2. Veko, O.V. Solving of the Dirac, Majorana,Weyl equations by squaring method: considering the fields in the domain between two planes / O.V. Veko // 21 International Seminar: Nonlinear Phenomena in Complex Systems. Minsk, May 20-23, 2014.

В.Ю. Гавриш, В.В. Андреев

УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», Беларусь

РАДИАЦИОННЫЕ РАСПАДЫ ВЕКТОРНЫХ МЕЗОНОВ В ПУАКАРЕ-ИНВАРИАНТНОЙ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ

Введение

Известно, что радиационные распады могут дать важную информацию о межкварковом взаимодействии. Так же такие процессы могут дать важную информацию о параметрах Стандартной Модели.

Существует несколько подходов к решению задачи процесса распада $V \to P\gamma$: КХД на решётке ([1, 2]), нерелятивистские кварковые модели [3] правила КХД-сумм [4] и другие [5, 6]. Для сравнения с экспериментом [7] модельных расчетов необходимо получить выражение для ширины распада [5, 6]

$$\Gamma = \frac{1}{3}\alpha g_{VP\gamma}^{2}\left(\frac{M_V^2 - M_P^2}{2M_V}\right)^3 , \qquad (1)$$

включающее константу распада g.

Отметим, что отличительной чертой нашей методики является использование точечной формы пуанкаре-инвариантной квантовой механики [8], что дает ряд преимуществ, которые станут очевидны при вычислениях.

1. Распад $\mathbf{V}(Q,M_V) \to \mathbf{P}(Q^{/},M_P)\gamma$ в пуанкаре-инвариантной квантовой механики

Выражение для константы распада может быть параметризовано с помощью 4-скоростей начального и конечного мезона следующим выражением [5, 6]:

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф.СКОРИНЫ

$$g_{VP\gamma}K^{\alpha}(\mu)=\frac{1}{e}(2\pi)^3\frac{\sqrt{4V_0(Q)V_0(Q^{/})}}{\sqrt{M_V M_p}}\ {}_P\left\langle \vec{Q}'\middle| J^{\alpha}\middle|\vec{Q}\right\rangle_V, \qquad (2)$$

где $K^{\alpha}(\mu)=\varepsilon^{\alpha\nu\rho\sigma}\varepsilon_{\nu}(\mu)V(Q)_{\rho}V(Q')_{\sigma}, \quad (V(Q)=Q/M)$.

В данной работе будем рассматривать мезоны $\mathrm{V}(Q,M_V)$и $\mathrm{P}(Q^{/},M_P)$как релятивистскую составную систему кварка q и антикварка $\bar{Q}$ в рамках в рамках пуанкаре-инвариантной квантовой механики (или релятивистской гамильтоновой динамики) [8-10] с использованием импульсного приближения. В таком подходе данный распад обусловлен испусканием кварком γ-кванта, входящего в мезон V. Векторы состояния мезонов можно определить через векторы состояний, входящих в него кварков $p_1=(\omega_{m_q}(p_1),\vec{p}_1)$ и $p_2=(\omega_{m_{\bar{Q}}}(p_2),\vec{p}_2)$. Для этого используем базис прямого произведения двух кварков массами m_q и $m_{\bar{Q}}$ и проекциями спина λ_1 и λ_2

$$\left|\vec{p}_1,\lambda_1\right\rangle\left|\vec{p}_2,\lambda_2\right\rangle\equiv\left|\vec{p}_1,\lambda_1;\vec{p}_2,\lambda_2\right\rangle. \qquad (3)$$

Используя разложение Клебша-Гордона группы Пуанкаре для схемы с «L-S» связью [10], запишем вектора начального и конечного состояний мезонов, используя полный $\vec{Q}=\vec{p}_1+\vec{p}_2$ и относительный

$$\vec{k}=\frac{1}{2}(\vec{p}_1+\vec{p}_2)+\frac{\vec{Q}}{\tilde{M}_0(\omega_{\tilde{M}_0}(Q)+\tilde{M}_0)}\left(m_{\bar{Q}}^2-m_q^2-\tilde{M}_0[\omega_{m_{\bar{Q}}}(p_2)-\omega_{m_q}(p_1)]\right) \qquad (4)$$

