

Согласно (2), при неучете эффектов насыщения эффективность преобразования максимальна при  $\nu_{\text{опт}} = s_{\text{опт}} = 0$ , ( $\zeta \leq \zeta_0 = 1.256$ ),  $\nu_{\text{опт}} = \sqrt{\zeta/\zeta_0} - 1$ ,  $s_{\text{опт}} = \nu_{\text{опт}}/(1 + \nu_{\text{опт}}^2)$  ( $\zeta > \zeta_0$ ). В общем случае произвольного изменения амплитуд всех взаимодействующих волн оптимизация  $\eta$  производилась численно. Из рис. 2 видно, что в результате надлежащей компенсации нелинейной волновой расстройки, обусловленной самовоздействием и взаимодействием волн с помощью линейной расстройки  $s$ ,  $\eta_{\text{опт}}$  быстро возрастает с ростом расстройки  $\nu$  и достигает уровня  $\sim 100\%$  при  $\nu \geq 4$ . Резкое возрастание  $\eta_{\text{опт}}$  сопровождается ростом

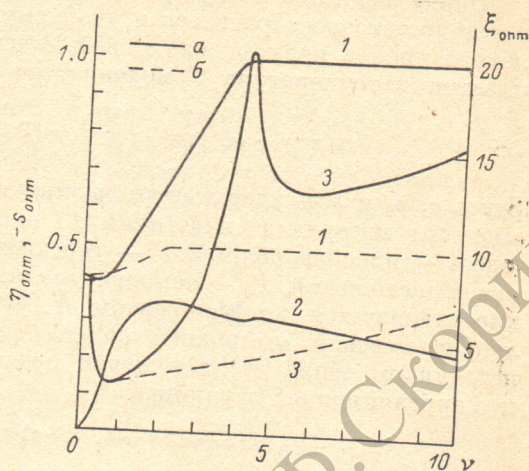


Рис. 2. Зависимости  $\eta_{\text{опт}}(\nu)$  (1),  $s_{\text{опт}}(\nu)$  (2) и  $\xi_{\text{опт}}(\nu)$  (3) при  $a_{10}=1$ ,  $a_{20}=0.5$ ,  $\kappa=2$  и  $s=s_{\text{опт}}$  (а),  $s=0$  (б).

оптимальной длины  $\xi_{\text{опт}}$ , на которой  $\eta = \eta_{\text{опт}}$  (рис. 2). Максимум в зависимости  $\xi_{\text{опт}}(\nu)$  при  $\nu \sim 4$  обусловлен скачком фазы  $\theta$  от значения  $\sim \pi$  до значения  $\sim -\pi$ . На рис. 2 для сравнения приведены также зависимости  $\eta_{\text{max}}(\nu)$  и  $\xi_{\text{опт}}(\nu)$  при  $s=0$ . Из зависимости  $s_{\text{опт}}(\nu)$  (рис. 2) видно, что фазовый синхронизм является предельным случаем нелинейного квазисинхронизма и реализуется при  $\nu=0$  и  $\nu \rightarrow \infty$ . Рассматриваемый метод повышения эффективности нелинейно-оптического преобразования частоты можно использовать для различных параметрических процессов в резонансных средах.

#### Литература

- [1] Н. Бломберген. Нелинейная оптика. Наука, М., 1966.
- [2] В. С. Бутылкин, Л. Е. Каплан, Ю. Г. Хронопуло, Е. И. Якубович. Резонансное взаимодействие света с веществом. Наука, М., 1977.
- [3] Н. Е. Корниенко, В. Л. Стрижевский. Опт. и спектр., 53, 963, 1982.
- [4] В. С. Бутылкин, Г. В. Венкин, В. П. Протасов, П. С. Фишер, Ю. Р. Хронопуло, М. Ф. Шаляев. ЖЭТФ, 70, 829, 1976.

Поступило в Редакцию 23 марта 1983 г.

