Динамика.
Законы сохранения

Лекция-видеопрезентация по физике
для слушателей подготовительного отделения

Составитель – **М.Н. Бардашевич,**
ассистент кафедры довузовской подготовки
и профориентации

5. Динамика поступательного движения

5.1 Законы И. Ньютона

Ньютон в 1687 г. опубликовал книгу «Математические основы натуральной философии».

5.1.1. Сущность первого закона предложил еще Г. Галилей:

Существуют такие системы отсчета, в которых всякое тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействия со стороны других тел не заставят его изменить это состояние.

Свойство тела сохранять свое состояние неизменным называют **инерцией**, а системы отсчета, в которых выполняется этот закон - **инерциальными.** Такие системы движутся относительно других систем **<u>без</u>** ускорения.

Причина изменения состояния тела, т.е. появление ускорения, связана с понятием **силы**.

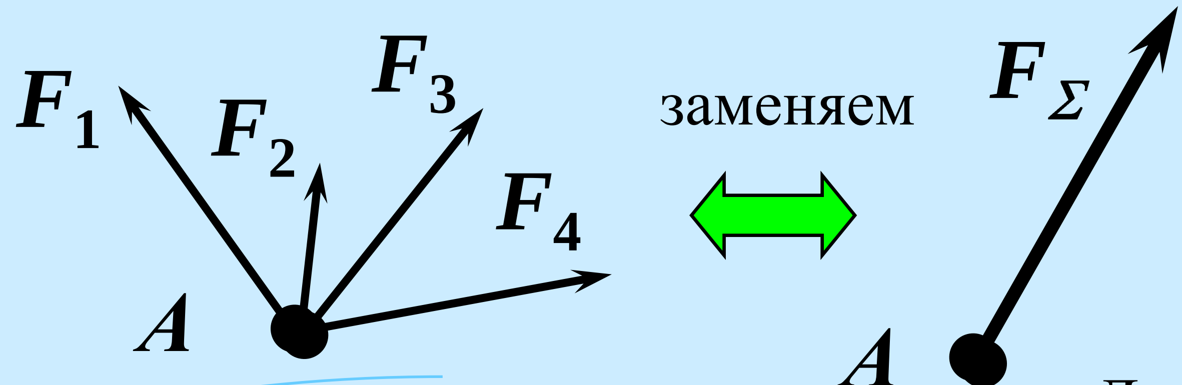
Сила – векторная величина, характеризующая меру механического воздействия на тело со стороны других тел или полей.

Сила задается с помощью модуля, направления и точки приложения.

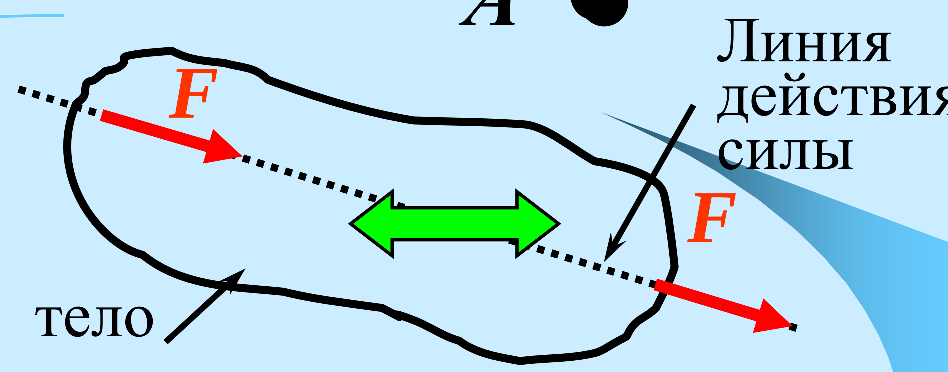
Опыты показали: если на тело действуют n – сил, приложенных в <u>одной точке</u>, то их можно заменить геометрической суммой:

Если силы приложены в разных точках, то их заменять нельзя!

$$\vec{F}_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$



В абсолютно твердом теле точку приложения силы можно переносить вдоль линии действия силы:



5.1.2. Второй закон И.Ньютона

Опыты показывают, что если к разным по массе телам приложить одинаковую силу, то эти тела получат разное ускорение.

$$\frac{\vec{a}_1}{\vec{a}_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

Отсюда - приняв какую-либо массу за эталон, можно измерять любую массу.

С другой стороны ускорение тела зависит от приложенной к нему силы *a=kF* (где *k* коэффициент пропорциональности).

