Основы кинематики

Лекция-видеопрезентация по физике
для слушателей подготовительного отделения

Составитель – **М.Н. Бардашевич,**
ассистент кафедры довузовской подготовки
и профориентации

Основная литература:

1) Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высш. шк., 1990.- 478 с.
2) Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики М.: Высш. шк., 1989.- 608 с.
3) Савельев И.В. Общий курс физики. Т1. Механика. Молекулярная физика. М.: Наука, 1988.- 416 с.
4) Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики.- М.: Наука, 1985.
5) Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. Т.1,2,3.-М.: Наука, 1974,1980
6) Сивухин Д.В. Курс общей Физики. – М.: Наука, 1986. Т. 1.

1. Механика, ее разделы и абстракции, применяемые при изучении движений

Определения:

- **<u>Механика</u>** - учение о простейшей форме движения материи, которое состоит в перемещении тел или их частей относительно друг друга. Механика - учение о механическом движении.
- Механика состоит из кинематики, статики и динамики.
- **<u>Материальная точка</u>** – это тело, имеющее массу, размерами которого можно пренебречь по сравнению с размерами, характеризующими движение этого тела.
- Совокупность нескольких тел, каждое из которых можно считать материальной точкой, называется **<u>системой материальных точек</u>**.

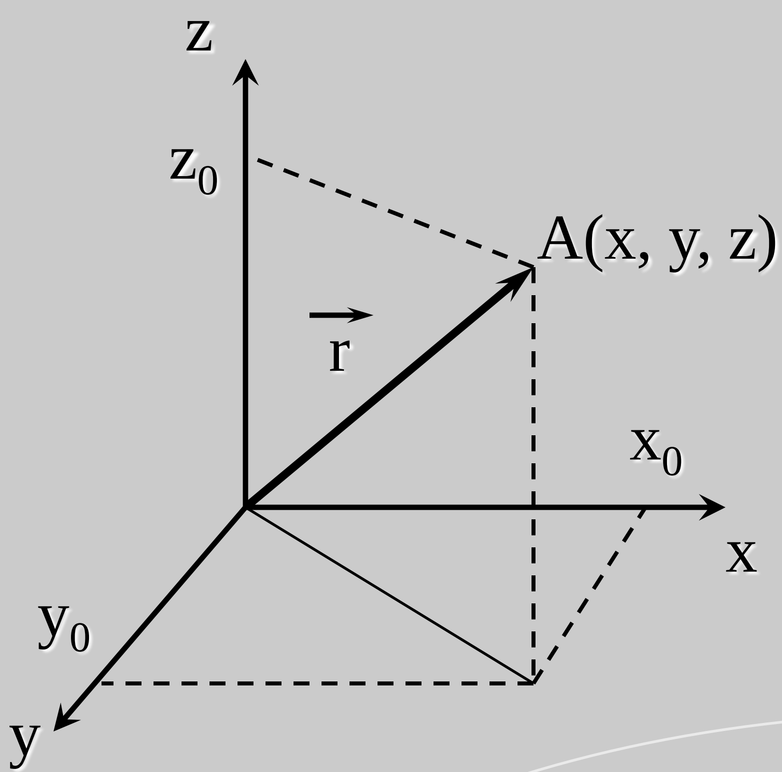
✓**Абсолютно твердое тело** - система материальных частиц, расстояние между которыми не изменяется при произвольных перемещениях этой системы. Это тело, которое ни при каких условиях не деформируется.

✓**Механическое движение** – это процесс изменения положения тела или его частей по отношению к другим телам или друг другу.

✓Произвольно выбранное неподвижное тело, по отношению к которому рассматривается движение данного тела, называется **телом отсчета**.

✓**Система отсчета** – это совокупность системы координат, часов и тела отсчета.