УДК 535.2/.3

## О ПРОЯВЛЕНИЯХ ФЛУКТУАЦИЙ В ШИРОКОАПЕРТУРНЫХ ОПТИЧЕСКИХ БИСТАБИЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

Н. Н. Розанов

Интерес к оптической бистабильности помимо возможности приложений к оптической обработке информации вызван рядом физических аспектов проблемы, в том числе аналогией с фазовыми переходами [1]. Обычно схемы оптической бистабильности трактуются как точечные (пространственно сосредоточенные) [2]; время памяти различных стационарных режимов ограничивается флуктуационными перебросами между ними [3]. В то же время пространственная распределенность бистабильных систем приводит к таким новым явлениям, как волны переключения и гистерезис поперечной структуры пучка [4]. В на-



стоящем сообщении рассматриваются флуктуации в широкоапертурных (пространственно распределенных) системах и обсуждаются возможности проявления эффектов, родственных критическим при фазовых переходах [5, 6].

Ввиду общности интересующих нас явлений в различных схемах бистабильности достаточно обратиться к удобному для анализа случаю оптического теплового пробоя полупроводниковой пластинки [7-9]. Усредненная по толщине пластинки температура  $T$  подчиняется уравнению теплопроводности

$$c\rho_0 \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = IP(T) - H(T - T_0) + q(x, y, t). \quad (1)$$

Здесь  $c$ ,  $\rho_0$  и  $\lambda$  — удельная теплоемкость, плотность и коэффициент теплопроводности материала пластинки,  $I$  — интенсивность падающего излучения (здесь — плоской волны),  $P$  — усредненный (по толщине пластинки) коэффициент поглощения,  $T_0$  — температура окружающей среды, теплообмен с которой характеризуется коэффициентом  $H$ . Флуктуации температуры описываются ланжевеновской «сторонней силой»  $q(x, y, t)$  — распределенным случайным источником тепла [10] с нулевой средней плотностью (т. е.  $\langle q(x, y, t) \rangle = 0$ ) и корреляционной функцией

$$\psi_q(\rho, \tau) = \langle q(x + \xi, y + \eta, t + \tau) q(x, y, t) \rangle, \quad \rho = |\rho|, \quad \rho = (\xi, \eta), \quad (2)$$

В отсутствие флуктуаций ( $q = 0$ ) стационарные однородные решения  $T = T_{ст}$  находятся из трансцендентного уравнения

$$IP(T_{ст}) - H(T_{ст} - T_0) = 0. \quad (3)$$

В зависимости от параметров задачи (3) может иметь одно (см. рисунок, а) или три решения (см. рисунок, в). Порогу возникновения бистабильности (см. рисунок, б) отвечает критическое значение установившейся температуры среды  $T_{кр}$ , совпадающее с точкой перегиба зависимости  $P(T)$  (т. е.  $P'(T_{кр}) = 0$ ). Через  $T_{кр}$  выражаются критические значения интенсивности  $I_{кр}$  и температуры окружающей среды

$$I_{кр} = H/P'(T_{кр}), \quad T_{0кр} = T_{кр} - P(T_{кр})/P'(T_{кр}). \quad (4)$$

Для описания малых случайных отклонений температуры  $\theta$  от стационарного (среднего) значения  $T_{ст}$  в докритической области достаточно решить линейризованное по  $\theta$  уравнение теплопроводности (1). В результате корреляционная функция температурных флуктуаций выражается через (2)

$$\begin{aligned} \psi_\theta(\rho, \tau) = \langle \theta(x + \xi, y + \eta, t + \tau) \theta(x, y, t) \rangle = & \frac{1}{(4\pi\lambda)^2} \int_{-\infty}^{t+\tau} dt' \frac{e^{-b(t+\tau-t')}}{t+\tau-t'} \int_{-\infty}^t dt'' \frac{e^{-b(t-t'')}}{t-t''} \times \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} dx' \exp\left[-\frac{(x+\xi-x')^2}{4a^2(t+\tau-t')}\right] \int_{-\infty}^{\infty} dx'' \exp\left[-\frac{(x-x'')^2}{4a^2(t-t'')}\right] \times \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} dy' \exp\left[-\frac{(y+\eta-y')^2}{4a^2(t+\tau-t')}\right] \int_{-\infty}^{\infty} dy'' \exp\left[-\frac{(y-y'')^2}{4a^2(t-t'')}\right] \psi_q(|\rho' - \rho''|, t' - t''), \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$a^2 = \lambda/c\rho_0, \quad b = (H - IP'(T_{ст}))/c\rho_0. \quad (6)$$

