

УДК 535.42

DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2023_2_55_15

EDN: FOAIZW

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА И ПОПЕРЕЧНЫЕ ПОТОКИ ЭНЕРГИИ ВЕКТОРНЫХ БЕССЕЛЬ – ГАУССОВЫХ ТМ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ

С.С. Гиргель

Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины

POLARIZING PROPERTIES AND CROSSFLOWS OF ENERGY OF VECTOR BESSEL – GAUSS TM LIGHT BEAMS

S.S. Girgel

Francisk Skorina Gomel State University

Аннотация. Предложены и исследуются аналитические выражения в замкнутой форме для векторных световых пучков Бесселя – Гаусса с неоднородной поляризацией (ТМ-моды). При ограничениях $Q_0'' > 0$ на свободный параметр Q_0'' такие пучки Бесселя – Гаусса переносят конечную мощность. Вычислены и графически исследуются картины поляризации, интенсивности и поперечные потоки энергии таких пучков.

Ключевые слова: параксиальные пучки, векторные пучки, пучки Бесселя – Гаусса, неоднородная поляризация, ТМ-моды.

Для цитирования: Гиргель, С.С. Поляризационные свойства и поперечные потоки энергии векторных бессель-гауссовых ТМ световых пучков / С.С. Гиргель // Проблемы физики, математики и техники. – 2023. – № 2 (55). – С. 15–19. – DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2023_2_55_15. – EDN: FOAIZW

Abstract. The analytical expressions in the closed form for vector light Bessel – Gauss beams with nonhomogeneous polarization (TM-modes) are offered and are investigated. At restrictions $Q_0'' > 0$ on free parameter Q_0'' such Bessel – Gauss beams transfer terminating power. The pictures of polarization, intensity and crossflows of energy of such beams are calculated and are graphically investigated.

Keywords: paraxial beams, vector beams, Bessel – Gauss beams, nonhomogeneous polarization, TM-modes.

For citation: Girgel, S.S. Polarizing properties and crossflows of energy of vector Bessel – Gauss TM light beams / S.S. Girgel // Problems of Physics, Mathematics and Technics. – 2023. – № 2 (55). – P. 15–19. – DOI: https://doi.org/10.54341/20778708_2023_2_55_15 (in Russian). – EDN: FOAIZW

Введение

Бесселевы пучки [1] обладают уникальными свойствами. В частности, они проявляют бездифракционность. К сожалению, бездифракционность связана с бесконечной энергией, поэтому бесселевы пучки, строго говоря, экспериментально не реализуемы. Поэтому были предложены бессель-гауссовы пучки, у которых наличие гауссовой образующей приводит к конечной переносимой мощности (см., например, [2]).

Обычно, для описания световых пучков используется скалярное приближение. Однако такой формализм пригоден, как правило, только для линейно поляризованных световых полей. Векторные бессель-гауссовы пучки, описывают световые пучки с произвольной поляризацией. Поэтому, по сравнению со скалярными, исследовались значительно меньше [3]–[8].

В работах [5]–[6] нами было начато изучение векторных пучков Бесселя – Гаусса. В работах [7]–[8] были получены явные выражения для поляризационных характеристик векторных

пучков Бесселя – Гаусса с однородной поляризацией и для ТМ мод с неоднородной поляризацией.

В настоящей работе будут более детально исследоваться поляризационные и энергетические свойства векторных бессель-гауссовых ТМ световых пучков, имеющих неоднородную поляризацию по своему поперечному сечению.

