

УДК 535.375.5.01

ИНТЕНСИВНОСТЬ АНТИСТОКСОВА РАССЕЯНИЯ  
В ПОЛЕ ШИРОКОПОЛОСНОЙ НАКАЧКИ  
ПРИ ОТСУТСТВИИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ СВЯЗИ  
СО СТОКСОВОЙ ВОЛНОЙ

B. I. Однцов

Определена интенсивность антистоксовых компонент комбинационного рассеяния и рассеяния Мандельштама—Бриллюэна при широкополосном возбуждении в условиях, когда параметрическая связь стоксовых и антистоксовых волн несущественна. Показано, что предельно достижимая интенсивность антистоксова излучения в некогерентном режиме рассеяния намного больше, чем в когерентном. Исследовано влияние возбуждения антистоксовой компоненты на колебания среды.

В ряде задач, например, при анализе населенностей колебательных уровней молекул методом комбинационного рассеяния света (КР) представляет интерес получение максимально интенсивного рассеяния на антистоксовой частоте в отсутствие параметрической связи со стоксовой волной. В настоящей работе проведен расчет интенсивности антистоксовой ( $AS$ ) компоненты в поле широкополосной накачки, базирующейся на спектральном подходе. Считается, что ширина спектра накачки  $\Delta\omega_L$  много больше ширины линии спонтанного рассеяния  $\Delta\Omega$ . Предположение об отсутствии параметрической связи стоксовых и антистоксовых волн означает, что в случае КР наблюдение  $AS$ -компоненты ведется в направлениях, для которых не выполняется известное условие пространственного синхронизма, а также не имеет места возбуждение  $AS$ -компоненты, обусловленное захватом фаз [2]. В случае рассеяния Мандельштама—Бриллюэна (РМБ) параметрической связью можно пренебречь, если угол рассеяния  $\theta$  не слишком мал. Хотя интенсивность стоксовой ( $S$ ) компоненты рассматривалась ранее в ряде работ [1, 3, 4], для полноты картины она приводится далее паряду с интенсивностью  $AS$ -компоненты.

Пусть нелинейная среда имеет вид неограниченного слоя толщиной  $l$ , расположенного между двумя плоскостями, перпендикулярными к оси  $z$ . Линейно-поляризованное поле накачки в среде представим в виде

$$E_L = e_L \int_0^\infty \mathcal{E}_L(\omega) \exp\{i[\omega t - k(\omega)z]\} d\omega, \text{ где } |e_L| = 1, k(\omega) = \omega n(\omega)/c,$$

$n(\omega)$  — показатель преломления. Поля как  $AS$ -, так и  $S$ -компонент будем искать в виде

$$E = \int_0^\infty d\omega \int_{-\infty}^\infty d^2\beta \mathcal{E}(\omega, \beta, z) \exp\{i[\omega t - k(\omega, \beta)r]\},$$

где  $k(\omega, \beta) = \beta + z_1 k_z(\omega, \beta)$ ,  $\beta \perp z_1$ ,  $z_1$  — орт оси  $z$ ,  $k_z(\omega, \beta) = \pm \sqrt{k^2(\omega) - \beta^2}$ ,  $|\beta| < k(\omega)$ . В рассматриваемом случае отсутствия параметрической связи  $S$ - и  $AS$ -волн поля с различными  $\beta$  можно рассчитывать независимо друг от друга (при наличии этой связи взаимодействуют  $S$ - и  $AS$ -волны с противоположными значениями  $\beta$ ). Нетрудно показать также, что за исключением очень малых  $|k_z|$  поля с  $k_z > 0$  и с  $k_z < 0$  можно рассматривать независимо друг от друга. В даль-

нейшем знак  $k_z$  будем считать фиксированным. Если ограничиться такими  $\beta$ , при которых угол между  $\mathbf{k}(\omega, \beta)$  и  $\mathbf{e}_L$  не сильно отличается от  $\pi/2$ , то  $\mathcal{E}(\omega, \beta, z) = \mathbf{e}(\omega, \beta) \mathcal{E}^*(\omega, \beta, z)$ , где единичный вектор  $\mathbf{e}(\omega, \beta)$  компланарен с векторами  $\mathbf{e}_L$  и  $\mathbf{k}(\omega, \beta)$ ,  $\mathbf{e}(\omega, \beta) \perp \mathbf{k}(\omega, \beta)$  и  $\mathbf{e}(\omega, \beta) \mathbf{e}_L > 0$ .

Для определенности дальнейшее рассмотрение проведем для РМБ. Предположим, что  $\Delta\omega_L < 2\bar{\Omega}$ , где  $\bar{\Omega}$  — сдвиг РМБ для рассматриваемого угла рассеяния. Тогда  $S$ - и  $AS$ -компоненты будут разделены по спектру. Исключим из рассмотрения малые углы рассеяния, полагая  $\theta^2 k \gg \max\left\{g', \frac{\pi}{2L}\right\}$ , где  $g'$  — коэффициент усиления  $S$ -волны в поле широкополосной накачки. При этом условии можно пренебречь параметрической связью  $S$ - и  $AS$ -волн.