Функции  $\psi_q$  (2) могут быть найдены для широкого класса моделей среды при использовании флуктуационно-диссипативной теоремы [10]. Однако в связи с некритическим поведением интенсивности сторонних шумов можно задать функцию их корреляции в простейшем модельном виде

$$\psi_q(\rho, \tau) = 2D\delta(\xi)\delta(\eta)\delta(\tau), \quad (7)$$

где  $D$  — интенсивность флуктуационных источников тепла. Тогда

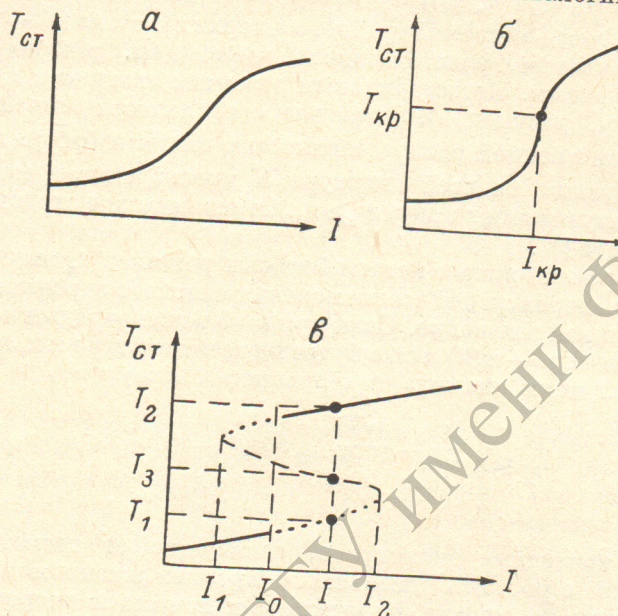
$$\varphi_\theta(\rho, 0) = \frac{D}{2\pi a^2 c^2 \rho_0^2} K_0\left(\frac{\rho}{\rho_k}\right), \quad \rho_k \equiv a/\sqrt{b}. \quad (8)$$



Из асимптотики цилиндрической функции мнимого аргумента  $K_0$  следует

$$\psi_0(\rho, 0) = \frac{D}{2a^2 c^2 \rho_0^2} \begin{cases} \frac{1}{\pi} \ln \left( \frac{2}{C} \frac{\rho_k}{\rho} \right), & C = 0.577 \dots \quad (\rho \ll \rho_k), \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{\rho_k}{\rho}} \exp \left( -\frac{\rho}{\rho_k} \right) & (\rho \gg \rho_k). \end{cases} \quad (9)$$

Согласно (8) и (9), при приближении к критическим условиям ( $b \rightarrow 0$ ) радиус корреляции флуктуаций температуры  $\rho_k$  и их интенсивность неограниченно возрастают (в рамках линейного подхода). Подобное поведение флуктуаций имеет место при фазовых переходах [5]. Соответственно по аналогии с явлением кри-



Зависимость установившейся температуры пластинки от интенсивности излучения.

а — докритический режим, б — критический режим, в — закритический режим (бистабильность). Средняя ветвь (пунктир) неустойчива. При  $I = I_0$  скорость волн переключения  $v = 0$ . Помеченным точками участкам нижней и верхней ветвей отвечают метастабильные режимы.

тической опалесценции [6] для широкоапертурных бистабильных систем в критических условиях следует ожидать аномального роста малоуглового рассеяния света на температурных флуктуациях, что связано с ростом при  $b \rightarrow 0$  определяющих это рассеяние фурье-компонент функции корреляции  $\psi_0$ . Для количественного описания рассеяния требуется детализировать модель среды. Указанные эффекты служат проявлением дифференциального усиления (в критических условиях — бесконечного) температурных флуктуаций в пространственно-распределенных бистабильных системах.

Указанный подход позволяет найти статистические характеристики стационарных режимов и в критической (бистабильной) области, но только для интервалов времени, меньших времени ухода из рассматриваемого режима под действием больших (и маловероятных) флуктуаций. При описании развития крупных флуктуаций существенное значение имеют волны переключения [9] — определяемые из уравнения (1) в отсутствие флуктуаций передвигающиеся со скоростью  $v$  в направлении оси  $x$  профили температуры  $T(x, t) = T(x - vt)$  переходного вида с асимптотикой (см. рисунок, в)

$$T_{x \rightarrow +\infty} = T_1, T_{x \rightarrow -\infty} = T_2. \quad (10)$$

Зависимость  $v$  от  $I$  знакопеременна. Отрицательность скорости при  $I_1 < I < I_0$  означает, что пространственная область с низкой температурой ( $T \approx T_1$ ) расширяется за счет передвижения фронта волны в область высоких температур



( $T \approx T_2$ ). Хотя сказанное относится к плоской задаче, отличия от цилиндрической геометрии исчезают, если радиус центральной области (где  $T = T_1$  или  $T_2$ ) превышает ширину фронта волны  $r_\phi \sim \sqrt{\lambda/H}$  [9].