1 Векторные бессель-гауссовы световые пучки

Для скалярного параболического уравнения

$$(\Delta_{\perp} + 2i\partial_z)f(\rho, \varphi, z) = 0 \quad (1.1)$$

в цилиндрической системе координат известно решение

$$f(\rho, \varphi, z) = J_m(k_{\perp}\rho)e^{im\varphi}\exp\left(\frac{-ik_{\perp}^2z}{2k}\right),$$

описывающее параксиальные пучки Бесселя. К сожалению, такие пучки переносят бесконечную мощность и физически не реализуемы. Поэтому обычно ищут решение уравнения (1.1) в форме некоторой функции, содержащей гауссиан

$$G = \frac{1}{q} \cdot \exp\left(\frac{ik\rho^2}{2q}\right),$$

где $q = z - iq_0''$ – комплексный параметр пучка, и получают скалярные пучки Бесселя – Гаусса. Однако проще всего применить преобразование Апделя [9]

$$\Psi(\rho, \varphi, z) \rightarrow G\Psi\left(\frac{\rho}{\beta q}, \varphi, -\frac{1}{\beta^2 q}\right),$$

которое даёт новое гауссовоподобное решение из известного $\Psi(\rho, \varphi, z)$. Коэффициент βq должен быть безразмерным. Можно взять $\beta = i/z_0$, где рэлеевская длина $z_0 = kx_0^2/2$. Тогда получаем из $f(\rho, \varphi, z)$ решение [7], [8]

$$\psi = Q_1 G J_\nu \left(\frac{-ik_\perp z_0 \rho}{q}\right) e^{im\varphi},$$

описывающее скалярные пучки Бесселя – Гаусса конечной мощности при $q_0'' > 0$. Здесь

$$Q_1 = \exp\left(\frac{-ik_\perp^2 z_0^2}{2kq}\right)$$

– согласующий множитель между функциями Бесселя и Гаусса.

Для нахождения выражений, описывающих векторные пучки Бесселя-Гаусса, также применяют различные подходы. Проще всего сначала найти векторную амплитуду \mathbf{E}_\perp в поперечной плоскости, перпендикулярной оси OZ распространения пучка. Поперечную векторную амплитуду пучка Бесселя – Гаусса с неоднородной по сечению поляризацией (ТМ-моды) можно взять в виде $\mathbf{E}_\perp = \nabla_\perp \psi / k$. Тогда, после некоторых преобразований, получаем векторные решения

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_\perp &= \left[\frac{i\rho J_m \mathbf{e}_\rho}{q} - \frac{k'_\perp}{2k} \left((\mathbf{e}_\rho + i\mathbf{e}_\varphi) J_{m-1} - (\mathbf{e}_\rho - i\mathbf{e}_\varphi) J_{m+1} \right) \right] \times \\ &\quad \times G Q_1 e^{im\varphi}; \\ E_Z &= \frac{1}{kq} \left[\left(2 + \frac{ik\rho^2}{q} + \frac{iqk'_\perp}{k} \right) J_m + k'_\perp \rho (J_{m-1} - J_{m+1}) \right] \times \\ &\quad \times G Q_1 e^{im\varphi}, \end{aligned}$$

где $J_m = J_m(u)$; $u = k'_\perp \rho$; $k'_\perp = \frac{-ik_\perp z_0}{q}$; $z_0 = \frac{kx_0^2}{2}$;

k и k_\perp – продольные и поперечные волновые числа соответственно. Последние выражения соответствуют формулам (17)–(19) в [6] для ТЕ мод.

Целесообразно далее представить векторные решения для ТМ пучков Бесселя – Гаусса, представленные выше, в безразмерной форме. Для этого введем x_0 и $z_0 = kx_0^2/2$ – характерные размеры пучка в направлениях вдоль осей OX и OY соответственно. Тогда $R = \rho/x_0$, $Z = z/z_0$ –

безразмерные координаты, $\varphi = \arctg(Y/X)$. $Q = Z - iQ_0''$ – безразмерный комплексный параметр пучка. Волновые безразмерные параметры: $K = kx_0$; $K_\perp = k_\perp x_0$. $\theta = 1/K \approx 10^{-4}$ – безразмерный параметр парааксиальности пучка. Аргумент функций Бесселя $u = \frac{-iK_\perp R}{Q}$.