Следовательно:

$$\vec{a}_1 = \frac{m_2\vec{a}_2}{m_1} = k\vec{F}_2 \Rightarrow m_2\vec{a}_2 = k\vec{F}_2$$

Выбор k зависит от выбора системы единиц. В «СИ» k=1. Тогда:

$$m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i$$

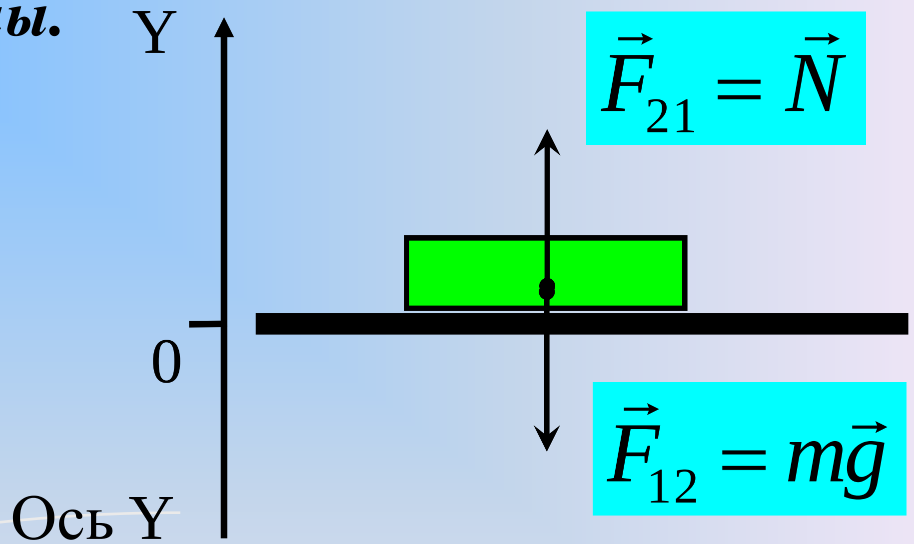
- второй закон Ньютона.

5.1.3. Третий закон И.Ньютона

Третий закон Ньютона устанавливает соотношение между взаимодействующими телами:

Силы, с которыми два тела действуют друг на друга, равны по величине и направлены вдоль одной прямой в противоположные стороны.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



$$\vec{F}_{21} = \vec{N}$$

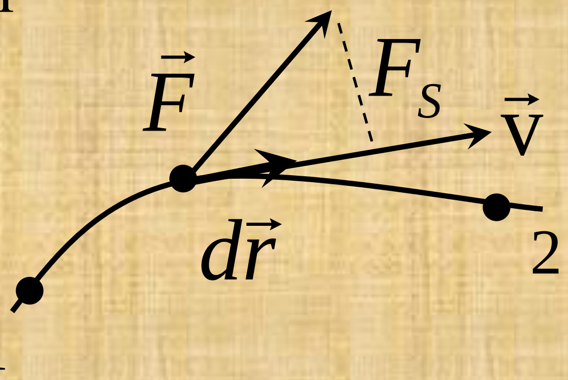
$$\vec{F}_{12} = m\vec{g}$$

Проекция силы F_{12} на ось Y отрицательна, следовательно, переходя от векторов:

$$-F_{12} = -F_{21} \Rightarrow F_{12} = F_{21} \Rightarrow \vec{N} = m\vec{g}$$

Механическая энергия
Работа и мощность силы

Если тело движется прямолинейно и на него действует постоянная сила **F** под углом α, то работа этой силы **А** равна произведению проекции силы на перемещение точки приложения силы.



$$dA = F_S \cdot dS = F \cdot dS \cdot \cos\alpha = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

т.к. $dS = |d\vec{r}|$

$$\boxed{dA = \vec{F} \cdot d\vec{r}}$$

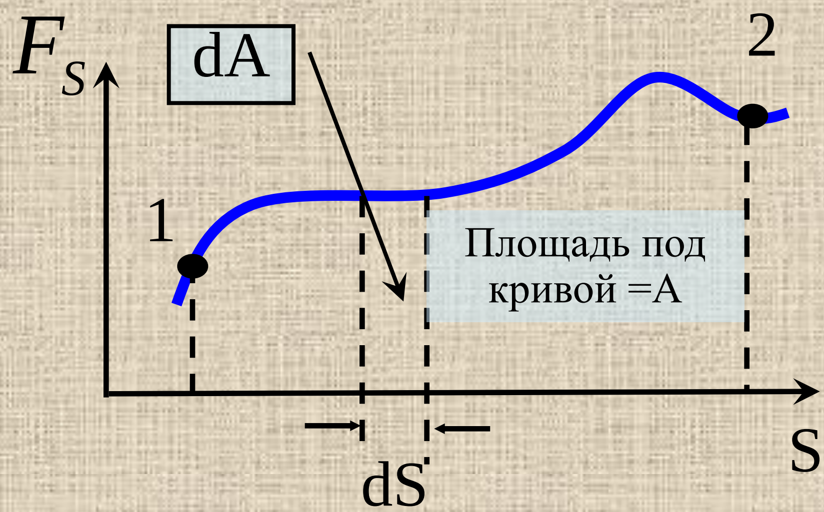
Элементарная работа (скаляр)

