УДК 535.2+535.36

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СТРУКТУРА ИНТЕНСИВНОСТИ ПРИ РАССЕЯНИИ КОГЕРЕНТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ, ЗАКОН ФРИДЕЛЯ И ЯВЛЕНИЕ ПРОТИВОКОРРЕЛЯЦИИ

А. Г. Боровой и А. В. Ивонин

Рассматриваются условия существования центра инверсии в дифракционной картине при рассеянии когерентного излучения в произвольных средах. Необходимыми условиями являются плоский фазовый фронт пучка излучения и приближение дифракции Фраунгофера. Проведена классификация условий и указано на не известный ранее класс проявлений центра инверсии. В ходе изложения прослежена аналогия с известными результатами в рентгеновской кристаллографии и указано на аналоги в статистической радиофизике и оптике рассеивающих сред.

При рассеянии когерентного излучения на системе хаотически расположенных дискретных рассеивателей наблюдается гранулярная пространственная структура интенсивности. Эта структура при рассеянии света на системе частиц или на шероховатых поверхностях более кратко называется спеклом. Спеклом можно назвать также гранулярное пространственное распределение интенсивности при прохождении когерентного света через случайно-неоднородную среду, при рассеянии рентгеновских лучей в жидкостях, при рассеянии электронов на аморфных пленках и т. д. [1]. Связь статистических характеристик спеклов со статистикой среды используется на практике для решения ряда обратных задач [2].

В серии недавних работ [3-5] было указано на наличие центра инверсии в спекле при рассеянии света на хаотическом скоплении частиц и на корреляцию интенсивности в диаметрально противоположных относительно центра инверсии точках (противокорреляцию) при усреднении по конфигурациям частиц.

В данной работе установлено, что наличие центра инверсии является следствием преобразования Фурье при фраунгоферовой дифракции полей как на упорядоченных, так и на неупорядоченных объектах. Отсюда следует противокорреляция в спеклах при усреднении по реализациям рассеивающей среды. Также в работе получены условия существования центра инверсии и прослежена аналогия с известными результатами в рентгеновской кристаллографии.

1. Рассеяние света на шероховатых поверхностях [1], ряд задач статистической радиофизики [6] и т. д. рассматриваются в следующей математической постановке. Поле $\psi(\mathbf{r})$, которое для упрощения изложения будем считать монохроматическим и скалярным, определяется как результат распространения поля $\psi_0(\rho)=\psi(0, y, x)$, заданного на плоскости $x=0$, в точку наблюдения $\mathbf{r}$. Связь между этими полями обычно рассматривается в приближении Кирхгофа. В частности, при фраунгоферовой дифракции имеем [7]

$$\psi(x, \rho) = C(x, \rho)\int \psi_0(\rho')\exp\left(-\frac{ik\rho\rho'}{x}\right)d\rho' \equiv C(x, \rho)\,F(x, \rho), \tag{1}$$

где ρ — координаты в плоскости относительно «центра тяжести» поля $\psi_0(\rho)$, $k=2\rho/\lambda$, λ — длина волны излучения, $C(x,\rho)$ —известная симметричная функция

$$C(x, \rho) = C(x, -\rho). \tag{2}$$

При наблюдении дифракции в фокальной плоскости линзы x заменяется на фокусное расстояние линзы, а функция $C(x, \rho)$ — на функцию, симметричную относительно оптической оси.

Для действительных полей ψ_0 функция $F(x, \rho)$ обладает очевидным свойством

$$F(x, -\rho) = F^*(x, \rho). \tag{3}$$

Из соотношений (1)—(3) следует наличие центра инверсии в интенсивности при фраунгоферовой дифракции для действительных полей ψ_0

$$I(x, -\rho) = |\psi(x, -\rho)|^2 = |C(x, \rho) F(x, \rho)|^2 = |\psi(x, \rho)|^2 = I(x, \rho). \tag{4}$$

Соотношение $I(x, \rho) = I(x, -\rho)$ сохраняется и для полей вида $\psi_0(\rho) = |\psi_0| \exp(i\varphi)$, где φ — постоянная фаза. Для комплексных полей, где $\varphi = \varphi(\rho)$ — переменная функция относительно ρ, центр инверсии исчезает, как так соотношение (4) не имеет места.