2. Кинематика



$$\vec{r} = \vec{i}\,x_0 + \vec{j}\,y_0 + \vec{k}\,z_0$$

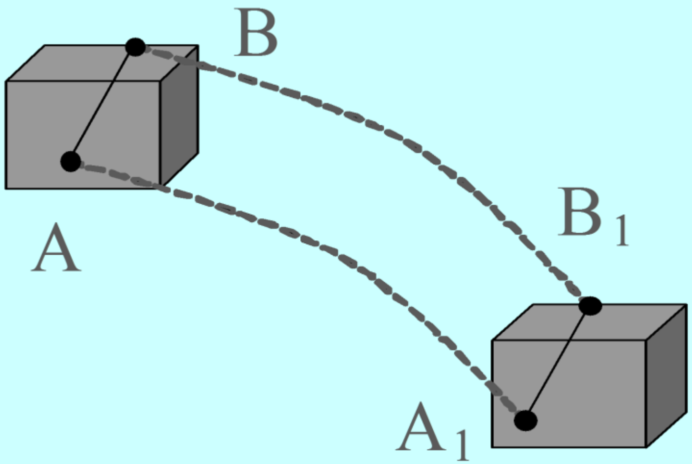
Положение точки однозначно определяется 3-мя координатами A(x, y, z).

$$x_0 = f_1(t),\ y_0 = f_2(t),\ z_0 = f_3(t)$$

Эти уравнения являются уравнениями движения материальной точки. Совокупность последовательных положений точки A в процессе ее движения, называется **траекторией движения точки**.

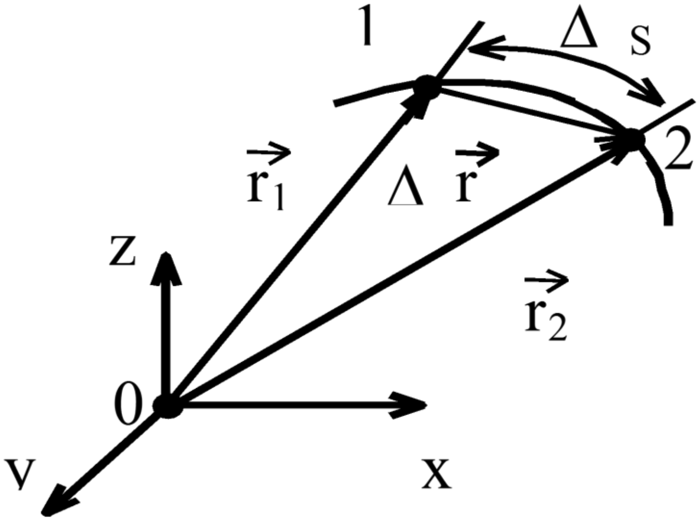
Вектор, соединяющий начало координат и материальную точку, называется **радиус вектором**.

3. Поступательное движение



прямая AB параллельна прямой A1B1

- **Поступательное движение** – это такое движение, при котором тело перемещается параллельно самому себе. При этом все точки описывают одинаковые траекторий, смещенные друг относительно друга.
- Поступательное движение абсолютно твердого тела может быть охарактеризовано движением какой-либо одной его точки, например, центра масс.
- Для характеристики поступательного движения тела (материальной точка) вводится понятие **перемещения**.
- **Перемещением** называется вектор, соединяющий начальное положение тела с его конечным положением.



Если положение точки в декартовой системе координат задано радиус-вектором, то **перемещение** можно определить как разность **радиус векторов**, характеризующих конечное (2) и начальное (1) положения точки, движущейся в течение промежутка времени $\mathbf{\Delta t = t_2 - t_1}$

$$\mathbf{\Delta r = r_2 - r_1}$$

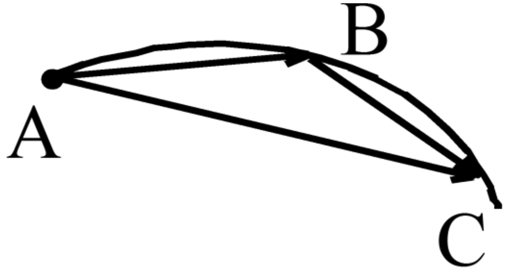
Проекции вектора перемещения на координатные оси 0X, 0У, 0Z:

$\Delta r_x = x_2 - x_1 = \Delta x$

$\Delta r_y = y_2 - y_1 = \Delta y$

$\Delta r_z = z_2 - z_1 = \Delta z$

Δx, Δy, Δz – перемещение точки вдоль соответствующих осей.