Для нахождения полной работы необходимо вычислить интеграл:

$$A = \int_1^2 F \cdot \cos\alpha \, dS = \int_1^2 F_S \, dS$$

$$[A] = 1\,Джоуль = 1\,Н \cdot 1\,м$$

Геометрический смысл работы:



$$\textit{При}\ \alpha < \frac{p}{2} \qquad A > 0\ (\cos\alpha > 0)$$

$$\alpha > \frac{p}{2} \qquad A < 0\ (\cos\alpha < 0)$$

$$\alpha = \frac{p}{2} \qquad A = 0 \quad F \perp S$$

Для характеристики работы, совершаемой силой за единицу времени, вводят понятие мощности.

Мощность силы – это отношение элементарной работы силы за малый промежуток времени к его длительности:

$$N = \frac{dA}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$ Скалярное произведение

$$[N] = 1\,\textit{Ватт} = \frac{1\,\textit{Джоуль}}{1\,\textit{секунда}}$$

Кинетическая энергия

Рассмотрим движение материальной точки под действием силы F. Уравнение движения имеет следующий вид:

$$m \cdot \vec{\mathrm{v}}' = \vec{F}$$ Умножим его скалярно на dS:

$$m \cdot \vec{\mathrm{v}}' \cdot \mathrm{d}\vec{\mathrm{S}} = \vec{F}\mathrm{d}\vec{\mathrm{S}} \qquad \mathrm{d}\vec{\mathrm{S}} = \vec{\mathrm{v}} \cdot \mathrm{dt}$$ Тогда:

$$m \cdot \vec{\mathrm{v}}' \cdot \vec{\mathrm{v}} \cdot \mathrm{dt} = \vec{F}\mathrm{d}\vec{\mathrm{S}} \qquad \left\{ \vec{\mathrm{v}}' = \frac{\mathrm{d}\vec{\mathrm{v}}}{\mathrm{dt}} \quad \Rightarrow \quad \vec{\mathrm{v}}' \cdot \mathrm{dt} = \mathrm{d}\vec{\mathrm{v}} \right\}$$

$$m \cdot \vec{\mathrm{v}} \cdot \mathrm{d}\vec{\mathrm{v}} = \vec{F}\mathrm{d}\vec{\mathrm{S}}$$ Занесем m и v под дифференциал:

$$\mathrm{d}\left(\frac{\mathrm{mv}^2}{2}\right) = \vec{F}\mathrm{d}\vec{\mathrm{S}} = \mathrm{dA}$$ Обозначим: $$\frac{\mathrm{mv}^2}{2} = E_k$$ Тогда:

$$\mathrm{d}E_{\mathrm{k}} = \mathrm{dA}$$ Либо:

$$\int_1^2 d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = \int_1^2 \vec{F}d\vec{S} \quad \Rightarrow \quad \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = A_{12}$$

Выводы: 1. Тело, имеющее массу и движущееся со скоростью **V**, обладает кинетической энергией:

$$\boxed{E_k = {mv^2}/{2}}$$

2. Работа силы, действующей на тело, идет на приращение кинетической энергии этого тела.

3. Кинетическая энергия – это энергия механического движения.

4. В разных инерциальных системах отсчета скорость тела разная, следовательно кинетическая энергия разная. Она зависит от выбора системы отсчета.