В разложении векторной амплитуды \mathbf{E} исследуемых ТМ-мод по ортам цилиндрической системы координат $\mathbf{E} = E_R \mathbf{e}_R + E_\varphi \mathbf{e}_\varphi + E_Z \mathbf{e}_Z$ соответствующие проекции равны:

$$\begin{aligned} E_R &= \frac{iGQ_1}{2Q} \exp(im\varphi) \cdot (4RJ_m - K_\perp (J_{m-1} - J_{m+1})); \\ E_\varphi &= \frac{GQ_1}{2Q} \exp(im\varphi) \cdot K_\perp (J_{m-1} + J_{m+1}); \\ E_Z &= -\frac{GQ_1}{2Q^2 K} \exp(im\varphi) \times \\ &\quad \times ((4Q + i(4R^2 - K_\perp^2))J_m - 2iK_\perp R (J_{m-1} - J_{m+1})). \end{aligned}$$

Таким образом, векторные парааксиальные ТМ пучки Бесселя – Гаусса зависят от безразмерных переменных (R, φ, Z) и четырех безразмерных параметров (K_\perp, K, m, Q) .

Чтобы векторные ТМ-моды Бесселя – Гаусса переносили конечную мощность, необходимо, чтобы для векторной амплитуды \mathbf{E}_\perp выполнялись условия её квадратичной интегрируемости (КИ). Несложно видеть, что условия КИ для ТМ-мод следующие $Q_0'' > 0$. Будем традиционно полагать также индекс m неотрицательным целым.

2 Поляризационные характеристики ТМ пучков Бесселя – Гаусса

Неоднородная поляризация и поперечные потоки энергии для гауссовых ТМ мод обсуждались нами в [10], а циркулярных ТМ пучков Куммера – в [11].

Теперь обсудим поляризацию векторных ТМ пучков Бесселя – Гаусса. Для вычисления характеристик поляризации таких пучков введем параметр $\eta_c = E_\varphi / E_R = \text{tg}(\psi_c' + i\psi_c'')$, тогда азимут главной оси эллипса поляризации световой волны относительно оси OX равен

$$\varphi + \psi_c' = \varphi + \text{Re}(\arctg(\eta_c)),$$

а ее эллиптичность γ выражается как

$$\gamma = \text{th}\psi_c'' = \text{th}(\text{Im}(\arctg(\eta_c))).$$

Так как параметр поляризации η_c не зависит от азимута φ , то поляризационные характеристики ТМ пучков Бесселя – Гаусса зависят только от радиальных расстояний R . Как видно из рисунков 2.1 и 2.2, главные оси эллипсов поляризации могут быть ориентированы только вдоль радиальных и азимутальных направлений.

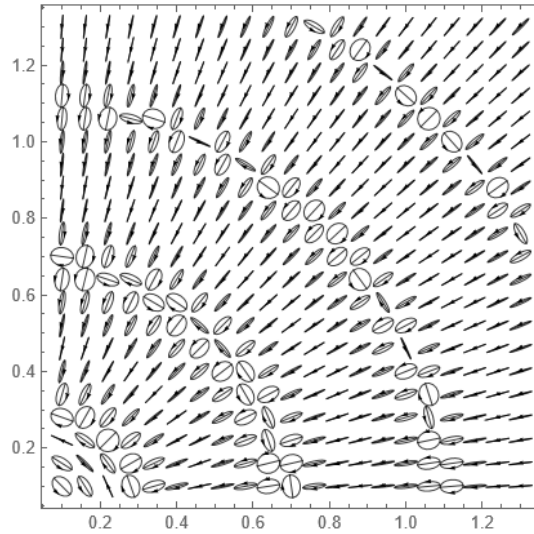


Рисунок 2.1 – Эллипсы поляризации векторных ТМ-мод Бесселя – Гаусса.
 Параметры пучка: $Q_0'' = 1; K_{\perp} = 8; m = 1; Q_0 = 1; Z = 0$.