Рассмотрим давление, создаваемое в среде силами электрострикции [5]. Пусть комплексная функция  $\tilde{p}^+(t, \mathbf{r})$  описывает давление, создаваемое накачкой и  $S$ -вольной, а  $\tilde{p}^-(t, \mathbf{r})$  — накачкой и  $AS$ -вольной. Используя разложение  $\tilde{p}^\pm(t, \mathbf{r}) = \int_0^\infty \tilde{p}^\pm(\Omega, \beta, \mathbf{r}) e^{i\Omega t} d\Omega$ , получим  $\tilde{p}^\pm(\Omega, \beta, \mathbf{r}) = \int \tilde{p}^\pm(\Omega, \beta, \mathbf{r}) d^2\beta$ , где

$$\tilde{p}^+(\Omega, \beta, \mathbf{r}) = C(\Omega, \beta) \int_0^\infty \mathcal{E}_L(\omega + \Omega) \mathcal{E}_S^*(\omega, \beta, z) e^{-i\mathbf{q}^{\Omega+}(\omega, \beta) \mathbf{r}} d\omega, \quad (1)$$

$$\tilde{p}^-(\Omega, \beta, \mathbf{r}) = C(\Omega, \beta) \int_0^\infty \mathcal{E}_{AS}(\omega, \beta, z) \mathcal{E}_L^*(\omega - \Omega) e^{-i\mathbf{q}^{\Omega-}(\omega, \beta) \mathbf{r}} d\omega. \quad (2)$$

Здесь

$$C(\Omega, \beta) = \frac{Ym(\beta) \bar{\Omega}(\beta)}{8\pi i \Delta\Omega(\beta)} \frac{1 - i\rho(\Omega, \beta)}{1 + \rho^2(\Omega, \beta)},$$

$Y$  — постоянная, введенная в [5],  $\bar{\Omega}(\beta) = 2\bar{\omega} \frac{\hat{v}}{v} \sin \frac{\theta(\beta)}{2}$  — частотный сдвиг РМБ,  $\bar{\omega}$  — средняя частота рассеяния,  $\theta(\beta)$  — угол между  $\mathbf{k}(\bar{\omega}, \beta)$  и  $\mathbf{z}_1$ ,  $\hat{v} = \hat{v}[\bar{\Omega}(\beta)]$  — фазовая скорость гиперзвука,  $v = c/n$ ,  $\Delta\Omega(\beta)$  — ширина линии теплового РМБ,  $m(\beta) = \mathbf{e}_L \mathbf{e}(\bar{\omega}, \beta)$ ,  $\rho(\Omega, \beta) = 2[\Omega - \bar{\Omega}(\beta)]/\Delta\Omega(\beta)$ ,  $\mathbf{q}^{\Omega\pm}(\omega, \beta) = \mp \mathbf{k}(\omega, \beta) \pm \mathbf{k}_L(\omega \pm \Omega)$ ,  $\mathbf{k}_L(\omega) = k(\omega) \mathbf{z}_1$ . Перпендикулярная к оси  $z$ -составляющая  $\mathbf{q}_\perp^{\Omega\pm}(\omega, \beta) = \mp \beta$ .

Давление, обусловленное тепловыми флуктуациями, представим в виде

$$p_0(t, \mathbf{r}) = \int_0^\infty p_0(\Omega, \beta) e^{i\Omega t} d\Omega, \quad p_0(\Omega, \mathbf{r}) = \int_{-\infty}^\infty \rho_0(\Omega, \mathbf{q}) e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}} d^3\mathbf{q}. \quad (3)$$

Проводя вычисление нелинейной поляризации среды, связанной с  $\tilde{p}^\pm$ , и «спонтанной» поляризации, связанной с  $p_0$ , приходим к уравнению

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{E}(\omega, \beta, z)}{\partial z} = & \pm \frac{cn}{4\pi \cos \theta(\beta)} \int_0^\infty d\Omega \frac{1 \pm i\rho(\Omega, \beta)}{1 + \rho^2(\Omega, \beta)} \mathcal{E}_L(\omega \pm \Omega) \int_0^\infty d\omega' \mathcal{E}(\omega', \beta, z) \mathcal{E}_L^*(\omega' \pm \Omega) e^{\pm i\Delta\beta \omega' \omega z} + \\ & + \frac{Y\beta_S \bar{\omega} [m(\beta) + 1]}{8icn \cos \theta(\beta)} \int_{-\infty}^\infty dq_z \int_0^\infty d\Omega a(\Omega, \beta, q_z) \mathcal{E}_L(\omega \pm \Omega) e^{\pm i[q_z - q_z^{\Omega\pm}(\omega, \beta)]z}, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$b(\beta) = \frac{Y^2 \beta_S \bar{\omega} \bar{\Omega}(\beta) \chi(\beta)}{2\Delta\Omega(\beta) n^2 c^2}, \quad \chi(\beta) = \frac{m(\beta)}{2} [m(\beta) + 1],$$

