометрической прогрессии.

2) **Геометрия.** Вписанные друг в друга правильные треугольники образуют геометрическую прогрессию.

3) **Физика.** И в физических процессах встречается эта закономерность. Нейтрон, ударяя по ядру урана, раскалывает его на две части. Получаются два нейтрона. Затем два нейтрона, ударяя по двум ядрам, раскалывает их еще на 4 части и т.д. – это геометрическая прогрессия.

4) **Биология.** Микроорганизмы размножаются делением пополам, поэтому при благоприятных условиях, через одинаковый промежуток времени их число удваивается.

5)**Экономика.** Вклады в банках увеличиваются по схемам сложных и простых процентов. Простые проценты – увеличение первоначального вклада в арифметической прогрессии, сложные проценты – увеличение в геометрической прогрессии.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ
ИМ.Ф.СКОРИНЫ

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!