proton up to 1 GeV / D. Drechsel [et al.] // Nucl. Phys. – 1999. – Vol. A645, № 1. – P. 145–174.

8. Analysis of pion photoproduction data / R.A. Arndt [et al.] // Phys. Rev. – 2002. – Vol. C 66, № 5. – P. 055213.

9. Total hadronic cross section of γ rays in hydrogen in the energy range 0.265–4.215 GeV / T.A. Armstrong [et al.] // Phys. Rev. – 1972. – Vol. D 5, №7. – P.1640-1652.

10. Measurement of the total photoabsorption cross section on a proton in the energy range 600–1500 MeV at the GRAAL / O. Bartalini [et al.] // Phys. Atom Nucl. – 2008. – Vol. 71, №1. – P. 75–82.

11. Walker, R.I. Phenominological analysis of single-pion photoproduction / R.I. Walker // Phys. Rev. – 1969. – Vol. 182, № 5. – P. 1729–1748.

12. Review of particle properties / L. Montanet [et al.] // Phys. Rev. – 1994. – Vol. D 50, № 3. – P. 1173–1814.

13. Low-energy Compton scattering and the polarizabilities of the nucleon / V.Olmos de León [et al.] // Eur. Phys. J. – 2001. – Vol. A10, № 2. – P. 207–215.

Н.В. Максименко[1], С.М. Кучин[2]

[1]УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», Беларусь,
[2]Филиал ГОУВПО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского», Россия

СПЕКТР МАСС КВАРКОНИЕВ

Введение

Согласно современным представлениям, адроны являются связанными состояниями цветных кварков и глюонов. Описание спектров масс и электромагнитных характеристик таких микросистем основано на теории связанных состояний, которая базируется на основных принципах локальной квантовой теории поля. Непосредственный расчет указанных характеристик составных систем в рамках локальной квантовой теории поля основывается на модельных представлениях, которые приводят к непертурбативным эффектам.

В нерелятивистском случае описание таких систем осуществляется на основе уравнения Шредингера [1]. Однако при больших энергиях связи соответствующий подход должен быть существенно релятивистским. Как правило, исходят из уравнения Дирака для фермиона во внешнем поле, в модели квазинезависимых кварков или же разных уравнений квазипотенциального типа. Все эти уравнения имеют правильный и одинаковый нерелятивистский предел, но как релятивистские они могут отличаться друг от друга. Особенно проявляется отличие в асимптотическом поведении при $r \to \infty$ для бесконечно растущих потенциалов. Например, уравнение Дирака и уравнение Брейта при $r \to \infty$ страдают так называемым парадоксом Клейна, если статическое центральное взаимодействие выбрано в виде 4-й компоненты вектора. В таком случае решения указанных уравнений не убывают на бесконечности, а осциллируют, т. е. не имеют связанных состояний. С другой стороны, на примере уравнения Дирака известно, что скалярный потенциал, растущий на бесконечности, дает нужную падающую асимптотику. В работах [2–3] было показано, что особенности межкваркового взаимодействия состоят в том, что свойство запирания кварков может быть объяснено в рамках потенциальной модели в том случае, когда потенциал описывается суперпозицией лоренц-векторной и лоренц-скалярной составляющих.

Поэтому важное место в развитии релятивистской теории связанных состояний занимает уравнение Клейна-Гордона-Фока со смешанной, скалярно-векторной связью. Основное преимущество такого уравнения состоит в том, что оно служит адекватной математической моделью для широкого круга задач адронной физики, в которых возможен последовательный переход от двухчастичной теории к приближению внешнего поля. Для решения таких уравнений обычно применяют либо численные, либо асимптотические методы, например, как выполнено в работах [4–6]. Но для развития адекватных приближенных методов большое значение имеет исследование модельных систем, для которых можно явно найти энергетический спектр и выразить соответствующие волновые функции через специальные функции определенного класса.

В данной работе спектр масс *S* состояний векторных мезонов вычисляется на основе релятивистского уравнения Клейна-Гордона-Фока со скалярно-векторным потенциалом взаимодействия. Обсуждается вопрос о различии описания характеристик кваркониев при использовании скалярного и скалярно-векторного потенциала взаимодействия. Проведено сравнение с нерелятивистской задачей.

1. Нерелятивистский случай

В данном случае энергетический спектр определяется нулями функции Эйри [7]. В таблице 1 представлены значения масс чармония и боттомония, вычисленные в рамках данной модели. Параметры *m* и *a* фиксируются по значениям масс первых двух уровней с квантовыми числами $n=1,2$. При этом для чармония получается $m_c = 1,156$ *ГэВ*, $a_c = 0,209$ *ГэВ*^{2}, а для боттомония $m_b = 4,354$ *ГэВ*, $a_b = 0,38$ *ГэВ*^{2}. Относительная ошибка теоретических расчетов в сравнении с экспериментальными данными составляет не более 5,3 %.

Таблица 1 – Спектр масс (нерелятивистский случай)

	$M_{c\bar{c}}$, ГэВ		$M_{b\bar{b}}$, ГэВ	
n	Эксперимент [8]	Теория	Эксперимент [8]	Теория
1	3,097	3,097	9,460	9,460
2	3,685	3,685	10,023	10,023
3	4,04	4,166	10,355	10,484
4	4,415	4,592	10,580	10,891
5		4,979	10,860	11,263
6		5,342	11,020	11,609

2. Линейный скалярный потенциал

Уравнение Клейна-Гордона-Фока для *S*-состояний векторных мезонов со скалярно-векторной связью имеет вид:

$$\left[\nabla^2 + \frac{1}{4}(E - V(r))^2 - (m + S(r))^2\right]\psi(r) = 0,$$

где *E* – релятивистская энергия связи, *S(r)* и *V(r)* – скалярный и векторный потенциал соответственно.