$\beta_S$  — сжимаемость среды [5],  $\Delta\beta_{\omega' \omega}^{\Omega\pm} = q_z^{\Omega\pm}(\omega', \beta) - q_z^{\Omega\pm}(\omega, \beta)$ . Здесь и далее верхние знаки берутся для  $S$ -, нижние — для  $AS$ -компоненты. Для  $S$ -компоненты  $a(\Omega, \beta, q_z) = \rho_0^*(\Omega, -\beta, q_z)$ , для  $AS$ -компоненты  $a(\Omega, \beta, q_z) = \rho_0(\Omega, \beta, q_z)$ , где  $\rho_0(\Omega, \pm \beta, q_z) = \rho_0(\Omega, \mathbf{q})$  при  $\mathbf{q} = \pm \beta + \mathbf{z}_1 q_z$ . Волновая расстройка выражается в виде

$$\Delta\beta_{\omega' \omega}^{\Omega\pm} = \pm(\omega' - \omega) \left[ \frac{1}{u_L} - \frac{1}{u \cos \theta(\beta)} \right],$$

где  $u_L$  — групповая скорость накачки,  $u$  — групповая скорость  $S$ - или  $AS$ -компоненты. Максимальная расстройка равна

$$\Delta_{\beta \max} = \Delta\omega_L \left| \frac{1}{u_L} - \frac{1}{u \cos \theta(\beta)} \right|.$$

Выделяя в интеграле по  $d\omega'$  значение  $\omega' = \omega$ , можно выделить в правой части (4) непараметрический член [7].

Далее для определенности будем считать, что возбуждающее излучение представляет собой стационарный гауссов случайный процесс, хотя те же результаты получаются, если оно состоит из несфазированных мод.<sup>1</sup> Решение (4) осуществляется путем введения парциальных полей  $\mathcal{E}_{\Omega q_z}(\omega, \beta, z)$  и учета корреляции их спектров со спектром накачки

$$\mathcal{E}(\omega, \beta, z) = \int_0^\infty d\Omega \int_{-\infty}^\infty dq_z \mathcal{E}_{\Omega q_z}(\omega, \beta, z), \quad \mathcal{E}_{\Omega q_z}(\omega, \beta, z) = f_{\Omega q_z}(\omega, \beta, z) \mathcal{E}_L(\omega \pm \Omega),$$

где  $f_{\Omega q_z}(\omega, \beta, z)$  непрерывна по  $\omega$  [4, 6, 8].

Рассмотрим случай малой расстройки  $\Delta_{\beta \max} \ll \pi/2L$  (когерентный режим рассеяния [1]). В нулевом приближении [4, 6, 7], полагая  $f_{\Omega q_z}(\omega, \beta, z) = a(\Omega, \beta, q_z) \times \psi_{\Omega q_z}(\omega, \beta, z)$ , где  $\psi_{\Omega q_z}(\omega, \beta, z)$  непрерывна не только по  $\omega$ , но и по  $\Omega, \beta, q_z$ , получаем из уравнения (4) после выделения в нем непараметрического члена

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_{\Omega q_z}(\omega, \beta, z)}{\partial z} &= \pm \psi_{\Omega q_z}(\omega, \beta, z) \frac{b(\beta) I_L}{2 \cos \theta(\beta)} \int_0^\infty \frac{1 \pm i\rho(\Omega, \beta)}{1 + \rho^2(\Omega, \beta)} \eta_L(\omega \pm \Omega) d\Omega \pm \\ &\pm \frac{b(\beta) I_L}{2 \cos \theta(\beta)} \frac{1 \pm i\rho(\Omega, \beta)}{1 + \rho^2(\Omega, \beta)} \int_0^\infty d\omega' \eta_L(\omega' \pm \Omega) \psi_{\Omega q_z}(\omega', \beta, z) e^{\pm i \Delta_{\beta \omega' \omega} z} + \\ &+ \frac{Y \beta_S \bar{w} [m(\beta) + 1]}{8icn \cos \theta(\beta)} e^{\pm i [q_z - q_z^{Q \pm}(\omega, \beta)] z}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь  $\eta_L(\omega) = J_L(\omega)/I_L$ ,  $J_L$  — спектральная плотность интенсивности накачки,  $I_L$  — средняя интенсивность,  $I_L = \int_0^\infty J_L(\omega) d\omega$ , знак  $\int$  означает, что из области интегрирования исключена бесконечно малая окрестность точки  $\omega' = \omega$ . Уравнение, получаемое в нулевом приближении без предварительного выделения в (4) непараметрического члена, отличается от (5) отсутствием первого члена в правой части и заменой во втором члене  $\int \rightarrow \int$ . Оно учитывает только параметрическое взаимодействие, поскольку член непараметрического взаимодействия, не будучи предварительно выделен в (4), автоматически отбрасывается при переходе к нулевому приближению. Ниже мы увидим, что этот член несмотря на свою малость ( $\sim \Delta\Omega/\Delta\omega$  от параметрического члена) играет важную роль в стабилизации интенсивности  $AS$ -компоненты. Границное условие имеет вид  $\psi_{\Omega q_z}(\omega, \beta, z_0) = 0$ , где в зависимости от направления рассеяния точка  $z_0$  соответствует левой или правой границе слоя. В рассматриваемом случае малой расстройки, выбирая начало отсчета  $z = 0$  в пределах слоя, можно положить