В рентгеновской кристаллографии соотношение (4) известно как одна из форм записи закона Фриделя [8].

В статистической радиофизике в задаче распространения волн в неоднородных средах используется модель экранов, которая сводит задачу распространения через среду к задаче дифракции [6]. При этом поле $\psi_0(\rho)$ имеет вид:

$$\psi_0(\rho) = u(\rho) S(\rho), \tag{5}$$

где $U(\rho)$ — падающее поле и $S(\rho)$ — комплексная функция пропускания.

При действительном $S(\rho)$ экран называют амплитудным, при $S(\rho) = \exp \times \times [i\varphi(\rho)]$ — фазовым, в общем случае экраны амплитудно-фазовые. В частности, турбулентная атмосфера является для света неоднородным фазовым экраном, и спекл в этом случае не имеет центра инверсии.

Для реальных неоднородных сред типа турбулентной атмосферы или шероховатых поверхностей используются статистические модели, т. е. экраны считаются случайно-неоднородными. В этом случае представляют интерес статистические характеристики интенсивности. Так как для амплитудных экранов при плоском фазовом фронте падающего поля в отдельных реализациях выполняется соотношение (4), то коэффициент корреляции интенсивности в диаметрально противоположных относительно центра инверсии точках будет равен

$$K = \frac{\langle I(x, \rho) I(x, -\rho)\rangle - \langle I(x, \rho)\rangle \langle I(x, -\rho)\rangle}{[\langle I^2(x, \rho)\rangle - \langle I(x, \rho)\rangle^2]^{1/2} \langle [I^2(x, -\rho)\rangle - \langle I(x, -\rho)\rangle^2]^{1/2}} = 1. \tag{6}$$

Появление наряду с амплитудными неоднородных фазовых флуктуаций приведет к уменьшению коэффициента корреляции, который для случая чисто фазовых неоднородных флуктуаций обращается в нуль.

В многочисленных работах по спеклам отраженного от шероховатых поверхностей света [1, 2] центр инверсии не наблюдался, следовательно, используемые шероховатые поверхности не описываются моделью амплитудного экрана, а необходимо рассматривать их как амплитудно-фазовые экраны, либо как чисто фазовые экраны.

2. Перейдем к рассмотрению рассеяния когерентного излучения на системе рассеивателей. Система рассеивателей является частным случаем пространственно-неоднородных сред. Следовательно, если результирующее поле $\psi_0(\rho)$ на выходе из рассеивающей среды является действительным, то интенсивность имеет центр инверсии.

Покажем, что в случае системы рассеивателей, когда поле $\psi_0(\rho)$ является комплексным, при определенных условиях интенсивность также может иметь центр инверсии.

Для определенности рассмотрим рассеяние пучка излучения с плоским фазовым фронтом в приближении однократного рассеяния при наблюдении в зоне Фраунгофера пучка.

Если размеры рассеивателей много меньше поперечного размера пучка, имеем [9]

$$\psi(x, \rho) = \psi^0(x, \rho) + \sum_j \psi_j(x, \rho) = \frac{\exp(ikR)}{R}\Big[-\frac{i}{\lambda} F(x, \rho) +$$

$$+\sum_j f_j(x,\ \rho)\exp\left(-\frac{ik\rho r_j}{x}\right)\Bigg], \qquad (7)$$

где $R=|\mathbf{r}|$, $\mathbf{r}$ — координаты относительно «центра тяжести» поля $\psi_0(\rho)=\psi^0(0,\ \rho)$ в плоскости $x=0$ на выходе пучка из среды, ρ — поперечные координаты, $\mathbf{r}_j$ — координаты центра j-го рассеивателя, $f_j(x,\ \rho)$ — амплитуда рассеяния, являющаяся в общем случае комплексной величиной $f_j(x,\rho)=|f_j(x,\rho)|\exp\times\times[i\varphi_j(x,\rho)]$, $\psi^0(x,\rho)$ — поле падающего пучка, дифрагировавшего при распространении от плоскости $x=0$. Функция $F(x,\ \rho)=|F(x,\rho)|\exp[i\varphi_0(x,\ \rho)]$ определяется формулой (1) для поля $\psi_0(\rho)=\psi^0(0,\ \rho)$.