Расстояние (A, B, C), пройденное телом при его движении по траектории, равно **<u>пути S</u>**.

<u>Путь</u> - величина **скалярная**.

3.1 Скорость

Мгновенная линейная скорость – это физическая величина равная пределу, к которому стремится отношение элементарного перемещения Δr за промежуток времени Δt, в течение которого совершается это перемещение, при $\Delta t \to 0$.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}'$$

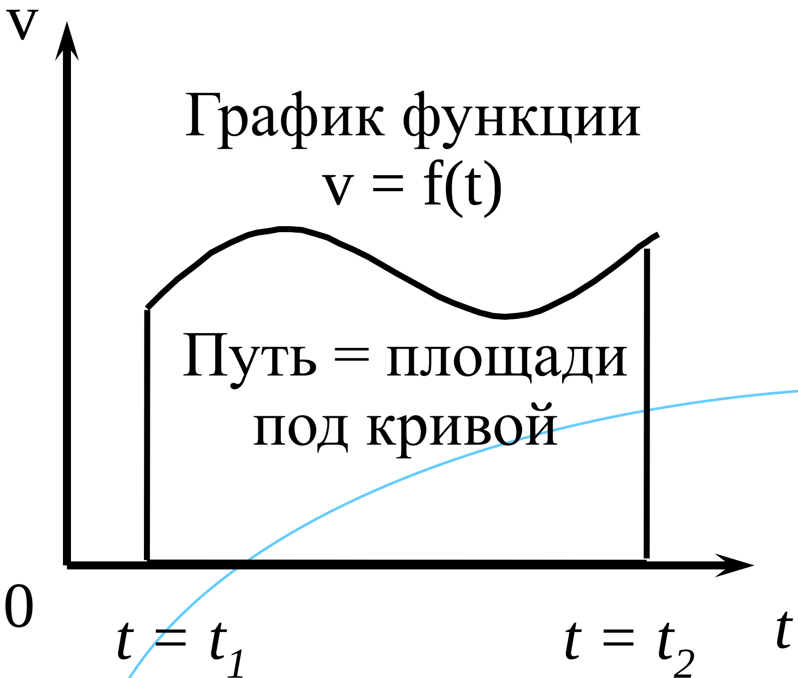
Мгновенная скорость v - векторная величина, имеющая то же направление, что и касательная к траектории, т.к. вектор мгновенной скорости v совпадает с вектором достаточно малого перемещения dr за малое время ***dt***. Мгновенная скорость численно равна первой производной от перемещения по времени.

Средняя скорость за промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$ – это физическая величина, равная отношению вектора перемещения Δr к длительности промежутка времени Δt:

$$\vec{v}_{ср.} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

<u>Средняя скалярная (путевая) скорость</u> - физическая величина, определяемая отношением пути ΔS, пройденного точкой за промежуток времени Δt к длительности этого промежутка:

$$\boxed{\mathrm{v}_{ср.} = \frac{\Delta S}{\Delta t}}$$ следовательно $$dS = \mathrm{v}\,dt$$ и $$\boxed{S = \int_{t_1}^{t_2} \mathrm{v}\,dt}$$



Величину пройденного точкой пути можно представить графически как <u>площадь</u> фигуры, ограниченной кривой: **v = *f(t)***, прямыми $\boldsymbol{t = t_1}$ и $\boldsymbol{t = t_2}$ и осью времени на графике скорости.