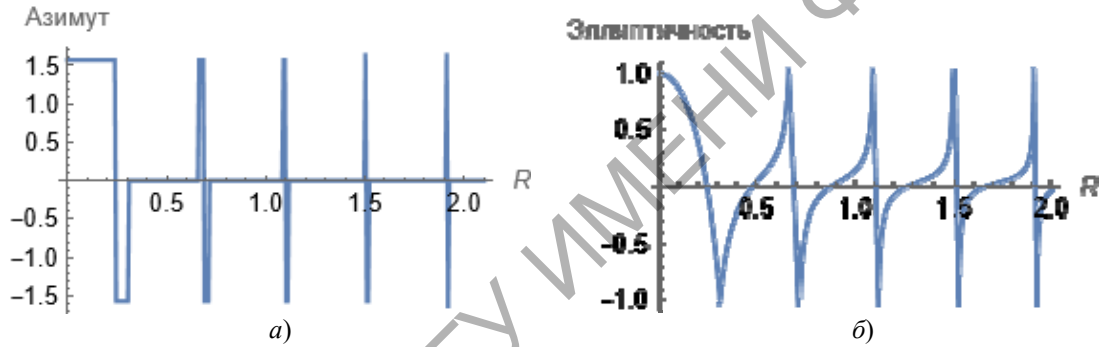


Рисунок 2.2 – Характеристики эллипсов поляризации векторных ТМ-мод:
 а) азимут эллипса поляризации, б) эллиптичность волны.
 Параметры пучка: $Q_0'' = 1; K_{\perp} = 8; m = 1; Q_0 = 1; Z = 0$.

Поляризация пучков является в общем случае неоднородной эллиптической. На оси пучка поляризация – строго циркулярная (рисунки 2.1 и 2.2). Затем при возрастании R эллиптичность у эллипсов поляризации быстро уменьшается до нуля и направления вращения у эллипсов поляризации изменяются на противоположные (при переходе через линейную азимутальную поляризацию). Потом снова поляризация постепенно становится круговой. После этого главные оси эллипсов поляризации поворачиваются на 90° . При дальнейшем возрастании расстояния R от оси пучка эллиптическая поляризация снова постепенно стремится к линейной радиальной (рисунки 2.1 и 2.2). Иначе говоря, при возрастании расстояния R от оси пучка неоднородная поляризация ТМ пучков Куммера претерпевает следующие трансформации: поляризация круговая – линейная азимутальная – круговая с противоположным направлением вращения – линейная радиальная – круговая и т. д. Главные оси эллипсов поляризации ориентируются вдоль радиальных и азимутальных направлений.

Таким образом, при $R \rightarrow 0$ поляризация стремится к циркулярной, при $R \rightarrow \infty$ поляризация стремится к линейной радиальной. При $m = 0$ везде имеем строго линейную радиальную поляризацию.

3 Продольные и поперечные потоки энергии ТМ пучков Бесселя – Гаусса

Усредненные по времени плотности энергии w и продольного S_z потоков энергии светового поля для векторных ТМ пучков Бесселя – Гаусса можно представить как

$$w = \frac{\varepsilon}{8\pi} (|E_R|^2 + |E_{\phi}|^2); \quad S_z = \frac{c}{n} w.$$

Плотность поперечного потока энергии можно записать в виде [9]

$$S_{\perp} = -\frac{c}{8\pi n} \operatorname{Re} (\varepsilon \mathbf{E}_{\perp}^* \cdot E_z + \mu \mathbf{H}_{\perp}^* \cdot H_z).$$

Для ТМ-мод $H_z = 0$ и поэтому

$$S_{\perp} = -\frac{c\varepsilon}{8\pi n} \operatorname{Re} \{ (E_R^* \cdot \mathbf{e}_R + E_{\phi}^* \cdot \mathbf{e}_{\phi}) \cdot E_z \}.$$