5. В случае n – материальных точек:

$$\boxed{E_k = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i v_i^2}{2}}$$

Приведем без вывода теорему Кёнига:

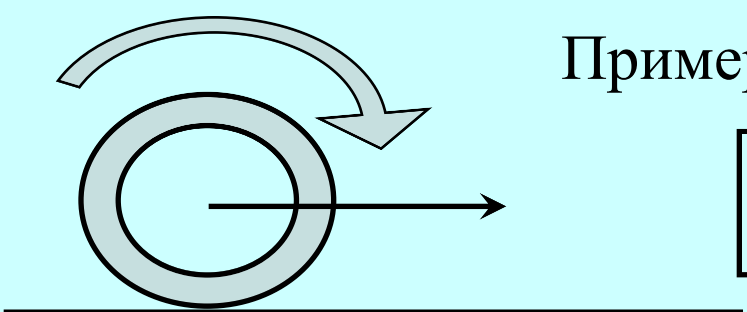
Кинетическая энергия механической системы равна сумме кинетической энергии той же системы при ее движении относительно системы центра масс и кинетической энергии, которую имела бы система, двигаясь поступательно со скоростью ее центра масс.

$$E_k = E_k' + \frac{mv^2_{\text{ц.м.}}}{2}$$

Полная кинетическая энергия

Кинет.эн. движения относит. центра масс

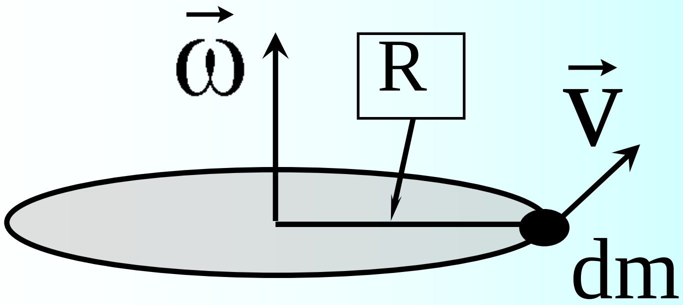
Кинет. эн. поступат. движения центра масс



Пример – колесо. Для него имеем:

$$\boxed{E_k = E_{Вращат} + E_{Поступат}}$$

Найдем кинетическую энергию вращающегося тела



$$dE_k = \frac{dm \cdot v^2}{2} = \frac{1}{2} dm \cdot \omega^2 R^2$$

Так как: $v = \omega R$

$$dE_k = \frac{1}{2}\omega^2 R^2 dm \Rightarrow E_k = \frac{1}{2}\omega^2 \int_M R^2 dm = \frac{J \cdot \omega^2}{2}$$

$$\boxed{E_k = \frac{J \cdot \omega^2}{2}}$$

- кинетическая энергия для вращающегося тела при неподвижной оси.

По т. Кёнига при движении и вращении:

$$\boxed{E_k = \frac{J \cdot \omega^2}{2} + \frac{m \cdot v_{ц.м.}^2}{2}}$$

Полная кинетическая энергия вращающегося и двигающегося тела (колесо, катящееся по дороге).

Найдем еще одно выражение для кинетической энергии вращающегося тела при неподвижной оси

$$dE_k = \frac{1}{2}\vec{v}\cdot\vec{v}\cdot dm = \frac{1}{2}\vec{v}\cdot\left[\vec{\omega}\times\vec{r}\right]\cdot dm =$$

$$\frac{1}{2}\vec{\omega}\cdot\left[\vec{r}\times\vec{v}\right]\cdot dm$$

$$E_k = \int_M \frac{1}{2}\vec{\omega}\cdot\left[\vec{r}\times\vec{v}\right]\cdot dm = \frac{1}{2}\vec{\omega}\cdot\int_M\left[\vec{r}\times\vec{v}\right]\cdot dm = \frac{1}{2}\vec{\omega}\cdot\vec{L}$$

$$\boxed{E_k = \frac{1}{2}\vec{\omega}\cdot\vec{L}} \Leftrightarrow \boxed{E_k = \frac{1}{2}J\cdot\vec{\omega}^2} \Rightarrow \boxed{\vec{L} = J\cdot\vec{\omega}}$$

Потенциальная энергия

Механическая энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением, называется <u>потенциальной энергией.</u>

$$dA = -dE_{потенц} \Rightarrow A_{1-2} = E_{п.1} - E_{п.2}$$

$$\vec{F} \cdot d\vec{r} = -dE_{п.} \Rightarrow E_{п.} = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} + const$$

Потенциальная энергия определяется с точностью до константы, однако нас это не сильно волнует, так как в выражения потенциальная энергия чаще всего входит в виде разности или производной.

Поэтому потенциальную энергию в каком-то месте можно принимать равной нулю.