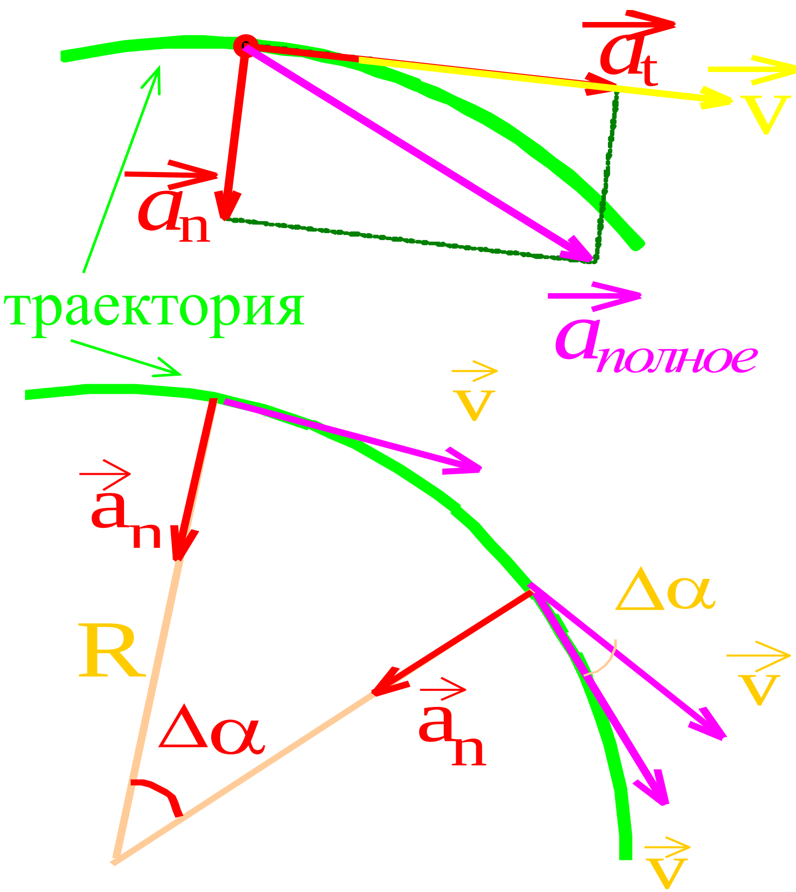
3.2 Ускорение

При движении точки мгновенная скорость может меняться как по величине, так и по направлению. При этом вектор v стремится к некоторому пределу, называемому линейным ускорением:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)$$

<u>**Ускорение**</u> - векторная величина, характеризующая изменение скорости в единицу времени, численно равная первой производной от мгновенной скорости по времени или второй производной от перемещения по времени.

Вектор ускорения ***a*** представляют в виде 2-х взаимно перпендикулярных векторов: $\boldsymbol{a_n}$ – <u>нормального ускорения</u> (перпендикуляр к траектории), $\boldsymbol{a_\tau}$ – <u>тангенциального ускорения</u> (по касательной к траектории).



Полное ускорение:

$$\vec{a}_{полное} = \vec{a}_n + \vec{a}_ф$$

Численное значение полного ускорения:

$$\left|\vec{a}_{полное}\right| = \sqrt{\left|\vec{a}_n\right|^2 + \left|\vec{a}_ф\right|^2}$$

За малый промежуток времени dt тангенциальное ускорение изменяет только <u>величину</u> скорости, но не ее направление.

Нормальное ускорение a_n изменяет только <u>направление</u> скорости.