Интенсивность излучения в этом случае распадается на четыре слагаемых

$$I(x,\ \rho)=|\psi^0|^2+\sum_j|\psi_j|^2+2\,\mathrm{Re}\sum_j\psi^0\psi_j^*+2\,\mathrm{Re}\sum_{i<j}\psi_j\psi_i^*=$$

$$=R^{-2}\left\{\lambda^{-2}|F|^2+\sum_j|f_j|^2+2\lambda^{-1}\sum_j|Ff_j|\cos\left(\varphi_0-\varphi_j-\frac{k\rho r_j}{x}-\pi/2\right)+\right.$$

$$\left.+2\sum_{i<j}|f_jf_i|\cos\left[\varphi_j-\varphi_i-\frac{k\rho(\mathbf{r}_j-\mathbf{r}_i)}{x}\right]\right\}=I_0+I_1+I_2+I_3, \qquad (8)$$

имеющих простой смысл; I_0 и I_1 — интенсивности падающего и рассеянного полей, I_2 — интерференция падающего и рассеянного полей и I_3 — интерференция между рассеянными на частицах полями. Интенсивность I_0 имеет центр инверсии в соответствии с разделом 1. Центр инверсии интенсивности I, если он существует, будет совпадать с этим центром за счет свойств приближения дифракции Фраунгофера.

Рассмотрим условия, при которых интенсивность (8) имеет центр инверсии $\Delta I(x,\ \rho)=I(x,\ \rho)-I(x,\ \rho)=0$. Очевидно, что если система рассеивателей обладает центром инверсии, то поле $\psi(\mathbf{r})$ и интенсивность (8) будут также обладать центром инверсии. В остальных случаях необходимым условием является симметрия модуля амплитуды рассеяния $|f_j(x,\ \rho)|=|f_j(x,\ -\rho)|$. Условия, налагаемые на фазу амплитуды рассеяния $\varphi_j(\Delta x,\rho)$, распадаются на три случая.

A. $\varphi_j=0$. Этот случай включает в себя рассеяние света на малых частицах ($ka\ll 1$, где a — размер частиц) без поглощения, рассеяние рентгеновского излучения в веществе без поглощения и т. д. Из (8) получаем $\Delta I=I_2(x,\ \rho)-$ $-I_2(x,\ -\rho)$, так как каждое слагаемое в интенсивностях I_1 и I_3 имеет центр инверсии. Инверсия $\Delta I=0$ наблюдается только в областях, где можно пренебречь падающим полем по сравнению с рассеянным. В центральном дифракционном пятне, т. е. под углами $\Theta\leqslant\lambda/b$, где b — поперечный размер пучка излучения, инверсия интенсивности не наблюдается.

B. $\varphi_j=\varphi_i$. Сюда относится рассеяние света на системе одинаковых сферических частиц при произвольном значении параметра ka и при наличии поглощения, рассеяние рентгеновского излучения в поглощающих кристаллах, состоящих из одинаковых атомов и т. д. Как и в случае A, имеем $\Delta I=I_2(x,\ \rho)-$ $-I_2(x,\ -\rho)$, т. е. инверсия наблюдается вне центрального дифракционного пятна.

C. $\varphi_j(x,\rho)=-\varphi_j(x,\ -\rho)+\Phi_j(x,\ \rho)$, где Φ_j — произвольная симметричная функция, общая для всех рассеивателей $\Phi_j(x,\ \rho)=\Phi_j(x,\ -\rho)=\Phi_i(x,\ \rho)=$ $=\Phi(x,\ \rho)$.

В частности, случай C включает в себя представление амплитуды рассеяния в форме

$$f_j(x,\ \rho)=i\int\exp\left(-\frac{ik\rho\rho'}{x}\right)\Gamma(\rho')\,d\rho', \qquad (9)$$

где $\Gamma(\rho)$ — любая вещественная функция. Представление (9) справедливо при рассеянии света на больших ($ka\gg 1$) частицах при углах $\Theta\leqslant\lambda/a$, когда преобладающим является вклад от дифракции на контуре частицы. Например, оно используется при рассеянии высокоэнергетических адронов на ядрах (дифракционное приближение), при рассеянии света на атмосферных осадках и т. д.

