

УДК 535.36

ПОКАЗАТЕЛЬ РАССЕЯНИЯ КОГЕРЕНТНО-РАССЕИВАЮЩЕЙ СРЕДЫ

Войшвилло Н. А.

Показано, что зависимость показателя рассеяния когерентно-рассеивающей среды от длины волны излучения является функцией структуры среды.

Рассеяние света в плотноупакованных дисперсных системах относится к области оптики рассеивающих сред, которая в настоящее время привлекает большое внимание [1-3]. При освещении когерентным пучком света в таких системах становится возможной реализация так называемых кооперативных эффектов, или когерентного рассеяния света. Математическое описание процесса когерентного рассеяния света при учете интерференционного взаимодействия излучения, рассеянного разными неоднородностями, как правило, опирается на знание геометрии взаимного расположения рассеивающих неоднородностей. Это требование на знание геометрии системы отпадает, если пользоваться методом, предложенным Дебаем [4]. Дебай по аналогии с рассеянием рентгеновских лучей при математическом рассмотрении когерентного рассеяния оптического излучения ввел радиальную функцию корреляции $\gamma(r)$, которая статистически описывает распределение отклонения показателя преломления среды от его среднего значения

$$\langle \eta_1 \eta_2 \rangle_{av} = \gamma(r) \bar{\eta}^2, \quad (1)$$

где $\bar{\eta}^2$ — средний квадрат флуктуаций диэлектрической постоянной относительно ее среднего значения ϵ ; η_1 и η_2 — флуктуации диэлектрической постоянной относительно ϵ , взятые в точках 1 и 2, расположенных на расстоянии r относительно друг друга. Функция $\gamma(r)$ характеризует протяженность рассеивающих неоднородностей, она равна единице, при $r=0$ и идет к нулю неопределенным образом (в общем случае) с увеличением расстояния r между точками среды. Введя таким образом функцию корреляции, Дебай получил следующее выражение для освещенности E , создаваемой освещенным рассеивающим объемом V на расстоянии R от него:

$$E = E_0 \frac{\bar{\eta}^2}{\epsilon^2} \frac{4\pi^3 V}{\lambda^4 R^2} \frac{1 + \cos^2 \varphi}{2} \int_0^\infty \frac{\sin pr}{pr} r^2 \gamma(r) dr. \quad (2)$$

Здесь $p = (4\pi \sin \varphi/2)/\lambda$, где φ — угол рассеяния; E_0 — освещенность, создаваемая падающим пучком. Следует отметить, что формула (2) получена для сред с небольшим относительным показателем преломления рассеивающих неоднородностей, где поле, с которым взаимодействует каждая из неоднородностей, есть поле падающей волны, не возмущенное действием других неоднородностей (так называемое первое приближение).

Целью настоящей работы является определение одной из основных характеристик когерентно-рассеивающих систем: их показателя рассеяния σ на основе применения функции корреляции $\gamma(r)$.

Показатель рассеяния σ , определяемый как отношение энергии, рассеянной единичным объемом среды, к освещенности, создаваемой падающим пучком,

¹ $\langle \dots \rangle_{av}$ — знак статистического усреднения.

в случае некогерентного рассеяния целиком определяется свойствами отдельной частицы и является результатом аддитивного сложения потерь энергии падающего пучка на рассеяние отдельными частицами

$$\sigma = NK\pi\rho^2, \quad (3)$$

где N — концентрация частиц радиуса ρ , K — коэффициент захвата частицы (система монодисперсна). Очевидно, что этот подход при определении показателя рассеяния σ для когерентно-рассеивающей системы неприемлем.

При дальнейшем рассмотрении будем полагать, что для когерентно-рассеивающей системы закон Бугера выполняется, т. е. (при отсутствии поглощения)

$$F = F_0 e^{-\sigma Z}, \quad (4)$$

но показатель σ в этом выражении уже нельзя определять из формулы (3), т. е. в формуле (4) значение показателя σ должно определяться с учетом кооперативных эффектов (F — световой поток, прошедший через плоский слой рассеивающей среды толщиной Z и F_0 — падающий световой поток). Для нахождения показателя σ будем исходить из дифференциальной формы закона Бугера

$$\sigma = -\frac{dF}{F_0 dZ} = -\frac{dF}{F_0 dV}, \quad -dF = dF_{\text{рас}}. \quad (5)$$

Отсюда

$$\sigma = \frac{F_{\text{рас}}}{F_0 V}, \quad \text{где } F_{\text{рас}} = \int_{4\pi} ER^2 d\Omega. \quad (6)$$

Так как для освещенности E рассеянного излучения будем пользоваться выражением (2), то получаем

$$\sigma = \frac{2\pi^3 \eta^2}{\varepsilon^2 \lambda^4} \int_{4\pi} (1 + \cos^2 \varphi) d\Omega \int_0^\infty r^2 \gamma(r) \frac{\sin pr}{pr} dr. \quad (7)$$

Внутренний интеграл в этом выражении с точностью до 4π равен объему корреляции — понятие, используемое Дебаем в [4]. Объем w образуется тем объемом среды, в пределах которого неоднородности участвуют в интерференционном взаимодействии и формируют когерентно-рассеянное излучение

$$w = 4\pi \int_0^\infty r^2 \gamma(r) \frac{\sin pr}{pr} dr. \quad (8)$$

Очевидно, объем корреляции w не равен просто освещенной части объема среды (как в случае некогерентного рассеяния) и, кроме того, зависит от направления рассеяния.