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = -dE_{п.} = -\left[\frac{\partial E_n}{\partial x} dx + \frac{\partial E_n}{\partial y} dy + \frac{\partial E_n}{\partial z} dz \right]$$

или:

$$\vec{F} = -\left[\frac{\partial E_n}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial E_n}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial E_n}{\partial z}\vec{k}\right]$$ - Градиент функции $E_{n.}$

$$\vec{F} = -grad(E_{n.})$$ Либо, что тоже самое: $$\vec{F} = -\nabla(E_{n.})$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$$ - оператор набла

Консервативной (потенциальной) называют силу, работа которой определяется только начальными и конечными положениями тела и не зависит от формы пути. **Консервативными** силами являются силы тяготения, упругости, и т. д. Все центральные силы консервативны. Пример неконсервативных сил являются силы трения.

Далее, для выяснения вида потенциальной энергии в каждом конкретном случае рассмотрим примеры:

Пример №1: Потенциальная энергия материальной точки в однородном поле

Опр. Поле называется однородным, если сила F, действующая на материальную точку со стороны поля, одинакова во всех точках этого поля. Однородное поле – потенциально (работа не зависит от траектории).

$$\vec{F}\cdot d\vec{r} = F_X dx \qquad dE_{п.} = -dA = -F_X dx$$

Проинтегрируем это выражение:

$$E_{п.}(x) - E_{п.}(0) = -\int_0^X F_X dx = -F_X \cdot x$$

Получаем:

$$E_{п.}(x) = -F_X \cdot x + E_{п.}(0)$$

Примем:

$$\boxed{\begin{gathered} F = -mg \\ E_{п.}(0) = 0 \\ x = h \end{gathered}}$$

Тогда:

$$E_{п.}(x) = -(-mg)\cdot x = mgh$$

$$\boxed{E_{п.}(x) = mgh}$$

Пример №2: Потенциальная энергия упруго деформированного тела

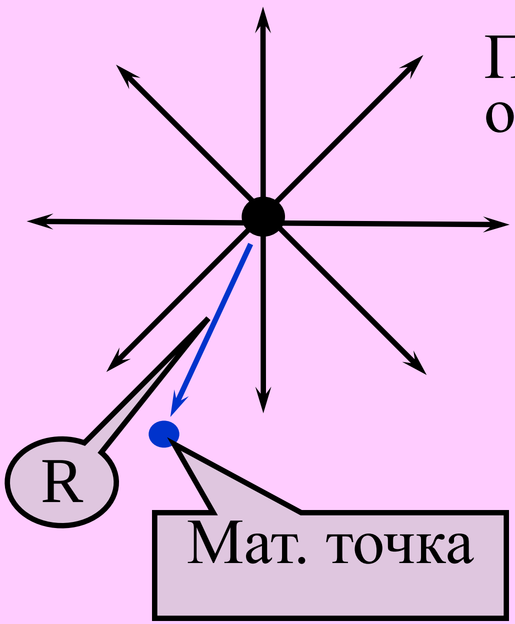
Закон Гука для упруго деформированного тела гласит:

$$\vec{F} = -kx \cdot \vec{i}$$ тогда:

$$dE_{п.} = -dA = -F_X dx = kx \cdot dx$$

$$E_{п.}(X) = k \int_0^X x dx = \frac{kX^2}{2} \Rightarrow \boxed{E_{п.}(X) = \frac{kX^2}{2}}$$

Пример №3: Потенциальная энергия материальной точки в поле центральных сил



Примером поля центральных сил служит поле от электрического заряда.

$$\vec{F} = \frac{F_r(r)}{r}\vec{r}$$

Где R – расстояние от центра до мат. точки

$$dE_{п.} = -dA = -F_r(r)dr$$

$$E_{п.}(r) - E_{п.}(\infty) = -\int_{\infty}^{R} F_r dr$$

Полагаем: $E_{п.}(\infty) = 0$

Пусть: $F_r(r) = \dfrac{K}{r^2}$ Где: K=const, тогда

$$E_{n.}(r) = -\int_r^{\infty} \frac{K}{r^2} dr = \frac{K}{R}$$

$$\boxed{E_{n.}(r) = \frac{K}{R}}$$

А) Закон всемирного тяготения:

$$F_r(r) = G\frac{M \cdot m}{r^2} \qquad K = G \cdot M \cdot m$$

Тогда:

$$\boxed{E_{n.}(r) = G\frac{M \cdot m}{R}}$$

Б) Закон Кулона:

$$F_r(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} q_1 \cdot q_2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{E_{n.}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q_1 \cdot q_2}{R}}$$

Закон сохранения импульса

Изолированной механической системой тел называется система, на которую не действуют внешние силы.