$$\exp(\pm i \Delta_{\beta \omega' \omega} z) \approx 1, \quad q_z^{Q \pm}(\omega, \beta) \approx q_z^{Q \pm}(\beta),$$

где

$$q_z^{Q \pm}(\beta) = \int_0^\infty q_z^{Q \pm}(\omega, \beta) \eta_L(\omega \pm \Omega) d\omega.$$

<sup>1</sup> Фазировка мод допустима, если расстояние между ними много больше  $\Delta\Omega$ . Теория распространяется и на случай монохроматической накачки  $\mathcal{E}_L(\omega) = E_L \delta(\omega - \omega_L)$  [6].

Спектральная плотность интенсивности суммарного поля волн со значениями  $\beta$ , лежащими в некоторой области ( $\beta$ ), может быть представлена в виде<sup>[4]</sup>

$$J^{(\beta)}(\omega, z) = \int_{(\beta)} J(\omega, \beta, z) d^2\beta,$$

где

$$J(\omega, \beta, z) = I_L \int_0^\infty d\Omega \eta_L(\omega \pm \Omega) \int_{-\infty}^\infty dq_z S_0(\Omega, \mp\beta, q_z) |\psi_{\Omega q_z}(\omega, \beta, z)|^2.$$

Здесь  $S_0(\Omega, \mp\beta, q_z) = S_0(\Omega, \mathbf{q})$  при  $\mathbf{q} = \mp\beta + z_1 q_z$ , а функция  $S_0(\Omega, \mathbf{q})$  определяется соотношением

$$S_0(\Omega, \mathbf{q}) \delta(\Omega - \Omega') \delta(\mathbf{q} - \mathbf{q}') = \overline{\rho_0(\Omega, \mathbf{q}) \rho_0^*(\Omega', \mathbf{q}')},$$

в котором усреднение проводится по ансамблю реализаций  $p_0(t, \mathbf{r})$ . Рассматривая возбуждение  $p_0(t, \mathbf{r})$  под действием случайных флюктуационных сил, можно получить

$$S_0(\Omega, \mathbf{q}) = \frac{k_B T \Delta \Omega_0}{8\pi^4 \beta_S} \frac{1}{(\Omega - \Omega_0)^2 + \left(\frac{\Delta \Omega_0}{2}\right)^2}, \quad (6)$$

где  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $\Omega_0 = \hat{v} |\mathbf{q}|$ ,  $\Delta \Omega_0 = \Delta \Omega(\Omega_0)$ .

Спектральная плотность яркости в направлении единичного вектора  $\mathbf{k}_1$  связана с  $J(\omega, \beta, z)$  соотношением

$$\mathcal{B}(\omega, \mathbf{k}_1, z) = k^2(\omega) |\cos \theta(\mathbf{k}_1)| J[\omega, k(\omega) \mathbf{k}_{1\perp}, z],$$

где  $\theta(\mathbf{k}_1)$  — угол между  $\mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{z}$ ,  $\mathbf{k}_{1\perp}$  — перпендикулярная к оси  $z$  составляющая  $\mathbf{k}_1$ .

