17. Bardin, D.Yu. On an exact calculation of the lowest order electromagnetic correction to the point particle elastic scattering / D.Yu. Bardin, N.M. Shumeiko, Nucl. Phys. B. – 1977. – V. 127. – P. 242; Бардин, Д.Ю. Теоретическая оценка систематических эффектов в экспериментах по глубоконеупругому $l^{\pm}N$ –рассеянию / Д.Ю. Бардин // Ядерная физика. – 1979. – Т. 29. – С. 969.

18. Electroweak radiative corrections for polarized Møller scattering at future 11 GeV JLab experiment / A. Aleksejevs [et al.] // Phys. Rev. D. – 2010. – V. 82. – P. 093013.

19. Зыкунов, В.А. Полный расчет электрослабых поправок для поляризационного меллеровского рассеяния при высоких энергиях / В.А. Зыкунов // Ядерная физика. – 2009. – Т. 72. – С. 1540.

20. Shumeiko, N.M. The QED lowest-order radiative corrections to the two polarized identical fermion scattering / N.M. Shumeiko, J.G. Suarez // J. Phys. G. – 2000. – V. 26. – P. 113.

21. Ilyichev, A.N. Lowest order QED radiative corrections to longitudinally polarized Møller scattering / A.N. Ilyichev, V.A. Zykunov // Phys. Rev. D. – 2005. – V. 72, 033018 [hep-ph/0504191].

22. Afanasev, A. MERADGEN 1.0: Monte Carlo generator for the simulation of radiative events in parity conserving doubly-polarized Møller scattering / A. Afanasev, Eu. Chudakov, A. Ilyichev, V. Zykunov // Comput. Phys. Commun. – 2007. – V. 176. – P. 218 [hep-ph/0603027].

23. Алексеев, А.Г. Прецизионный расчет наблюдаемых поляризационного мёллеровского рассеяния: от энергии JLab до ILC / А.Г. Алексеев, С.Г. Барканова, В.А. Зыкунов // Ядерная физика. – 2011. – Т. 74. – С. 1.

В.Н. Капшай, Ю.А. Гришечкин, М.С. Данильченко

УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», Беларусь

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ ДЛЯ СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ

В работе найдены численные решения интегральных уравнений теории поля, описывающих связанные s-состояния: одночастичного уравнения Клейна-Гордона-Фока (КГФ) [1] и двухчастичных уравнений квазипотенциального типа [2, 3]. Уравнение КГФ рассмотрено в обычном координатном представлении, а двухчастичные – в релятивистском конфигурационном представлении (РКП) [4], которое, по сути, является релятивистским обобщением обычного координатного представления квантовой механики.

Решения уравнений получены в случае модельного потенциала следующего вида (λ, a, β – константы):

$$U(r) = \lambda V(r) = \lambda\left(r^2 - a^2\right)\exp(-\beta r), \tag{1}$$

где величина r в случае одночастичного уравнения является модулем радиус-вектора в обычном координатном представлении, а в случае двухчастичных уравнений – модулем радиус-вектора в РКП. Рассмотрение потенциала (1) интересно по следующим причинам. Во-первых, вид этого потенциала при $\lambda > 0$ (рисунок 1) указывает на возможность существования как связанных, так и резонансных состояний. Во-вторых, потенциал (1) аналитичен, а значит, для его исследования на наличие резонансных состояний можно применить метод комплекс-скейлинга [5, 6]. И, в-третьих, этот потенциал может иметь связанные (и/или резонансные) состояния и при $\lambda < 0$.