Рассмотрим механическую систему состоящую из n тел. Запишем второй закон Ньютона:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{d}{dt}(m_1\vec{v}_1) &= \vec{F}_1' + \vec{F}_1 \\
\frac{d}{dt}(m_2\vec{v}_2) &= \vec{F}_2' + \vec{F}_2 \\
&\cdots \\
\frac{d}{dt}(m_n\vec{v}_n) &= \vec{F}_n' + \vec{F}_n
\end{aligned}\right\}$$

Где: $\vec{F}_1'$, $\vec{F}_2'$, $\vec{F}_n'$ - равнодействующие внутренних консервативных сил

$\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_n$ - равнодействующие внешних консервативных сил

(+) сложим почленно

$$\frac{d}{dt}(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \cdots + m_n\vec{v}_n) = \vec{F}_1' + \vec{F}_2' + \cdots + \vec{F}_n' + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n$$

По 3-му закону Ньютона геометрическая сумма внутр. сил = 0, т.е.

$$\frac{d}{dt}(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \cdots + m_n\vec{v}_n) = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n$$ Где $\vec{p} = \sum_{i=1}^{n}(m_i\vec{v}_i)$ - импульс системы

Для изолированной системы внешних сил нет $\Rightarrow$

$$\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = 0} \Rightarrow$$

Закон сохранения импульса.

$$\boxed{\vec{p} = const}$$

Импульс замкнутой системы сохраняется.

Закон сохранения энергии

Рассмотрим механическую систему состоящую из n тел. Запишем второй закон Ньютона:

$$\left.\begin{aligned} m_1\frac{d\vec{v}_1}{dt} &= \vec{F}_1' + \vec{F}_1 \\ m_2\frac{d\vec{v}_2}{dt} &= \vec{F}_2' + \vec{F}_2 \\ &\bullet\ \bullet\ \bullet \\ m_n\frac{d\vec{v}_n}{dt} &= \vec{F}_n' + \vec{F}_n \end{aligned}\right\}$$

Где: $\vec{F}_1'$, $\vec{F}_2'$, $\vec{F}_n'$ - равнодействующие внутренних консервативных сил

$\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_n$ - равнодействующие внешних консервативных сил

Умножим каждое на dr_i, при этом помним, что: $dr_i = \vec{v}_i \cdot dt$

Проведем математич. действия с левой частью выражения :

$$m_1\frac{d\vec{v}_1}{dt}\cdot dr_1 = (\vec{F}_1' + \vec{F}_1)\cdot dr_1 = m_1\frac{d\vec{v}_1}{dt}\cdot\vec{v}_1 dt = m_1\cdot\vec{v}_1 d\vec{v}_1$$

Итак: $$m_1\cdot\vec{v}_1 d\vec{v}_1 = (\vec{F}_1' + \vec{F}_1)\cdot dr_1$$

Далее перепишем систему исходных уравнений и почленно их сложим:

$$\left.\begin{aligned} m_1\vec{v}_1\cdot d\vec{v}_1-(\vec{F}_1'+\vec{F}_1)d\vec{r}_1=0\\ m_2\vec{v}_2\cdot d\vec{v}_2-(\vec{F}_2'+\vec{F}_2)d\vec{r}_2=0\\ \bullet\quad\bullet\quad\bullet\\ m_n\vec{v}_n\cdot d\vec{v}_n-(\vec{F}_n'+\vec{F}_n)d\vec{r}_n=0 \end{aligned}\right\}$$

(+) сложим почленно

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} m_i(\vec{v}_i\cdot d\vec{v}_i)-\sum_{i=1}^{n}(\vec{F}_i'+\vec{F}_i)d\vec{r}_i=0}$$

$$\sum_{i=1}^{n} m_i(\vec{v}_i\cdot d\vec{v}_i)=\sum_{i=1}^{n} d\left(\frac{m_i v_i^2}{2}\right)=dE_k$$