Решение (5) без учета непараметрического члена приводит к следующему выражению для спектральной плотности яркости:

$$\mathcal{B}(\omega, \mathbf{k}_1, z) = \pm A \int_0^\infty \eta_L(\omega \pm \Omega) \left( e^{\pm \frac{G}{1+\rho^2}} - 1 \right) d\Omega, \quad (7)$$

где

$$A = \frac{k_B T \bar{\omega}}{2\pi \bar{\lambda}^2 \bar{\Omega}(\mathbf{k}_1)}, \quad \bar{\lambda} = \frac{2\pi}{k(\bar{\omega})}, \quad G = \frac{b(\mathbf{k}_1) I_L(z - z_0)}{\cos \theta(\mathbf{k}_1)} > 0,$$

$$\rho = \rho(\Omega, \mathbf{k}_1) = \rho(\Omega, \beta), \quad \bar{\Omega}(\mathbf{k}_1) = \bar{\Omega}(\beta), \quad b(\mathbf{k}_1) = b(\beta) \text{ при } \beta = k(\omega) \mathbf{k}_{1\perp}.$$

При  $\eta_L(\omega) = \delta(\omega - \omega_L^0)$  (7) дает известное выражение для яркости рассеяния в случае монохроматической накачки<sup>[9]</sup>. При возрастании  $G$   $\mathcal{B}_{AS}$  стремится к предельному значению, равному  $A$ . Ширина спектра  $AS$ -компоненты увеличивается с ростом  $G$  и может значительно превышать  $\Delta \Omega$ .

При широкополосной накачке  $AS$ - и  $S$ -компоненты повторяют достаточно крупные детали спектрального распределения накачки. Интегральная яркость  $B(\mathbf{k}_1, z) = \int_0^\infty \mathcal{B}(\omega, \mathbf{k}_1, z) d\omega$  оказывается равна интегральной яркости при монохроматической накачке.

Решение (5) с учетом непараметрического члена может быть легко найдено лишь при прямоугольной форме спектра накачки. В этом случае

$$\mathcal{B}(\omega, \mathbf{k}_1, z) = \pm A \int_0^\infty \eta_L(\omega \pm \Omega) \frac{e^{\pm G \left( \mu + \frac{1}{1+\rho^2} \right)} - 1}{1 + \mu (1 + \rho^2)} d\Omega, \quad (8)$$

$$\text{где } \mu = \frac{\pi}{2} \frac{\Delta \Omega}{\Delta \omega_L}.$$

При  $\exp(-\mu G) \ll 1$   $\mathcal{B}_{AS}$  приближается к предельному значению  $A \sqrt{\mu}$ . Таким образом, непараметрическое взаимодействие приводит к стабилизации

яркости  $AS$ -компоненты при достаточно больших значениях  $G$ . Предельное значение  $B_{AS}$  равно  $A\sqrt{\mu} \Delta \omega_L$ . При  $G \ll 1/\mu$  выражения (7) и (8) дают совпадающие результаты.

Рассмотрим теперь некогерентный режим рассеяния [1], возникающий при  $\Delta\beta_{max} \gg \pi/2l$  и  $\Delta\beta_{max} \gg g(\beta)$ , где  $g(\beta) = b(\beta) I_L / |\cos \theta(\beta)|$  совпадает с коэффициентом усиления  $S$ -компоненты в поле монохроматической накачки. Здесь можно пренебречь параметрическим взаимодействием, вследствие чего уравнение для  $\psi_{\Omega q_z}$  отличается от (5) отсутствием второго члена в правой части. Для яркости рассеяния найдем

$$\mathcal{B}(\omega, k_1, z) = \pm A (e^{\pm \mu(\omega)G} - 1), \quad (9)$$

где

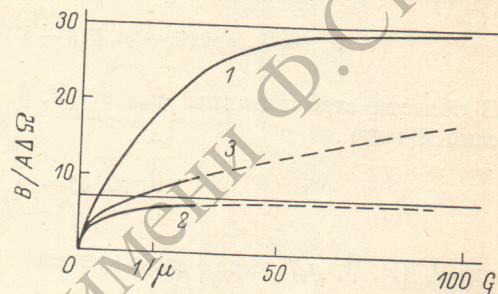
$$\mu(\omega) = \int_0^\infty \frac{\eta_L(\omega \pm \Omega)}{1 + \rho^2(\Omega, k_1)} d\Omega.$$

При  $\exp[-\mu(\omega)G] \ll 1$   $\mathcal{B}_{AS}(\omega, k_1, z)$  приближается к предельному значению, равному  $A$ . Таким образом, предельная интенсивность  $AS$ -компоненты в некогерентном режиме рассеяния оказывается намного больше, чем в когерентном.

На рис. 1 представлена зависимость интегральной яркости  $B_{AS}$  от  $G$  при

Рис. 1. Интегральная яркость антистокковой компоненты.

1, 2 — широкополосная накачка,  $\Delta\omega_L/\Delta\Omega = 30$ , некогерентный (1) и когерентный (2) режимы рассеяния, 3 — монохроматическая накачка.