импульс двух кварков:

$$\left|\vec{Q},\mu\right\rangle_V=\int d\vec{k}\sqrt{\frac{\omega_{m_q}(p_1)\omega_{m_{\bar{Q}}}(p_2)M_0}{\omega_{m_q}(k)\omega_{m_{\bar{Q}}}(k)\omega_{M_0}(Q)}}\frac{\Psi(k)}{2\sqrt{\pi}}\times$$

$$\times\sum_{\lambda_1,\lambda_2}\sum_{\nu_1,\nu_2}\tilde{N}^{\frac{1}{2},\frac{1}{2},1}_{\nu_1,\nu_2,\mu}D^{1/2}_{\lambda_1,\nu_1}(\vec{n}_{W_1})D^{1/2}_{\lambda_2,\nu_2}(\vec{n}_{W_2})\left|\vec{p}_1,\lambda_1;\vec{p}_2,\lambda_2\right\rangle, \qquad (5)$$

$$\left|\vec{Q}'\right\rangle_P=\int d\vec{k}'\sqrt{\frac{\omega_{m_q}(p_1')\omega_{m_{\bar{Q}}}(p_2')M_0^{'}}{\omega_{m_q}(k')\omega_{m_{\bar{Q}}}(k')\omega_{M_0'}(Q')}}\frac{\Phi(k')}{2\sqrt{\pi}}\times$$

$$\times\sum_{\lambda_1',\lambda_2'}\sum_{\nu_1',\nu_2'}\tilde{N}^{\frac{1}{2},\frac{1}{2},0}_{\nu_1',\nu_2',0}D^{1/2}_{\lambda_1',\nu_1'}(\vec{n}'_{W_1})D^{1/2}_{\lambda_2',\nu_2'}(\vec{n}'_{W_2})\left|\vec{p}_1',\lambda_1';\vec{p}_2',\lambda_2'\right\rangle \qquad (6)$$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

с коэффициентами Клебша-Гордона [11]:

$$\tilde{N}^{\frac{1}{2},\frac{1}{2},1}_{\nu_1,\nu_2,\mu} = \frac{\sqrt{3+4\nu_1\nu_2}}{2}\delta_{\nu_1,\mu-\nu_2}, \tilde{N}^{\frac{1}{2},\frac{1}{2},0}_{\nu_1',\nu_2',0} = \sqrt{2}\nu_1'\delta_{\nu_1',-\nu_2'}. \tag{7}$$

В выражениях (5) и (6) волновые функции векторного $\Psi(k)$ и скалярного $\Phi(k')$ мезона с учетом числа цветов кварков N_C нормированы выражением

$$N_C\int_0^\infty d\vec{k}\vec{k}^2\left|\Psi(k)\right|^2 = N_C\int_0^\infty d\vec{k}'\vec{k}'^2\left|\Phi(k')\right|^2 = 1. \tag{8}$$

Подстановка оператора электромагнитного тока

$$\hat{J}^\mu = \bar{\psi}_Q(x)\gamma^\mu\psi_q(x) \tag{9}$$

в выражение (2) с использованием выражения (5) и (6) приводит к выражению для форм-фактора в рамках параметризации РГД:

$$\begin{aligned} g_{VP\gamma}K^\alpha &= \frac{1}{2\pi}\sum_{\mu}\sum_{\lambda_1,\lambda_2}\sum_{\nu_1,\nu_2}\sum_{\lambda_1',\lambda_2'}\sum_{\nu_1',\nu_2'}\iint d\vec{k}d\vec{k}'\sqrt{\frac{\omega_{m_q}(p_1)\omega_{m_{\bar{Q}}}(p_2)}{\omega_{m_q}(k)\omega_{m_{\bar{Q}}}(k)M_0}}\sqrt{\frac{\omega_{m_q}(p_1')\omega_{m_{\bar{Q}}}(p_2')}{\omega_{m_q}(k')\omega_{m_{\bar{Q}}}(k')M_0'}}\times \\ &\times\sqrt{\frac{3+4\nu_1\nu_2}{2}}\nu_1'\delta_{\nu_1,\mu-\nu_2}\delta_{\nu_1',-\nu_2'}\Psi(k)\Phi(k')\Big[e_q\frac{D^{*1/2}_{\lambda_1',\nu_1'}(\vec{n}_{W_1}')\bar{u}_{\lambda_1'}(\vec{p}_1',m_q)\gamma^\alpha D^{1/2}_{\lambda_1,\nu_1}(\vec{n}_{W_1})u_{\lambda_1}(\vec{p}_1,m_q)}{\sqrt{4\omega_{m_q}(p_1')\omega_{m_q}(p_1)}}\times \\ &\times D^{*1/2}_{\lambda_2',\nu_2'}(\vec{n}_{W_2}')\left\langle\vec{p}_2',\lambda_2'\,|\,\vec{p}_2,\lambda_2\right\rangle D^{1/2}_{\lambda_2,\nu_2}(\vec{n}_{W_2}) + \\ &+e_{\bar{Q}}\frac{D^{*1/2}_{\lambda_2',\nu_2'}(\vec{n}_{W_2}')\bar{\upsilon}_{\lambda_2'}(\vec{p}_2',m_{\bar{Q}})\gamma^\alpha D^{1/2}_{\lambda_2,\nu_2}(\vec{n}_{W_2})\upsilon_{\lambda_2}(\vec{p}_2,m_{\bar{Q}})}{\sqrt{4\omega_{m_{\bar{Q}}}(p_2)\omega_{m_{\bar{Q}}}(p_2')}}D^{*1/2}_{\lambda_1',\nu_1'}(\vec{n}_{W_1}')\left\langle\vec{p}_1',\lambda_1'\,|\,\vec{p}_1,\lambda_1\right\rangle D^{1/2}_{\lambda_1,\nu_1}(\vec{n}_{W_1})\Big]. \end{aligned} \tag{10}$$