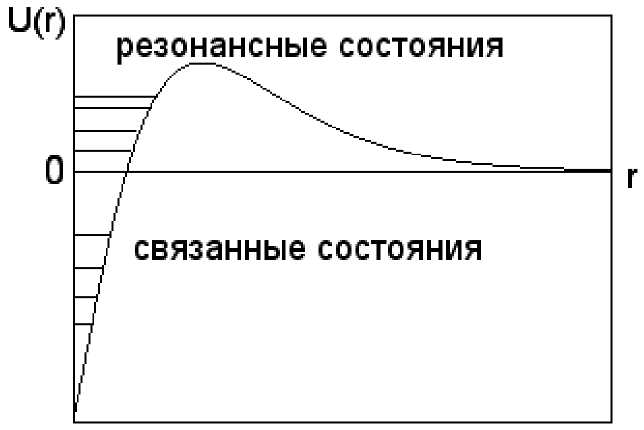

Рисунок 1 – Возможность существования связанных и резонансных состояний

Интегральные уравнения, описывающие связанные s-состояния, имеют следующий вид (индекс $j = \overline{1,5}$ соответствует пяти вариантам релятивистских уравнений:

$j = 1$($j = 3$) – уравнение Логунова-Тавхелидзе (модифицированное),

$j = 2$($j = 4$) – уравнение Кадышевского (модифицированное),

$j = 5$ – уравнение Клейна-Гордона-Фока):

$$\psi^{(j)}(r)=\lambda\int_0^{\infty} dr' g^{(j)}(w,r,r')V(r')\psi^{(j)}(r'),\ r\geq 0, \qquad (2)$$

где $\psi^{(j)}(r)$ – волновая функция, $g^{(j)}(w,r,r')$ – функция Грина (ФГ), величина $w\in(0,\pi/2)$ связана с энергией частицы E соотношением $E=m\cos w$ [7] (m–масса каждой частицы). ФГ уравнения Логунова-Тавхелидзе имеет следующий вид (все ФГ при $j=1,2,3,4$ можно найти в [7])

$$g^{(1)}(w,r,r')=\frac{-1}{m\sin 2w}\left[\frac{\mathrm{sh}[\pi/2-w]m(r-r')}{\mathrm{sh}[\pi m(r-r')/2]}-\frac{\mathrm{sh}[\pi/2-w]m(r+r')}{\mathrm{sh}[\pi m(r+r')/2]}\right],$$

(3)

а функция Грина уравнения КГФ –

$$g^{(5)}(w,r,r')=\frac{-1}{2m\sin w}\left[\exp(-|r-r'|m\sin w)-\exp(-|r+r'|m\sin w)\right].$$

Решение интегральных уравнений (2) найдено методом квадратур [8]. Замена верхнего бесконечного предела в уравнении некоторой большой величиной R и представление в нём интеграла в виде суммы согласно одной из квадратурных формул с N узлами на отрезке $[0;R]$ даёт (r_k, C_k – узлы и веса соответственно)

$$\psi^{(j)}(r)=\lambda\sum_{k=1}^{N}C_k g^{(j)}(w,r,r_k)V(r_k)\psi^{(j)}(r_k)\ . \qquad (4)$$

Взяв формулу (4) в точках $r=r_n$, $n=\overline{1,N}$, получим линейную систему алгебраических однородных уравнений, которая имеет следующий вид:

$$\sum_{k=1}^{N}K_{k\,n}^{(j)}\psi_n^{(j)}=\lambda^{-1}\psi_k^{(j)};\quad K_{kn}^{(j)}=C_nV(r_n)g^{(j)}(w,r_k,r_n);\ \psi_k^{(j)}=\psi^{(j)}(r_k)$$

(5)

Контроль точности нахождения собственных значений константы связи λ при фиксированном значении энергии (параметра w) проводился параллельным решением: для двухчастичных уравнений (2) – соответствующих им уравнений в импульсном представлении, для одночастичного уравнения (2) – соответствующего ему дифференциального уравнения.

На рисунках 2 и 3 приведены результаты численных расчётов условий существования связанных состояний (все вычисления проводились для параметров $m=1$, $a=5$, $\beta=1$). Результаты численных расчётов собственных значений найдены с точностью до 10^{-5} и выше для всех случаев, кроме второго возбужденного состояния в случае уравнения КГФ (с точностью до 10^{-3}).