монохроматической и широкополосной накачке с прямоугольной формой спектра. Горизонтальные линии указывают предельную яркость при когерентном и некогерентном режимах рассеяния. В случае когерентного режима, как и при монохроматической накачке, интенсивность  $S$ -компоненты при  $G \geq 20-30$  настолько велика, что в реальных условиях происходит истощение накачки. Поэтому кривые 2, 3 в области больших  $G$  даны штриховыми линиями. В случае некогерентного режима истощение накачки, согласно (9), может произойти лишь при очень больших значениях  $G$ , когда  $\mu G \geq 20-30$  (предполагается, что режим рассеяния является некогерентным при любых направлениях  $k_1$ , для которых усиление достаточно велико). В то же время  $\mathcal{B}_{AS}$  приближается к предельному значению уже при  $\mu G \geq 2$ .

Рассмотрим, как влияет возбуждение  $AS$ -компоненты на колебания среды. Спектр широкополосной накачки примем прямоугольным. Ограничимся областью значений  $z$ , в которой имеет место стабилизация  $\mathcal{B}_{AS}$ . Используя (2), можно показать, что в этой области  $\tilde{p}^-(\Omega, \beta, r)$  есть суперпозиция статистически независимых плоских волн с постоянными амплитудами и отрицательными проекциями волновых векторов на ось  $z$

$\tilde{p}^-(\Omega, \beta, r) = \int_{-\infty}^0 \tilde{p}^-(\Omega, \beta, q_z, r) dq_z$ , где зависимость  $\tilde{p}^-(\Omega, \beta, q_z, r)$  от  $r$  дается множителем  $\exp(-iqr)$ ,  $q = \beta + z_1 q_z$ ,  $q_z < 0$ . Напротив, давление  $\tilde{p}^+(\Omega, \beta, r)$ , создаваемое накачкой и  $S$ -компонентой, на основании (1) есть сумма волн с  $q_z > 0$ . Используя (3), запишем  $p_0(\Omega, r) = p_0^+(\Omega, r) + p_0^-(\Omega, r)$ , где  $p_0^+$  и  $p_0^-$  определяются интегрированием соответственно по положительным и отрицательным  $q_z$ .

Представим

$$p_0^-(\Omega, r) = \int p_0^-(\Omega, \beta, r) d^2\beta, \quad p_0^-(\Omega, \beta, r) = \int_{-\infty}^0 p_0^-(\Omega, \beta, q_z, r) dq_z,$$

где

$$p_0^-(\Omega, \beta, q_z, r) = \rho_0^-(\Omega, \beta, q_z) \exp(-iqr).$$

Знак «—» у  $p_0^-(\Omega, \beta, q_z, r)$  и  $\tilde{p}_0^-(\Omega, \beta, q_z)$  указывает, что  $q_z < 0$ . Для результирующей обратной волны  $p^- = p_0^- + \tilde{p}^-$  имеем

$$p^-(\Omega, r) = p_0^-(\Omega, r) + \tilde{p}^-(\Omega, r), \quad p^-(\Omega, r) = \int_{-\infty}^0 p^-(\Omega, \beta, r) d^2\beta, \quad p^-(\Omega, \beta, r) = p_0^-(\Omega, \beta, r) + \tilde{p}^-(\Omega, \beta, r).$$

Спектральная плотность интенсивности волны  $p^-$  дается выражением

$$\hat{J}^-(\Omega, z) \delta(\Omega - \Omega') = \frac{1}{2\rho_0 \bar{\nu}} \frac{1}{p^-(\Omega, r) p^{*-}(\Omega', r)},$$

где  $\rho_0$  — плотность среды, а усреднение проводится по ансамблям реализаций  $p_0(t, r)$  и  $E_L$ . Нетрудно показать, что

$$\hat{J}^-(\Omega, z) = \int \hat{J}^-(\Omega, \beta, z) d^2\beta,$$

где  $\hat{J}^-(\Omega, \beta, z)$  определяется соотношением

$$\hat{J}^-(\Omega, \beta, z) \delta(\Omega - \Omega') \delta(\beta - \beta') = \frac{1}{2\rho_0 \bar{\nu}} \frac{1}{p^-(\Omega, \beta, r) p^{*-}(\Omega', \beta', r)}.$$

В области стабилизации  $B_{AS}$   $\hat{J}^-(\Omega, \beta, z)$  не зависит от  $z$  и может быть записано в виде

$$\hat{J}^-(\Omega, \beta) = \int_{-\infty}^0 \hat{J}^-(\Omega, \beta, q_z) dq_z,$$

где  $\hat{J}^-(\Omega, \beta, q_z)$  дается выражением

$$\hat{J}^-(\Omega, \beta, q_z) \delta(\Omega - \Omega') \delta(\beta - \beta') \delta(q_z - q'_z) = \frac{1}{2\rho_0 \bar{\nu}} \frac{1}{p^-(\Omega, \beta, q_z, r) p^{*-}(\Omega', \beta', q'_z, r)}.$$