Дальнейшее упрощение выражения (10) осуществляется с помощью преобразования биспиноров Дирака и закона преобразования векторов состояния [10]:

$$\begin{aligned} g_{VP\gamma}K^\alpha(\mu) &= \frac{1}{4\pi}\sum_{\nu_1,\nu_1'}\iint d\vec{k}d\vec{k}'\sqrt{\frac{3+4\nu_1(\mu-\nu_1)}{2}}\times \\ &\times(\sqrt{M_0M_0'})^{-1}\nu_1'\Psi(k)\Phi(k')\Big(\sqrt{\frac{1}{\omega_{m_q}(k)\omega_{m_q'}(k')}}e_q\bar{u}_{\nu_1'}(\vec{k}',m_q)B^{-1}(\vec{u}_{Q'})\gamma^\alpha B(\vec{u}_Q)u_{\nu_1}(\vec{k},m_q)\times \\ &\times\left\langle-\vec{k}',-\nu_1'\,|\,U^+(\vec{u}_{Q'})U(\vec{u}_Q)\,|\,-\vec{k},\mu-\nu_1\right\rangle + \sqrt{\frac{1}{\omega_{m_{\bar{Q}}}(k)\omega_{m_{\bar{Q}}'}(k')}}\times \\ &\times e_{\bar{Q}}\bar{\upsilon}_{\mu-\nu_1}(-\vec{k},m_{\bar{Q}})B^{-1}(\vec{u}_{Q'})\gamma^\alpha B(\vec{u}_Q)\upsilon_{-\nu_1'}(-\vec{k}',m_{\bar{Q}})\left\langle\vec{k}',\nu_1'\,|\,U^+(\vec{u}_{Q'})U(\vec{u}_Q)\,|\,\vec{k},\nu_1\right\rangle\Big). \end{aligned} \tag{11}$$

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

2. Вычисление константы распада $g_{VP\gamma}$ в системе Брейта

Рассмотрим процесс распада $\mathbf{V}(Q, M_V) \to \mathbf{P}(Q', M_P)\gamma$ в системе Брейта [10], для которой справедливы выражения:

$$\vec{V}_{\vec{Q}} + \vec{V}'_{Q'} = 0\,;\; B(\vec{u}_{Q'}) = B(-\vec{u}_Q)\,. \qquad (12)$$

С учетом выражений (12) соотношение (11) значительно упрощается и окончательно получаем:

$$g_{VP\gamma} = \frac{1}{4\pi}\sum_{\nu_1,\nu_1'}\int d\vec{k}\sqrt{\frac{3+4\nu_1(\mu-\nu_1)}{2}}(\sqrt{M_0 M_0'})^{-1}\nu_1'\Psi(k)(\Phi(k_2)\sqrt{\frac{\omega_{m_{\bar{Q}}}(k_2)}{\omega_{m_q}(k)\omega_{m_q}(k_2)\omega_{m_{\bar{Q}}}(k)}}\times$$
$$\times e_q\bar{u}_{\nu_1'}(\vec{k}_2, m_q)\frac{(K^*(\mu)\cdot\gamma)}{(K(\mu)\cdot K^*(\mu))}\hat{V}_Q\,\gamma^0 u_{\nu_1}(\vec{k}, m_q)D^{1/2}_{-\nu_1',\mu-\nu_1}(\vec{n}_{W_2}(\vec{k},\vec{\upsilon}_Q)) + \Phi(k_1)D^{1/2}_{\nu_1',\nu_1}(\vec{n}_{W_1}(\vec{k},\vec{\upsilon}_Q))\times$$
$$\times\sqrt{\frac{\omega_{m_q}(k_1)}{\omega_{m_{\bar{Q}}}(k)\omega_{m_{\bar{Q}}}(k_1)\omega_{m_q}(k)}}e_{\bar{Q}}\bar{\upsilon}_{\mu-\nu_1}(-\vec{k}, m_{\bar{Q}})\frac{(K^*(\mu)\cdot\gamma)}{(K(\mu)\cdot K^*(\mu))}\hat{V}_Q\,\gamma^0\upsilon_{-\nu_1'}(-k_1, m_{\bar{Q}})), \qquad (13)$$