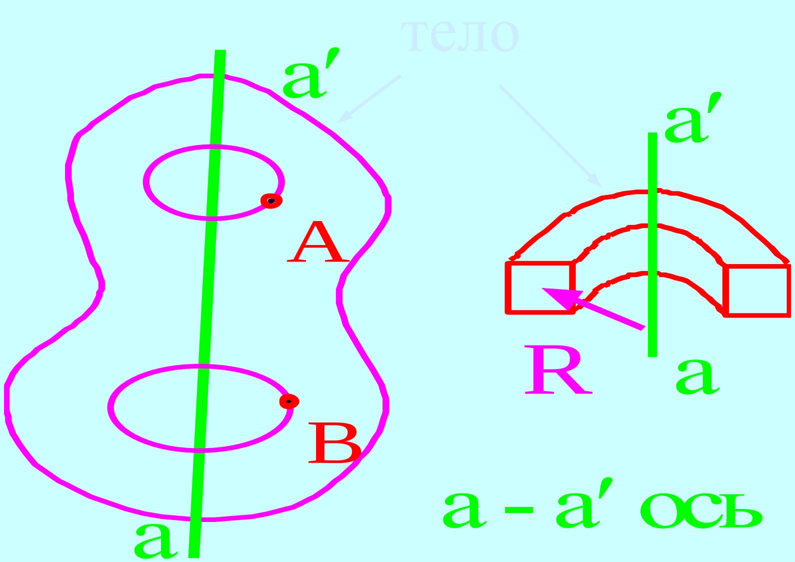
$$\vec{a}_ф = \frac{dv}{dt}\vec{ф}$$

$$a_n = \frac{v^2}{R}\vec{n}$$

где τ, n – единичные вектора (тангенциаль и нормаль).

4. Вращательное движение
4. 1. Угловая скорость

При вращательном движении точки тела описывают окружности, расположенные в параллельных плоскостях. Центры всех окружностей лежат на одном прямой, перпендикулярной к плоскостям окружностей и называемой осью вращения.

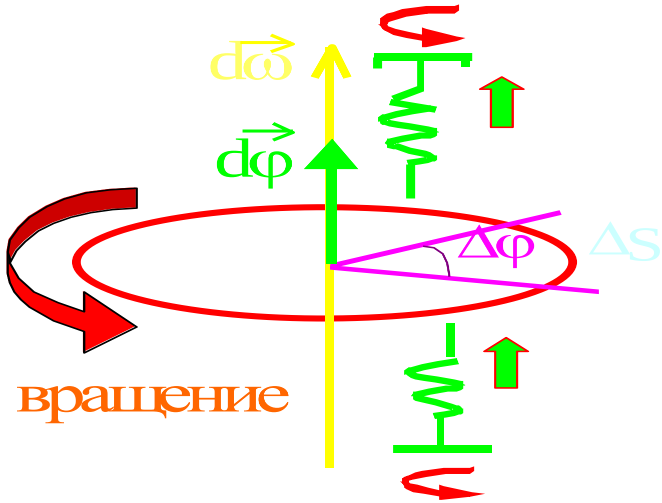


Вектор элементарного углового перемещения – это «псевдо» вектор, модуль которого равен углу поворота, а направление параллельно оси вращения и определяется правилом правого винта (буравчика).

Угловая скорость – вектор, равный первой производной от угла поворота. Она направлена так же, как и вектор элементарного углового перемещения (вдоль оси по правилу буравчика).

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

Размерность: с$^{-1}$



Найдем связь между линейной скоростью **v** точки, находящейся на расстоянии **R** от оси и угловой скоростью **ω**:

$$\mathrm{V} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{R\Delta\varphi}{\Delta t} =$$

Буравчик параллелен оси и вращается по направлению вращения тела.

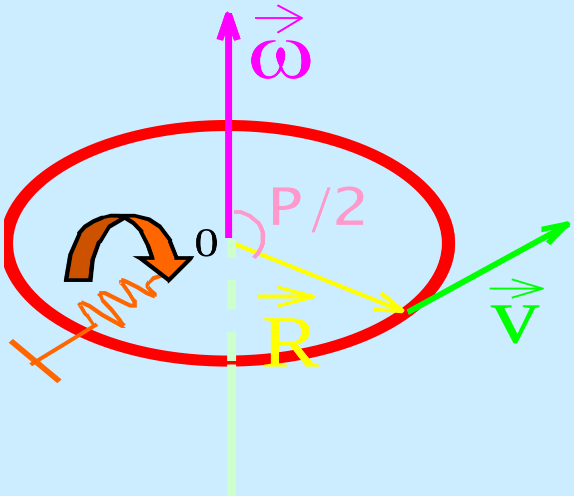
$$R \cdot \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = R \cdot \omega$$

Итак: $\mathrm{V} = R \cdot \omega$

Либо в векторной форме: $\vec{\mathrm{V}} = \left[\vec{\mathrm{R}} \times \vec{\omega}\right]$

Модуль вектора скорости определим по правилу векторного произведения:

$$\left|\vec{\mathrm{v}}\right| = \left|\vec{\mathrm{R}}\right| \cdot \left|\vec{\omega}\right| \cdot \sin(\vec{\omega}, \vec{\mathrm{R}})$$



Направление скорости V определяется правилом правого винта (буравчика). Винт располагаем перпендикулярно оси и вращаем от ω к R.