В случае монохроматической накачки, считая, что  $\mathcal{B}_{AS}$  на частоте  $\omega_L^0 + \Omega$  достигает предельного значения, получаем

$$\hat{J}^-(\Omega, \beta, q_z) = \frac{\xi^2}{1 + [\rho(\Omega, \beta) + \xi]^2} \hat{J}_0^-(\Omega, \beta, q_z), \quad (10)$$

где

$$\xi = \frac{2\Delta}{g(\Omega, \beta)}, \quad \Delta = q_z - q_z^{Q-}(\beta), \quad q_z^{Q-}(\beta) = k_z(\omega_L^0 + \Omega, \beta) - k(\omega_L^0),$$

$\hat{J}_0^-(\Omega, \beta, q_z) = \frac{1}{2\rho_0 \bar{\nu}} S_0^-(\Omega, \beta, q_z)$  — интенсивность волны  $p_0^-(\Omega, \beta, q_z, r)$ ,  $S_0^-(\Omega, \beta, q_z)$  дается (6) при  $q = \beta + z_1 q_z$ ,  $q_z < 0$ ,

$$g(\Omega, \beta) = \frac{b(\beta) I_L}{\cos \theta(\beta)} \frac{1}{1 + \rho^2(\Omega, \beta)}.$$

Соотношение (10) с хорошей точностью имеет место и при широкополосной накачке в случае когерентного режима рассеяния, если  $|\rho| \ll 1/\sqrt{\mu}$ .

На рис. 2, a—e представлена зависимость  $\hat{J}^-(\Omega, \beta, q_z)$  от  $q_z$ , построенная с помощью (6), (10) для рассеяния назад. Кривые  $\hat{J}_0^-$  там, где они не совпадают с  $\hat{J}^-$ , даны штриховыми линиями. Максимумы  $\hat{J}_0^-$  расположены в точках

$$q_z = q_{0z} = -\sqrt{\left(\frac{\Omega}{\bar{\nu}}\right)^2 - \beta^2}.$$

Величина коэффициента усиления  $g(\beta) = |g[\bar{\Omega}(\beta), \beta]|$ , использованная при построении кривых, указана на рис. 2, a. Из (10) следует, что при  $|\rho| < 1$   $\hat{J}^-(\Omega, \beta) < \hat{J}_0^-(\Omega, \beta)$ . Таким образом, и в области стабилизации, где энергобмен между  $AS$ -полем и средой в среднем отсутствует, распространение

AS-излучения сопровождается уменьшением колебаний среды на частотах  $\Omega$  вблизи  $\bar{\Omega}(\beta)$ , которое происходит за счет пространственных гармоник с проекциями  $q_z$ , лежащими вблизи значения  $q_z^{\bar{\Omega}}(\beta)$ , соответствующего условию Брегга (рис. 2, а, б).

В случае некогерентного режима рассеяния, беря для простоты  $\Omega = \bar{\Omega}(\beta)$ , найдем

$$\hat{J}^-(\Omega, \beta, q_z) = \hat{J}_0^-(\Omega, \beta, q_z) \left\{ 1 - \frac{g(\bar{\Omega}, \beta)}{\gamma \Delta \omega_L} \left[ \arctg \frac{2\gamma(\omega_{L2} - \tilde{\omega})}{\mu g(\bar{\Omega}, \beta)} + \arctg \frac{2\gamma(\tilde{\omega} - \omega_{L1})}{\mu g(\bar{\Omega}, \beta)} \right] \right\},$$

где  $\bar{\Omega} = \bar{\Omega}(\beta)$ ,  $\omega_{L1}$  и  $\omega_{L2}$  — частоты, определяющие положение спектра накачки,  $\gamma = \frac{1}{u} \left[ 1 - \frac{1}{\cos \theta(\beta)} \right]$ ,  $\tilde{\omega}$  определяется условием  $q_z^{\bar{\Omega}}(\tilde{\omega}, \beta) = q_z$ . Здесь уменьшение