где

$$k_1 = \begin{pmatrix}\omega_{m_{\bar{Q}}}(k_1)\\ \vec{k}_1\end{pmatrix} = \Lambda_{\vec{\upsilon}_Q}\begin{pmatrix}\omega_{m_{\bar{Q}}}(k)\\ -\vec{k}\end{pmatrix},\; k_2 = \begin{pmatrix}\omega_{m_q}(k_2)\\ \vec{k}_2\end{pmatrix} = \Lambda_{-\vec{\upsilon}_Q}\begin{pmatrix}\omega_{m_q}(k)\\ \vec{k}\end{pmatrix}. \qquad (14)$$

Учитывая конституэнтные массы кварков [11] и полученные на основе данных по лептонным распадам, получаем значения констант радиационного распада векторных мезонов (см. таблицу 1).

Таблица 1 – Сопоставление экспериментальных и теоретических данных процесса $\mathbf{V}(Q, M_V) \to \mathbf{P}(Q', M_P)\gamma$

$\mathbf{V}(Q, M_V) \to \mathbf{P}(Q', M_P)\gamma$	Γ (эксп.)	Γ (теор.)
$\rho \to \pi\gamma$	(0,068 $\pm$ 0,007) МэВ	(0,0086 $\pm$ 0,0003) МэВ
$D_s^{*+} \to D_s^+\gamma$	--	(0,409 $\pm$ 0, 044) КэВ
$K^* \to K\gamma$	(0,050 $\pm$ 0,005) МэВ	(0,064 $\pm$ 0,004) МэВ

Заключение

В работе представлена методика вычисления константы распада процесса $\mathbf{V}(Q, M) \to \mathbf{P}(Q', M')\gamma$ с учетом кварковой структуры

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

мезонов для точечной формы пуанкаре-инвариантной квантовой механики. Отметим, что некоторые полученные значения лежат в разумных пределах в сравнении с экспериментальными данными, другие (как в случае $\rho \to \pi\gamma$) существенно отличаются. Поэтому авторами планируется дальнейшее вычисление наблюдаемых величин с учетом различных поправок, таких как, аномальные магнитные моменты кварков и КХД-поправки.

Литература

1. Lin, H.-W. Neutral Meson Decays into Two Photons from Lattice QCD / Huey-Wen Lin, Cohen, Saul D. Saul // Proceedings of science. – 2012. – P. 1–8.

2. Shintani, E. Two-photon decay of $\pi^0 \to 2\gamma$ from two-flavor lattice QCD / E. Shintani, S. Aoki, S. Hashimoto // Proceedings of science. – 2010. – P. 1–7.

3. Napsuciale, M. Radiative decays of light vector mesons in a quark level linear sigma model / M. Napsuciale, S. Rodriguez // Phys. Rev. – 2003. – Vol. D67. – P. 1–8.

4. Aliev, T.M. The radiative K* meson decays in QCD / T.M. Aliev, Durmus A. Demir, E. Iltan // Z. Phys. – 1996. – Vol. C71. – P. 107–109.

5. Morpurgo, G. General parametrization of the V->Pgamma meson decays / G. Morpurgo // Phys.Rev. D. – 1990. –Vol. 42. – P. 1497–1508.

6. Jaus, W. Relativistic constituent quark model of electroweak properties of light mesons / Wolfgang Jaus // Phys. Rev. – 1991. – Vol. D44. – P. 2851–2859.

7. Review of Particle Physics, 2012-2013. Review of Particle Properties / J. Beringer [et al.] // Phys. Rev. D. – 2012. – Vol. 86. – № 1. – P. 010001.

8. Keister, B. Relativistic Hamiltonian dynamics in nuclear and particle physics / B.D. Keister, W.N. Polyzou // Advanced Nuclear Physics. – 1991. – Vol. 20 – P. 225–479.

9. Крутов, А.Ф. Мгновенная форма пуанкаре-инвариантной квантовой механики и описание структуры составных систем / А.Ф.Крутов, В.Е. Троицкий // ЭЧАЯ. – 2009. – Т. 40. – № 2 – С. 268–318.

10. Андреев, В.В. Пуанкаре-ковариантные модели двухчастных систем с квантово-полевыми потенциалами: монография / В.В.Андреев // Гомель: ГГУ им Ф. Скорины, 2008. – 294 с.

11. Andreev, V. Nonperturbative region of effective strong coupling / V.V. Andreev // arxiv.hep:1305.4266. – 2013. – P. 1−32.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф.СКОРИНЫ