Таким образом, чем дальше отстоит точка от оси вращения, тем больше ее линейная скорость.

При ω=const существует время полного оборота тела.

Период вращения T – это время за которое совершается телом один полный оборот. При этом:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} = \frac{2\pi}{T} \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \qquad d\varphi = 2\pi \rightarrow (360^{\circ})$$

$$dt = T$$

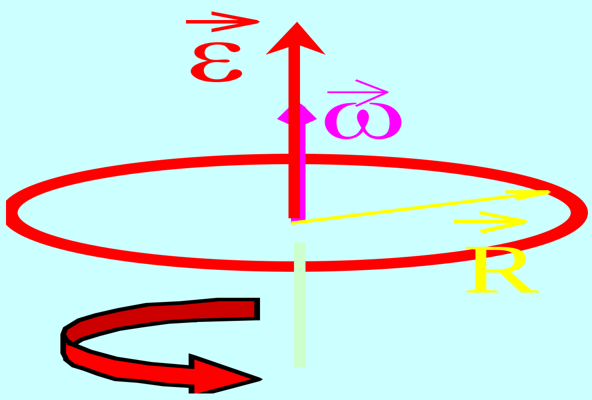
Число оборотов в единицу времени есть частота вращения.

$$н = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \qquad \omega = 2\pi н$$

4. 2. Угловое ускорение

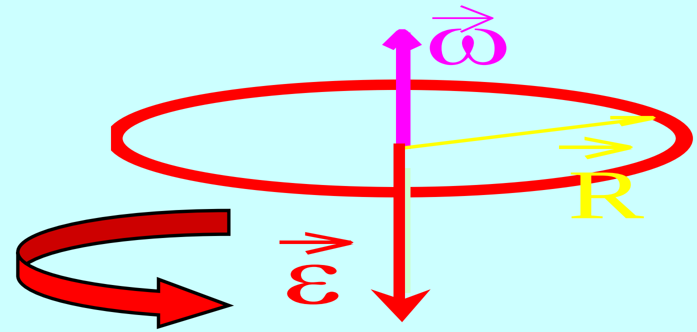
Угловое ускорение – это вектор, модуль которого равен первой производной от угловой скорости, а направление определяется правилом правого винта (буравчика).

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right) = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \ddot{\varphi}$$



Направления $\boldsymbol{\omega}$ и $\boldsymbol{\varepsilon}$ совпадают при: $\frac{d\vec{\omega}}{dt} > 0$

Тело раскручивается.



Направления $\boldsymbol{\omega}$ и $\boldsymbol{\varepsilon}$ противоположны при: $\frac{d\vec{\omega}}{dt} < 0$

Тело замедляется.

Найдем связь между линейными ускорениями и угловыми:

$$\vec{a}_ф = \frac{d\vec{v}}{dt} = \left\{\vec{v} = \vec{\omega}\vec{R}\right\} = \frac{d\left(\vec{\omega}\vec{R}\right)}{dt} = \vec{R}\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{R}\vec{\varepsilon}$$

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{R}\vec{n} = \left\{\vec{v} = \vec{\omega}\vec{R}\right\} = \frac{\omega^2 R^2}{R}\vec{n} = \omega^2\vec{R}$$

Итого:

$$\vec{a}_ф = \vec{R}\vec{\varepsilon} \qquad \vec{a}_n = \omega^2\vec{R} \qquad \vec{a}_{полное} = \vec{R}\vec{\varepsilon} + \omega^2\vec{R}$$

$$S = R\varphi \qquad v = R\omega$$

При ε=const : $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$$