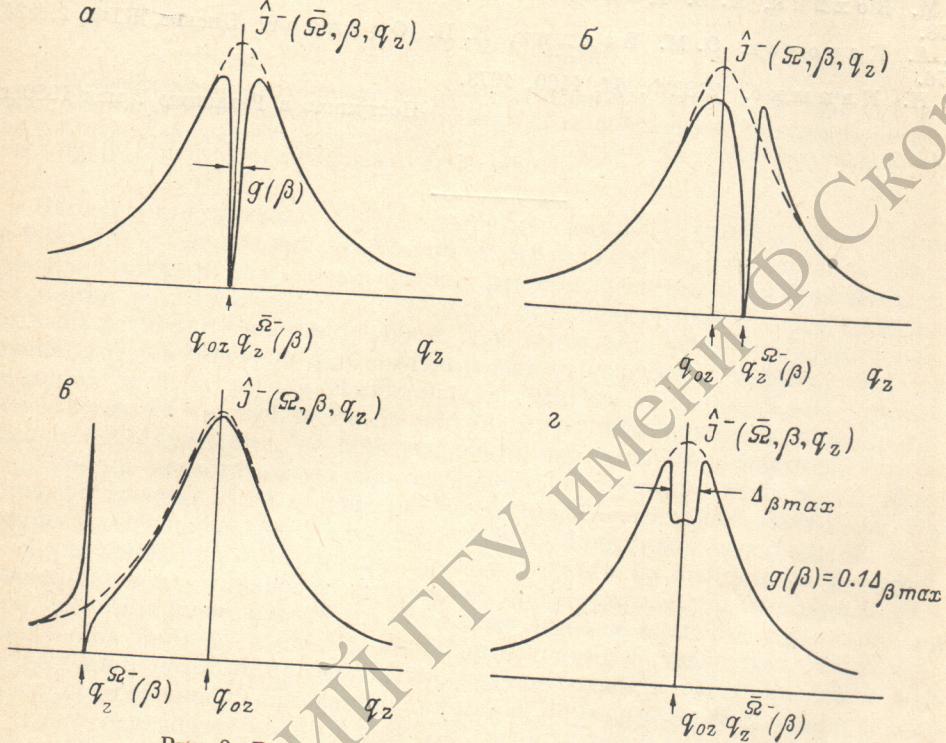


Рис. 2. Влияние AS-компоненты на колебания среды.  
а—с — монохроматическая и широкополосная накачка, когерентный режим,  $\rho=0$  (а), 0.5 (б),  $-2$  (с);  $z$  — широкополосная накачка, некогерентный режим,  $\rho=0$ .

колебаний среды происходит за счет пространственных гармоник с проекциями  $q_z$ , лежащими в полосе шириной  $\Delta_{\beta \max}$  (рис. 2,  $z$ , рассеяние назад).

В случае КР на полносимметричных молекулярных колебаниях яркость рассеянного излучения также дается формулами (7)–(9), в которых

$$A_S = \frac{N_1}{N_1 - N_2} \frac{\hbar \bar{\omega}_S}{2\pi \bar{\lambda}_S^2}, \quad A_{AS} = \frac{N_2}{N_1 - N_2} \frac{\hbar \bar{\omega}_{AS}}{2\pi \bar{\lambda}_{AS}^2},$$

$N_1, N_2$  — концентрации молекул на нижнем и верхнем колебательных уровнях,  $\rho = \rho(\Omega) = 2(\Omega - \bar{\Omega})/\Delta\Omega$ ,  $\bar{\Omega}$  — резонансная частота молекулярных колебаний,

$$G = \frac{b I_L(z - z_0)}{\cos \theta(k_1)} \chi(k_1), \quad b = \frac{4\bar{\lambda}^2}{\hbar \bar{\omega}_L \Delta \bar{\Omega} (N_1 - N_2) \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_\parallel},$$

$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_\parallel$  — дифференциальное сечение КР при  $e \parallel e_L$ ,  $d\Omega$  — элемент телесного угла,  $\chi(k_1) = \chi(\beta)$  при  $\beta = k(\bar{\Omega}) k_{\perp \perp}$ . Яркость КР в некогерентном режиме (9) согласуется с квантовым расчетом на основе формулы Плачека для вероятности рассеяния, в котором параметрическое взаимодействие не учитывается. Ввиду

идентичности формул кривые яркости на рис. 1 справедливы и в случае КР. Следовательно, и при КР наибольшая яркость  $AS$ -излучения может быть получена при широкополосном возбуждении в некогерентном режиме.

#### Литература

- [1] С. А. Ахманов. Изв. вузов СССР, Радиофизика, № 17, 541, 1974.
- [2] В. С. Бутылкин, Г. В. Венкин, В. П. Протасов. Н. Д. Смирнов, Ю. Г. Хронопулло, М. Ф. Шаляев. Письма ЖЭТФ, 17, 400, 1973.
- [3] Ф. А. Королев, З. А. Баскакова, В. И. Одинцов. Опт. и спектр., 39, 302, 1975.
- [4] В. И. Одинцов. Опт. и спектр., 50, 374, 1981.
- [5] В. С. Старунов, И. Л. Фабелинский. УФН, 98, 441, 1969.
- [6] В. И. Одинцов. Опт. и спектр., 43, 747, 1977.
- [7] О. М. Выхник, И. В. Никитин, В. И. Одинцов. Опт. и спектр., 45, 88, 1978.
- [8] Ф. А. Королев, О. М. Выхник, В. И. Одинцов. Письма ЖТФ, 2, 224, 1976.
- [9] Д. Н. Клышко. ЖЭТФ, 64, 1160, 1973.

Поступило в Редакцию 7 мая 1980 г.