На рисунках 4 и 5 приведены результаты численных расчётов для волновых функций при $w=0.4$: a) $\lambda>0$; b) $\lambda<0$ (основные состояния обозначены сплошной линией, первые возбужденные состояния – штриховой линией, вторые возбужденные состояния – пунктирной линией). На рисунке видно, что число нулей волновой функции при $r \neq 0$ равно номеру возбуждённого состояния (в основном состоянии нулей нет).

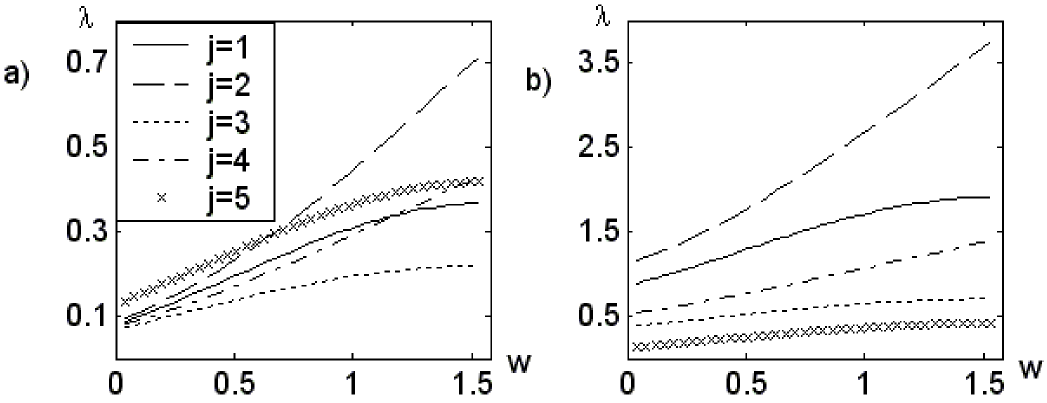

Рисунок 2 – Условия существования связанных состояний для $\lambda > 0$: a) основные состояния, b) первые возбуждённые состояния

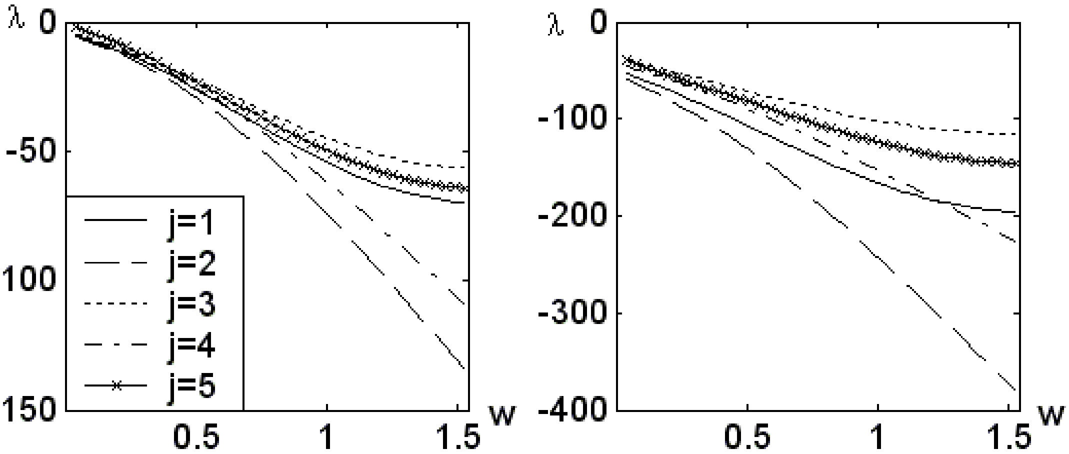

Рисунок 3 – Условия существования связанных состояний для $\lambda < 0$: a) основные состояния, b) первые возбуждённые состояния