Целесообразно далее, следуя формализму [12]–[14], в выражении для $\mathbf{S}_\perp = \mathbf{S}_o + \mathbf{S}_s$ выделить явно плотность орбитального \mathbf{S}_o и спинового \mathbf{S}_s потоков энергии. Для параксиальных векторных полей получаем

$$\mathbf{S}_o = \frac{c\varepsilon}{8\pi nK} \text{Im} \left\{ (E_R^* \cdot \partial_R E_R + E_\varphi^* \cdot \partial_R E_\varphi) \mathbf{e}_R + (E_R^* \cdot \partial_\varphi E_R + E_\varphi^* \partial_\varphi E_\varphi) \mathbf{e}_\varphi / R \right\};$$

$$\mathbf{S}_s = -\frac{c\varepsilon}{8\pi nK} \text{Im} \left\{ -\partial_R (E_R^* E_\varphi) \cdot \mathbf{e}_\varphi + \partial_\varphi (E_R^* E_\varphi) \cdot \mathbf{e}_R / R \right\}.$$

Так как зависимость векторной амплитуды \mathbf{E} от азимута φ мы взяли простейшей экспоненциальной, то

$$\mathbf{S}_s = -\frac{c\varepsilon}{8\pi nK} \cdot \mathbf{e}_\varphi \text{Im} \left\{ \partial_R (E_R^* E_\varphi) \right\},$$

т. е. спиновые \mathbf{S}_s потоки энергии ТМ мод направлены строго азимутально. При этом орбитальные потоки энергии

$$\mathbf{S}_o = \frac{c\varepsilon}{8\pi nK} \left\{ \text{Im} (E_R^* \cdot \partial_R E_R + E_\varphi^* \cdot \partial_R E_\varphi) \cdot \mathbf{e}_R + m \left(|E_R|^2 + |E_\varphi|^2 \right) \mathbf{e}_\varphi / R \right\}.$$

При удалении от оси пучка OZ орбитальные потоки энергии стремятся к радиальным направлениям. При $m = 0$ – строго $\mathbf{S}_o \parallel \mathbf{e}_R$.

Проводилось аналитическое и графическое исследование поперечных \mathbf{S}_\perp потоков энергии векторных ТМ пучков Бесселя – Гаусса. На всех рисунках масштаб интенсивности условный. Мы рассматриваем азимутальную зависимость $E \propto \exp(im\varphi)$. Поэтому плотности энергии w , плотности поперечного потока энергии \mathbf{S}_\perp не зависят от азимута φ . В итоге, для исследования интенсивности и потоков энергии ТМ пучков Бесселя – Гаусса можно ограничиться продольным сечением пучка. Поэтому гауссовоподобные картины интенсивности в поперечном сечении