Рассмотрим случай $S(r) = -ar, V(r) = 0.$ Этот случай уже рассматривался в работе [9], но вычисления проводились без учета квадратичного по r слагаемого.

Собственные значения энергии *E* определяются выражением:

$$E_n = \pm 2\sqrt{(2n+1)a}.$$

Отметим, что в случае скалярного потенциала $S(r) = ar$ функцию $\tau(r)$, удовлетворяющую требуемым условиям [10] найти нельзя. Поэтому мы, для описания спектра кваркониев, используем отрицательный скалярный линейный потенциал. При решении подобных задач в современной литературе используется положительный скалярный потенциал, что влияет на знак параметров соответствующей волновой функции. Это приводит к различному значению характеристик составных систем, описываемых в рамках данного подхода, хотя энергетический спектр получается одинаковым для двух случаев.

В таблице 2 представлены значения масс чармония и боттомония, вычисленные в рамках данной модели. Параметры m и a фиксируются по значениям масс первых двух уровней с квантовыми числами $n=1,2$. При этом для чармония получается $m_c = 1,147$ *ГэВ*, $a_c = 0,161$ *ГэВ*^{2}, а для боттомония $m_b = 4,345$ *ГэВ*, $a_b = 0,148$ *ГэВ*^{2}. Относительная ошибка теоретических расчетов в сравнении с экспериментальными данными составляет не более 2 %.

Таблица 2 – Спектр масс (релятивистский случай)

	$M_{c\bar{c}}$, Гэв		$M_{b\bar{b}}$, Гэв	
n	Эксперимент [8]	Теория	Эксперимент [8]	Теория
1	3,097	3,097	9,460	9,460
2	3,685	3,685	10,023	10,023
3	4,04	4,089	10,355	10,410
4	4,415	4,419	10,580	10,726
5		4,703	10,860	10,998
6		4,958	11,020	11,242

В случае $S(r) = -ar, V(r) = br$ собственные значения энергии имеют вид:

$$E_n = -\frac{mb}{a} \pm 2\sqrt{\frac{(2n+1)}{a^2}}\left(a^2 - \frac{1}{4}b^2\right)^{3/4}.$$

Энергия принимает вещественные значения, если $|a| > \left|\frac{1}{2}b\right|$.

Заключение

Таким образом, в данной работе получены значения масс чармония и боттомония с помощью релятивистского уравнения Клейна-Гордона-Фока со скалярно-векторным потенциалом взаимодействия. Показано, что уравнение имеет точное решение только в случае отрицательного скалярного потенциала.

Из анализа таблиц видно, что в нерелятивистском случае величины расщепления уровней с ростом n уменьшаются медленнее, чем в релятивистском. Рассчитанные с помощью уравнения Шредингера возбужденные уровни чармония и боттомония с ростом n увеличиваются значительно быстрее, чем это наблюдается в эксперименте. Причем для боттомония значение натяжения струны в нерелятивистском случае принимает большое значение. По этой причине часто отдается предпочтение другим феноменологическим потенциалам с малым показателем степени. Рассмотренный в данной работе случай показывает, что в релятивистском случае величины расщепления уровней могут быть более умеренными, чем при рассмотрении нерелятивистского случая. Использование релятивистского уравнения приводит также к значительному уменьшению значения натяжения струны. Отметим также, что вычисление спектра масс для линейного скалярно-векторного потенциала приводит к такому же значению, как и в случае скалярного линейного потенциала. Однако, использование скалярного и векторного линейных потенциалов приводит к изменению параметров волновой функции, что позволяет более точно описывать характеристики кваркониев.

Литература

1. Быков, А.А. / А.А. Быков, И.М. Дремин, А.В. Леонидов // УФН. – 1984. – Т. 143. – С. 3.

2. Дремин, И. М. / И.М. Дремин, А.В. Леонидов // Письма в ЖЭТФ. – 1983. – Т. 37. – С. 617.

3. Хелашвили, А.А. Радиальное квазипотенциальное уравнение для фермиона и антифермиона и бесконечно растущие центральные потенциалы / А.А. Хелашвили // ТМФ. – 1982. – С. 201–210.

4. Mustafa, O. / O. Mustafa, R. Sever // Phys. Rev. – 1991. – Vol. A.43. – С. 5787; Phys. Rev. – 1991. – Vol. A.44. – С. 4142.

5. Barakat, T. / T. Barakat, M. Odeh, O. Mustafa // Journal of Physics A: Mathematical and General. – 1998. – Vol. 31.

6. Лазур, В.Ю. Метод ВКБ для уравнения Дирака со скалярно-векторной связью / В.Ю. Лазур, А.К. Рейтий, В.В. Рубиш // ТМФ. – 2005. – Т. 143. – № 1. – С. 83–111.

7. Абрамовиц, М. Справочник по специальным функциям / М. Абрамовиц, И. Стиган. – Москва: Наука, 1979. – 294 с.

8. Particle Data Group 2000 Eur. Phys. J. – С. 1546.

9. Bradley, A. / A. Bradley // J. Phys. G: Nucl. Phys. – 1978. – Vol. 4. – № 10.

10. Nikiforov, A.F. Special Functions of Mathematical Physics / A.F. Nikiforov, V.B. Uvarov. – Birkhauser, Basel, 1988.

Е.М. Овсиюк[1], Н.Г. Токаревская[2]

[1] УО «Мозырский государственный педагогический университет