- приращение кинетической энергии

$$-\sum_{i=1}^{n}(\vec{F}_i'+\vec{F}_i)d\vec{r}_i=dE_П$$

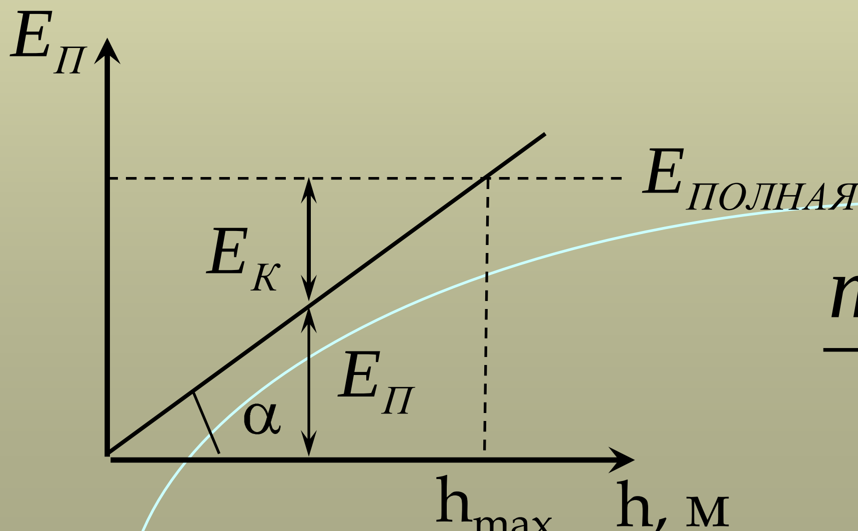
- приращение потенциальной энергии

$dE_k + dE_П = 0$ Проинтегрируем: $\int_1^2 d(E_k + E_П) = 0 \Longrightarrow$

$\boxed{E_k + E_П = const}$ В консервативных системах полная механическая энергия сохраняется.

Графическое представление закона сохранения энергии.

Тело, массы m поднятое на высоту h обладает потенциальной энергией: $E_П = mgh$ - график прямая из (0,0).



tgα=mg Падая, тело уменьшает потенц. энергию и увеличивает кинетическую.

$$\frac{m \cdot v^2}{2} = mgh_{max} - mgh$$

$$v = \sqrt{2g(h_{max} - h)}$$

Механический удар тел

Удар заключается в следующем: кинетическая энергия за короткое время преобразуется в энергию упругой деформации. Опыты показывают, что относительная скорость тел после удара ниже расчетной, т. к. нет идеально упругих тел. Характеристикой этого факта служит коэффициент восстановления:

$$\varepsilon = \frac{v'_{после\,удара}}{v_{до\,удара}}$$

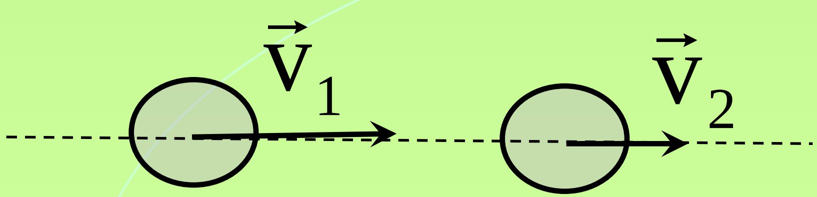
При $\varepsilon=0$ тела абсолютно **неупругие**

При $\varepsilon=1$ тела абсолютно **упругие**

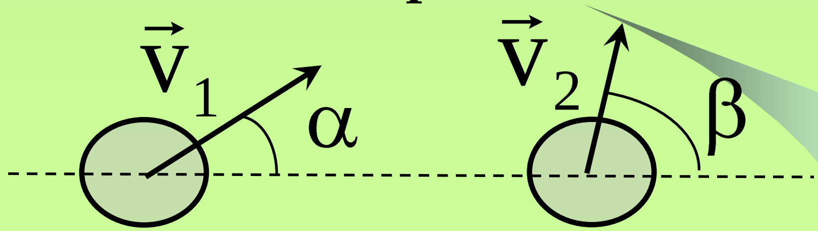
На практике $0<\varepsilon<1$ $\varepsilon=0{,}56$ – сталь, $\varepsilon=0{,}01$ – свинец.

Удар называется **центральным**, если тела до удара движутся вдоль прямой, проходящей через их центры масс.

Центральный



Не центральный



Абсолютно упругий удар – это такой удар, при котором вся кинетическая энергия системы до удара переходит полностью в кинетическую энергию после удара.

При этом выполняются законы сохранения импульса и энергии (потенциальная энергия не меняется).

Найдем выражения для скоростей после абс. упруг. удара:

$$\left.\begin{aligned} m_1\cdot\vec{v}_1 + m_2\cdot\vec{v}_2 &= m_1\cdot\vec{v}\,'_1 + m_2\cdot\vec{v}\,'_2 \\ \frac{m_1\cdot\vec{v}_1^{\,2}}{2} + \frac{m_2\cdot\vec{v}_2^{\,2}}{2} &= \frac{m_1\cdot\vec{v}\,'^2_1}{2} + \frac{m_2\cdot\vec{v}\,'^2_2}{2} \end{aligned}\right\}$$

Где: $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ – скорости шаров до удара

$\vec{v}\,'_1, \vec{v}\,'_2$ - после удара

Перенесем слагаемые с индексами 1 в одну часть, а с 2 в друг.