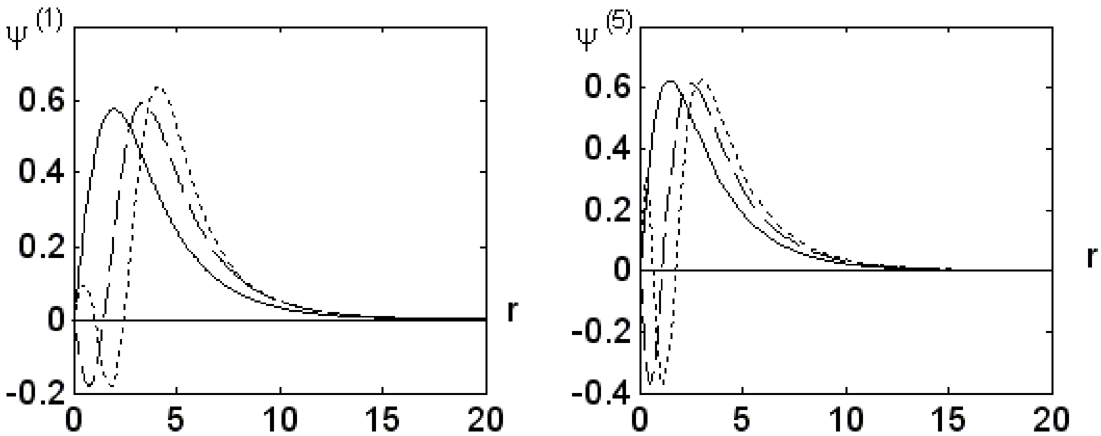

Рисунок 4 – Волновые функции при $\lambda > 0$: a) $j = 1$, b) $j = 5$

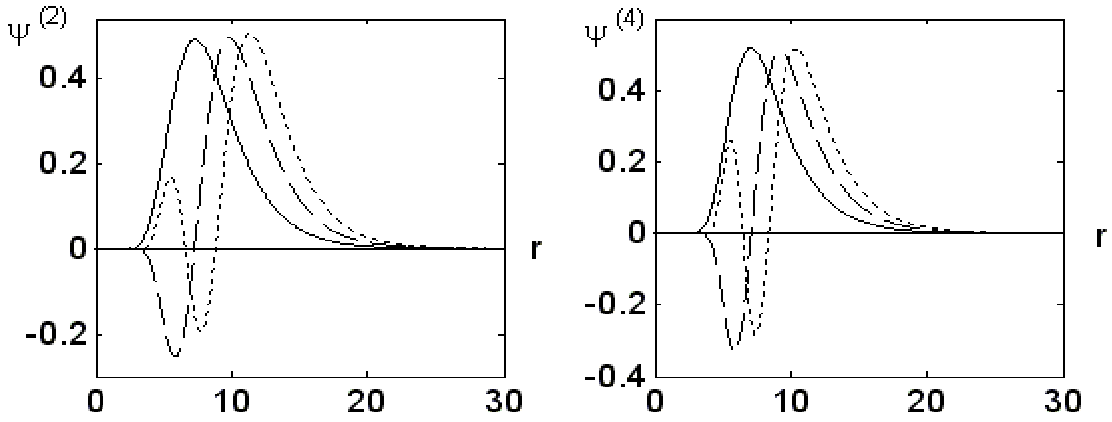

Рисунок 5 – Волновые функции при $\lambda < 0$: a) $j = 2$, b) $j = 4$

Отметим, что использованный метод интегральных уравнений в РКП позволяет находить решения однозначно, что выгодно отличает его от других методов и позволяет надеяться на его эффективность для состояний рассеяния.

Литература

1. Мессиа, А. Квантовая механика / А. Мессиа. – Том 2. – Москва: Наука. Глав. ред. физ.-мат. лит., 1979. – 588 с.

2. Logunov, A.A. Quasi-Optical Approach in Quantum Field Theory / A.A. Logunov, A.N. Tavkhelidze // Nuovo Cimento. – 1963. – Vol. 29, № 2. – P. 380–399.