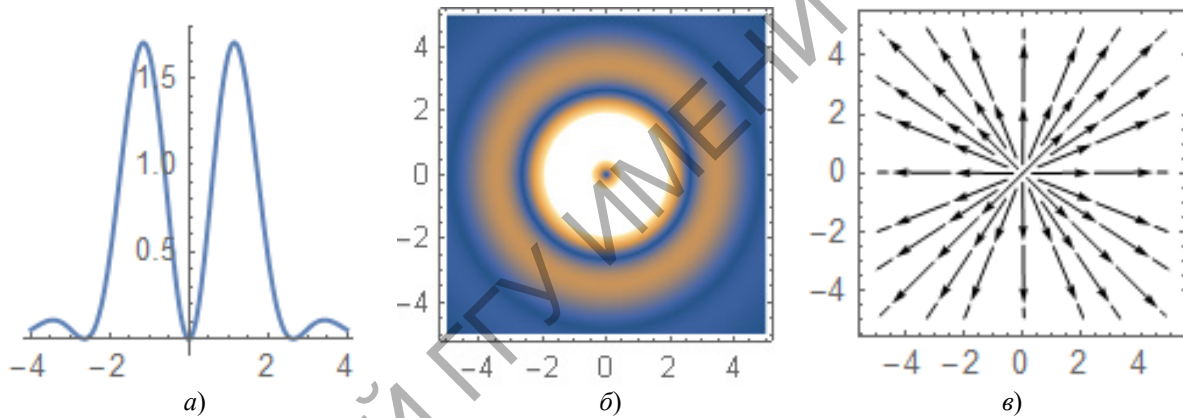


Рисунок 3.1 – Интенсивность и поперечные потоки энергии векторных пучков Бесселя – Гаусса (ТМ-моды) с зависимостью $f_2 = \exp(im\varphi)$: а) интенсивность в продольном сечении XOZ ; б) 2D интенсивность в поперечном сечении XOY ; в) линии поперечного потока. Используемые параметры: $Q_0'' = 12$; $K_\perp = 5.9$; $K_\perp = 16$; $m = 0$; $Q_0 = 12$; $Z = 0,05$.

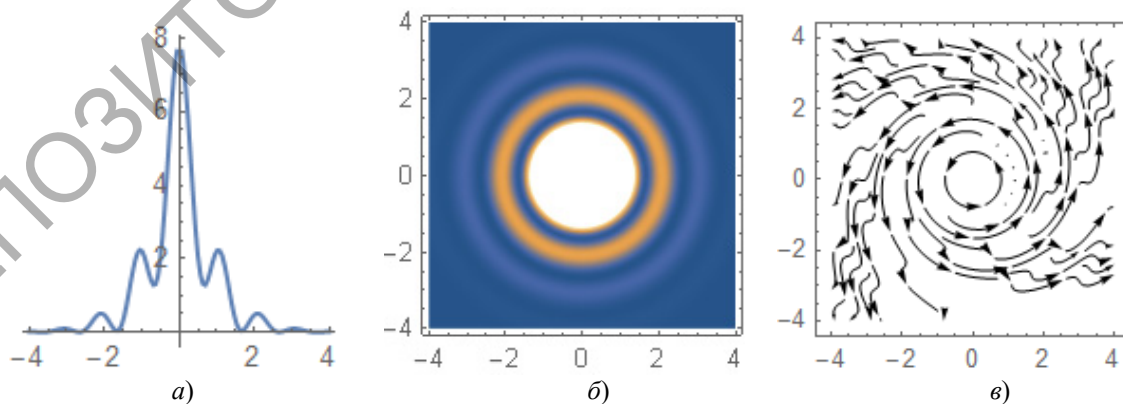


Рисунок 3.2 – Интенсивность и поперечные потоки энергии векторных пучков Бесселя – Гаусса (ТМ-моды) с зависимостью $f_2 = \exp(im\varphi)$: а) интенсивность в продольном сечении XOZ ; б) 2D интенсивность в поперечном сечении XOY ; в) линии поперечного потока. Используемые параметры: $Q_0'' = 12$; $K_\perp = 5.9$; $K_\perp = 25$; $m = 1$; $Q_0 = 8$; $Z = 0,0115$.

пучков представляют собой концентрические кольца. Обычно видны наиболее яркие центральный пик и/или одно или несколько колец (рисунки 3.1 и 3.2).

Поперечные потоки энергии значительно меньше продольных, однако вносят качественный вклад в общую динамику потоков энергии.

Направления потоков энергии зависят только от R и не зависят от азимута φ . Проанализируем характерные особенности поперечных потоков энергии векторных параксиальных пучков Бесселя – Гаусса (ТМ-моды) от свободных параметров Q_0'' , m , K , K_{\perp} и расстояния Z вдоль оси пучка. Эти зависимости являются достаточно сложными.

При $m = 0$ имеем строго радиальные потоки и несколько колец интенсивности. Вблизи оси пучка поперечные потоки энергии направлены азимутально, т. е. $S_{\perp} \propto e_{\varphi}$. На радиальные потоки энергии накладываются периодические, постепенно убывающие азимутальные осцилляции.

С увеличением параметров K_{\perp} и Q_0'' или расстояния Z спирали поперечных потоков энергии постепенно раскручиваются, число видимых колец интенсивности возрастает. При убывании параметра Q_0'' азимутальные потоки энергии постепенно превращаются в радиальные.