При произвольной функции $\Phi(x, \rho)$ в случае C, как и в рассмотренных случаях A и B, центр инверсии будет отсутствовать для интенсивности I_2. Но для представления (9), где $\Phi(x, \rho)=\mathrm{const}=\pi$, центр инверсии появляется во всех слагаемых в (8), и в этом случае инверсия наблюдается также и в центральном дифракционном пятне.

3. Таким образом, при рассеянии пучка когерентного излучения с плоским фазовым фронтом произвольной природы (электромагнитные волны, электроны, нейтроны и т. д.) на системе рассеивателей, когда на выходе из среды поле $\psi_0(\rho)$ является, вообще говоря, комплексным, интенсивность может иметь центр инверсии (случай A, B и C).

В частном случае рассеяния рентгеновского излучения на кристаллах наличие центра инверсии в дифракционной картине рассматривалось в случаях A и B для интенсивности I_3, образованной интерференцией между рассеянными полями. Центральное дифракционное пятно, в котором необходимо учитывать интенсивность падающего поля I_0 и интерференцию падающего поля с рассеянным I_2, при этом не рассматривалось. Наличие центра инверсии в рентгеновской кристаллографии является одной из формулировок закона Фриделя. При нарушении условий A, B наблюдается отклонение от закона Фриделя, разность $\Delta I \neq 0$ называется в этом случае разностью Бейфута и используется для анализа кристаллических структур [10].

Из результатов раздела 2 следует, что при рассеянии как на упорядоченных, так и на неупорядоченных структурах в случаях A, B и частично C инверсия интенсивности наблюдается только вне центрального дифракционного пятна, т. е. в областях, где можно пренебречь падающим полем. В задачах рассеяния рентгеновского излучения, электронов и нейтронов в веществе интенсивности I_0 и I_2, содержащие падающее поле, существенны только под малыми углами $\Theta \leqslant \lambda/b$ и поэтому не обсуждаются в литературе. В задачах распространения излучения в неоднородных средах эти члены, наоборот, играют определяющую роль. Случай C, имеющий ряд практических приложений, в литературе не обсуждался.

Остановимся на интерпретации существования центра инверсии в спеклах при рассеянии света на системе хаотически расположенных частиц в работах [3, 5]. В работе [3] авторы при вычислении корреляционной функции интенсивности отмечают корреляцию интенсивности в диаметрально противоположных точках (противокорреляцию). Фактически корреляция получена в частном случае, когда для рассеянного поля применимо приближение случайного гауссового поля и все частицы одинаковы (случай B). В работе [5] в корреляционной функции поля ошибочно оставлен добавочный член, осциллирующий с частотой падающего поля. На основании этого автор делает ошибочный вывод о нарушении теоремы Ван Циттера-Цернике, и этот факт считается причиной появления симметрии в спекле.

В заключение авторы благодарят Гришкова В. Н. за полезное обсуждение ряда вопросов.

Литература

[1] Laser Speckle and Related Phenomena (ed. by J. C. Dainty), *9*. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg — N. Y., 1975.
[2] Голографические неразрушающие исследования (под ред. Р. К. Эрф). Машиностроение, М., 1979.
[3] Б. Ф. Полторацкий, К. Н. Сачков. Изв. вузов СССР, Физика. Деп. ВИНИТИ, № 3908-76. М., 1976.
[4] Б. Ф. Полторацкий. Письма ЖЭТФ, *27*, 406, 1978.
[5] Б. Ф. Полторацкий. ЖТФ, *49*, 2295, 1979.
[6] С. М. Рытов, Ю. А. Кравцов, В. И. Татарский. Введение в статистическую радиофизику, ч. 2. Наука, М., 1978.
[7] М. Борн, Э. Вольф. Основы оптики. Наука, М., 1973.
[8] Дж. Каули. Физика дифракции. Мир, М., 1979.
[9] Р. Ньютон. Теория рассеяния волн и частиц. Мир, М., 1969.
[10] Р. Сринивасан, С. Партасарати. Применение статистических методов в рентгеновской кристаллографии. Мир, М., 1979.

Поступило в Редакцию 30 марта 1981 г.