3. Kadyshevsky, V.G. Quasipotential type equation for the relativistic scattering amplitude / V.G. Kadyshevsky // Nucl. Phys. – 1968. – Vol. B6, № 1. – P. 125–148.

4. Кадышевский, В.Г. Трёхмерная формулировка релятивистской проблемы двух тел / В.Г. Кадышевский, Р.М. Мир-Касимов, Н.Б. Скачков // ЭЧАЯ. – 1972. – Т. 2, № 3. – С. 635–690.

5. Nuttal, J. Method of Complex Coordinates for Three-Body Calculations above the Breakup Threshold / J. Nuttal, H.L. Cohen // Phys. Rev. – 1969. – Vol. 188. – P. 1542–1544.

6. Balslev, E. Spectral properties of many body Schrodinger operators with dilation-analytic interactions / E. Balslev, J.M. Combes // Commun. Math. Phys. – 1971. – Vol. 22. – P. 280–294.

7. Alferova, T.A. Expansion in terms of matrix elements of the Lorentz group unitary irreducible representations and integral equations for scattering states relativistic wave functions / T.A. Alferova, V.N. Kapshai // Nonlinear phenomena in complex systems: Proced. of the Sixth Annual Seminar NPCS’97 / Academy of Sciences of Belarus. Inst. of Phys. – Minsk. – 1998. – P. 78–85.

8. Бахвалов, Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. – 6-е изд. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. – 636 с.

В.Н. Капшай, К.П. Шиляева

УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», Беларусь

ВЫЧИСЛЕНИЕ КОМПЛЕКСНЫХ РЕЗОНАНСНЫХ БЫСТРОТ ДЛЯ МОДЕЛЬНЫХ АНАЛИТИЧЕСКИХ ПОТЕНЦИАЛОВ

В релятивистском конфигурационном представлении интегральные уравнения (ИУ), описывающие *s*-состояния рассеяния системы двух частиц с нулевым спином, имеют следующий вид [1]:

$$\psi_{(j)}(\chi_q, r) = \sin\chi_q mr + \int_0^\infty dr' G_{(j)}(\chi_q; r, r') V(r') \psi_{(j)}(\chi_q, r'). \tag{1}$$

Здесь индекс $j = 1, 2, 3, 4$ соответствует одному из четырех вариантов уравнений: 1 – Логунова-Тавхелидзе, 2 – Кадышевского, 3 – модифицированное уравнение Логунова-Тавхелидзе, 4 – модифицированное уравнение Кадышевского, χ_q – вещественная быстрота, $\psi_{(j)}(\chi_q, r)$ – волновая функция, $V(r)$ – релятивистский потенциал, $G_{(j)}(\chi_q; r, r')$ – функция Грина (ФГ). Быстрота χ_q связана с релятивистской энергией $2E_q$ соотношением $2E_q = 2m\cosh\chi_q$. При $j = 1$

$$G_{(1)}(\chi_q; r, r') = \frac{-i}{m\sin 2\chi_q}\left[\frac{\sinh\left[(\pi/2 + i\chi_q)m(r - r')\right]}{\sinh\left[\pi m(r - r')/2\right]} - \frac{\sinh\left[(\pi/2 + i\chi_q)m(r + r')\right]}{\sinh\left[\pi m(r + r')/2\right]}\right],$$

аналогичный вид имеют и остальные ФГ (см. [1]).

По аналогии с нерелятивистским случаем ИУ для резонансных состояний должно быть однородным, его решения будут существовать только для дискретных комплексных значений энергии (быстроты). Интегральное уравнение для резонансных состояний запишем в виде ($\chi_q = \xi_q + iw_q$)

$$\psi_{(j)}(\xi_q + iw_q, r) = \int_0^\infty dr' G_{(j)}(\xi_q + iw_q; r, r') V(r') \psi_{(j)}(\xi_q + iw_q, r'). \tag{2}$$

Численное решение ИУ (2) возможно лишь для достаточно быстро убывающих при $r \to \infty$ потенциалов, так как ФГ и волновая функция,