Если рассматривать трехмерные потоки энергии, то вблизи оси пучка линии полных потоков энергии закручены спирально вокруг оси пучка. С возрастанием R спирали постепенно раскручиваются. Для пучков с азимутальной зависимостью пучка в форме $f_2 = \cos(m\varphi)$ картины интенсивности и потоков энергии модулируются функцией $f_2 = \cos(m\varphi)$ являются более сложными и здесь не анализируются.

Заключение

В данной работе выведены выражения, описывающие новые типы пучков – векторные параксиальные световые ТМ пучки Бесселя – Гаусса, переносящие конечную мощность. Они характеризуются следующими свободными параметрами: двумя вещественными – (K , m) и двумя комплексными параметрами (Q_0 , K_{\perp}). Представлены явные выражения для поляризации и плотностей продольного S_z , орбитального S_{ϕ} и спинового S_s потоков энергии.

Выполнено графическое моделирование их поперечных потоков энергии и интенсивности. Проведен соответствующий анализ. Установлено, что выбор различных свободных параметров пучка приводит к качественно различным физическим картинам интенсивности и потоков энергии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Durnin, J. Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory / J. Durnin // JOSA A. – 1987. – Vol. 4, iss. 4. – P. 651–654.
2. Gori, F. Bessel – Gaussian beams / F. Gori, G. Guattari, C. Padovani // Opt. Commun. – 1987. – Vol. 64. – P. 491–495.
3. Greene, P.L. Properties and diffraction of vector Bessel – Gauss beams / P.L. Greene, D.G. Hall // JOSA. A. – 1998. – Vol. 15, iss.12. – P. 3020–3027.
4. Seshadri, S.R. Electromagnetic Gaussian beam / S. R. Seshadri // J. Opt. Soc. Am. A. – 1987. – Vol. 15, № 22. – P. 2712–2719.
5. Гиргель, С.С. Поляризационные свойства бessel-гауссовых пучков света / С.С. Гиргель // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. – 2001. – № 6 (9). – С. 150–154.
6. Гиргель, С.С. Поляризационные и энергетические свойства векторных бessel-гауссовых световых пучков / С.С. Гиргель // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. – 2006. – № 6 (39). – Ч. 1. – С. 49–52.
7. Гиргель, С.С. Обобщенные асимметричные волновые пучки Бесселя – Гаусса непрерывного порядка / С.С. Гиргель // Проблемы физики, математики и техники. – 2017. – № 2 (31). – С. 10–14.
8. Гиргель, С.С. Обобщенные пучки Бесселя – Гаусса непрерывного порядка // Проблемы физики, математики и техники. – 2015. – № 4 (25). – С. 11–15.
9. Миллер, У. Симметрия и разделение переменных / У. Миллер. – Москва: Мир, 1981. – 342 с.
10. Гиргель, С.С. Поляризационные и энергетические свойства векторных гауссовоподобных пучков. II. Неоднородная поляризация // С.С. Гиргель / Проблемы физики, математики и техники. – 2017. – № 4 (33). – С. 7–10.
11. Гиргель, С.С. Энергетические характеристики векторных циркулярных пучков Куммера конечной мощности. II. Неоднородная поляризация / С.С. Гиргель // Проблемы физики, математики и техники. – 2023. – № 1 (54). – С. 1–5.
12. Berry, M.V. Optical currents / M.V. Berry // Journal of Optics A: Pure and Applied Optics. – 2009. – Vol. 11 (9). – P. 094001.
13. Bekshaev, A.Y. Transverse energy flows in vectorial fields of paraxial beams with singularities / A.Y. Bekshaev, M.S. Soskin // Optics Communications. – 2007. – Vol. 271. – P. 332–348.
14. Bekshaev, A. Internal flows and energy circulation in light beams / A. Bekshaev, K. Bliokh, M. Soskin // Journal of Optics. – 2011. – Vol. 13 (5). – P. 053001.

Поступила в редакцию 09.03.2023.

Информация об авторах

Гиргель Сергей Сергеевич – д.ф.-м.н., профессор