Пусть на фоне стационарного режима с температурой  $T_{\text{ст}} = T_1$  возникает флуктуационный выброс температуры. Если максимальная температура в выбросе  $T_m < T_3$ , то из-за устойчивости режима флуктуация будет рассасываться. Для крупных флуктуаций с размерами  $r > r_\phi$  и  $T_m > T_3$  в центре области быстро устанавливается температура, отвечающая верхней ветви  $T_m = T_2$ . Дальнейшая кинетика таких зародышей чужой фазы зависит от знака скорости  $v$ . Если  $v < 0$ , то размеры зародыша будут уменьшаться, и он исчезнет за время  $t \sim r/v$ . При  $v > 0$  ( $I_0 < I < I_2$ ), напротив, из-за роста размеров зародыша через время  $t \sim \sqrt{S}/v$  вся система перейдет на верхнюю ветвь ( $S$  — площадь апертуры). Поэтому «правый» участок нижней ветви (см. рисунок, в) описывает метастабильные режимы. Метастабильным режимам отвечает и «левый» участок верхней ветви (см. рисунок, в). Различие стабильности ветвей при  $I = \text{const}$  связано с пространственной распределенностью системы ( $\sqrt{S} \gg r_\phi$ ), когда «гигантские» флуктуации на всей апертуре  $S$  пренебрежимо маловероятны по сравнению с флуктуациями размеров  $\geq r_\phi$ . Отметим также сходство с кинетикой фазовых переходов [5].

Для оценки времени жизни метастабильных режимов  $t_m$  введем феноменологически плотность вероятности возникновения опасного зародыша  $w$  за единицу времени на единичной площадке. Если при  $t=0$  такие зародыши отсутствовали, то с вероятностью  $\exp(-wSt)$  их не будет на всей апертуре к моменту времени  $t$ . В предельных случаях «малых» и «больших» апертур

$$t_m \approx \begin{cases} \frac{1}{wS} + q \frac{\sqrt{S}}{v} & S \leq S_0 = (v/w)^{2/3}, \\ kw^{1/3} v^{-2/3} & S \gg S_0, \end{cases} \quad (11)$$

где  $k, q \sim 1$  — численные множители, зависящие от геометрии апертуры. Из (11) видно, что с ростом  $S$  уменьшение времени жизни метастабильных режимов насыщается на уровне, определяемом помимо  $w$  скоростью волн переключения. Это время возрастает в области интенсивностей  $I \approx I_0$ , где скорости волн переключения малы. Минимально время жизни метастабильных состояний, отвечающих краям ветвей ( $I \leq I_2$  для нижней и  $I \geq I_1$  для верхней ветвей).

Отметим в заключение возможность наблюдения описанных эффектов в экспериментах типа выполненных в работах [8, 11].

#### Литература

- [1] C. R. Willis. Opt. Commun., 32, 151, 1977.
- [2] В. Н. Луговой. Квант. электрон., 6, 2053, 1979.
- [3] R. Bonifacio, L. Lugiato, J. D. Farina, L. M. Narducci. IEEE J. Quant. Electron., QE-17, 357, 1981.
- [4] Н. Н. Розанов. Изв. АН СССР, сер физ., 46, 1886, 1982.
- [5] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Статистическая физика. Наука, М., 1964.
- [6] И. Л. Фабелинский. Молекулярное рассеяние света. Наука, М., 1965.
- [7] Э. М. Эпштейн. ЖТФ, 48, 1733, 1978.
- [8] Л. Л. Голик, А. В. Григорьянц, М. И. Елинсон. Письма ЖТФ, 6, 118, 1981.
- [9] Н. Н. Розанов. ЖЭТФ, 80, 96, 1981.
- [10] С. М. Рытов. ЖЭТФ, 33, 166, 1957.
- [11] Л. Л. Голик, А. В. Григорьянц, М. И. Елинсон, Ю. И. Балкарей. Квант. электрон., 8, 2058, 1981.

Поступило в Редакцию 4 апреля 1983 г.