$$\left.\begin{aligned} m_1\cdot(\vec{v}_1 - \vec{v}\,'_1) &= m_2\cdot(\vec{v}\,'_2 - \vec{v}_2) \\ m_1\cdot(\vec{v}_1^{\,2} - \vec{v}\,'^2_1) &= m_2\cdot(\vec{v}\,'^2_2 - \vec{v}_2^{\,2}) \end{aligned}\right\}$$

Раскроем разность квадратов во втором уравнении

$$\underbrace{m_1\cdot(\vec{v}_1 - \vec{v}\,'_1)}\cdot(\vec{v}_1 + \vec{v}\,'_1) = m_2\cdot(\vec{v}\,'_2 - \vec{v}_2)\cdot(\vec{v}\,'_2 + \vec{v}_2)$$

Заметим, что эти выражения равны.

$$m_2 \cdot \left(\vec{v}_2' - \vec{v}_2\right) \cdot \left(\vec{v}_1 + \vec{v}_1'\right) = m_2 \cdot \left(\vec{v}_2' - \vec{v}_2\right) \cdot \left(\vec{v}_2' + \vec{v}_2\right)$$

Сокращая на равные части, получим: $\vec{v}_1 + \vec{v}_1' = \vec{v}_2' + \vec{v}_2$

Тогда, переписав систему уравнений имеем:

$$\left.\begin{array}{l} m_1 \cdot \left(\vec{v}_1 - \vec{v}_1'\right) = m_2 \cdot \left(\vec{v}_2' - \vec{v}_2\right) \\ \vec{v}_1 + \vec{v}_1' = \vec{v}_2' + \vec{v}_2 \end{array}\right\}$$

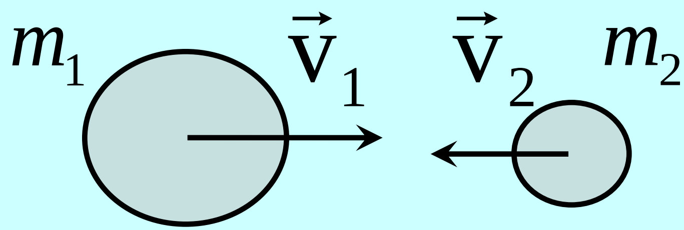
Решим систему относительно $\vec{v}_1', \vec{v}_2'$

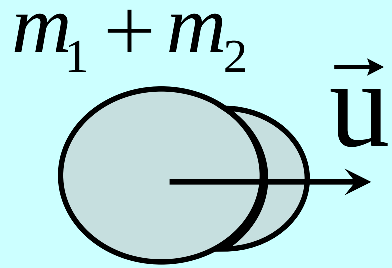
$$\boxed{\vec{v}_1' = \frac{\left(m_1 - m_2\right)\vec{v}_1 + 2m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}}$$

$$\boxed{\vec{v}_2' = \frac{\left(m_2 - m_1\right)\vec{v}_2 + 2m_1\vec{v}_1}{m_1 + m_2}}$$

Формулы для расчета скоростей после абсолютно упругого удара.

Абсолютно неупругий удар – это столкновение, после которого тела объединяются (слипаются) и далее двигаются совместно.





Тела «слиплись»
Пример – глиняные шары

Для абсолютно неупругого удара выполняется только закон сохранения импульса. Законом сохранения энергии очень трудно пользоваться, т.к. трудно учесть долю энергии, расходуемой на деформацию, изменение температуры и т. д. Следовательно:

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{u}$$

$$\boxed{\vec{u} = \frac{m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2}{m_1 + m_2}}$$

- формула для скорости после неупругого удара

Что же происходит с кинетической энергией?

Из–за деформации тел происходит потеря энергии. Предлагаю ее найти.

$$\Delta E_k = \left(\frac{m_1 \cdot \vec{v}_1^{\,2}}{2} + \frac{m_2 \cdot \vec{v}_2^{\,2}}{2} \right) - \frac{(m_1 + m_2) \cdot \vec{u}^{\,2}}{2} =$$

Потеря энергии

$$E_{k(до\ удара)} - E_{k(после удара)}$$

Подставим вместо u выражение тогда:

$$\Delta E_k = \frac{m_1 \cdot m_2}{2(m_1 + m_2)} (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)^2$$

Каждому студенту я предлагаю дома, самостоятельно получить эту формулу!

Ремарочка (КОЛЕБАНИЯ БЫ СЮДА ВСТАВИТЬ УСПЕЕМ-ИЗУЧИМ)