Дальнейшее определение показателя рассеяния σ обусловлено видом функции корреляции $\gamma(r)$. Здесь следует сказать, что, согласно нашей точке зрения, для плотноупакованных когерентно-рассеивающих систем рассматриваемая функция корреляции должна быть осциллирующей функцией, периодически переходящей из области положительных значений в отрицательную область. Такой характер $\gamma(r)$ диктуется следующим физическим соображением. При когерентном рассеянии характеристики рассеянного излучения определяются не только одной частицей, а их совокупностью, поэтому естественно, что функция корреляции должна иметь значения, отличные от нуля на сравнительно больших расстояниях r , превышающих размер одной частицы, т. е. на таких расстояниях, на которых предполагаются больше чем одна неоднородность с одинаковым составом. При некоторых значениях r точки 1 и 2 (см. определение $\gamma(r)$ в (1)) попадают преимущественно в неоднородности разного химического состава и, следовательно, с разным знаком отклонения показателя преломления от его среднего значения. Именно этим обусловлено существование отрицательных значе-

ний функции $\gamma(r)$. Это соображение имеет экспериментальное подтверждение. Для одной из плотноупакованных рассеивающих систем — натровоборосиликатного стекла — найденная функция корреляции $\gamma(r)$, действительно, представляет собой осциллирующую кривую с затухающей амплитудой, при этом

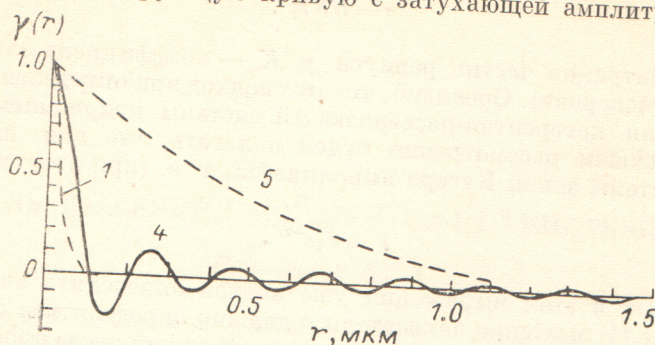


Рис. 1. Графики функции корреляции $\gamma(r) = \frac{\sin qr}{qr} e^{-ar}$.

1 — $a=0.2 \cdot 10^{-2}$, $q=0.3 \cdot 10^{-2} \text{ \AA}^{-1}$; 4 — $a=0.5 \cdot 10^{-4}$, $q=0.3 \cdot 10^{-2} \text{ \AA}^{-1}$; 5 — $a=0.15 \cdot 10^{-2}$, $q=2.0 \cdot 10^{-4} \text{ \AA}^{-1}$.

имеется область отрицательных значений $\gamma(r)^2$ [5]. Там же было показано, что эта функция хорошо аппроксимируется следующим выражением:

$$\gamma(r) = \sum_n C_n \frac{\sin q_n r}{q_n r} e^{-a_n r} \quad (9)$$

Здесь C_n — весовой множитель, а параметры a и q имеют размерность L^{-1} . Существование отрицательных и положительных значений у функции $\sin qr/qr$

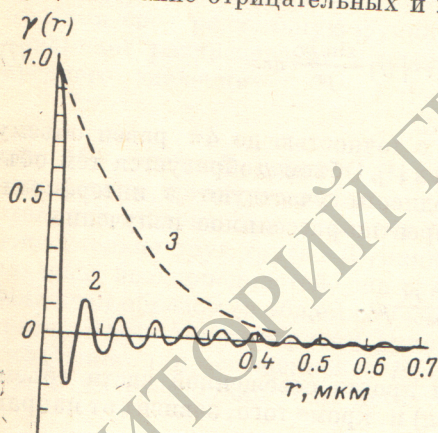


Рис. 2. Графики функции корреляции $\gamma(r) = \frac{\sin qr}{qr} e^{-ar}$.

2 — $a=0.5 \cdot 10^{-4}$, $q=1.0 \cdot 10^{-2} \text{ \AA}^{-1}$; 3 — $a=q=0.54 \times 10^{-3} \text{ \AA}^{-1}$.

физически отражает чередование в рассеивающей среде областей с различным показателем преломления, которые отличаются в разные стороны от его среднего значения. Периодичность их чередования определяется параметром q . Другой параметр функции корреляции (9) определяет протяженность расстояния, при котором функция корреляции имеет значения, отличные от нуля. Чем меньше величина a , тем больше сфера влияния интерференционного взаимодействия и более упорядочена структура среды, таким образом, параметр a можно рассматривать как характеристику степени упорядоченности структуры. При достаточно больших значениях a функция $\gamma(r)$ приобретает вид, характерный для некогерентного рассеяния (осцилляции утрачиваются) вследствие быстрого стремления к нулевым значениям еще в области первого максимума функции $\sin qr/qr$. На рис. 1 и 2 даны несколько функций корреляций, рассчитанных по формуле (9) при различных сочетаниях значений параметров a и q . Как видно, и характер, и протяженность изображенных функций корреляций существенно различны. Таким образом, представленные функции корреляции в виде (9)

² Функция корреляции для натровоборосиликатного стекла определялась на основе применения преобразования Фурье к выражению (2), где $E(\varphi)$ (индикатриса рассеяния) определялась экспериментально.

являются достаточно гибкими и позволяют описывать различные структуры рассеивающих систем, в том числе и плотноупакованных.

Если теперь в уравнение для показателя рассеяния (7) под знак интеграла ввести функцию корреляции (9) (один член), то получим

$$\sigma = \frac{2\pi^3 \eta^2}{\varepsilon^2 \lambda^4} \int_{4\pi} (1 + \cos^2 \varphi) d\Omega \int_0^\infty r^2 \frac{\sin qr}{qr} \frac{\sin pr}{pr} e^{-ar} dr. \quad (10)$$

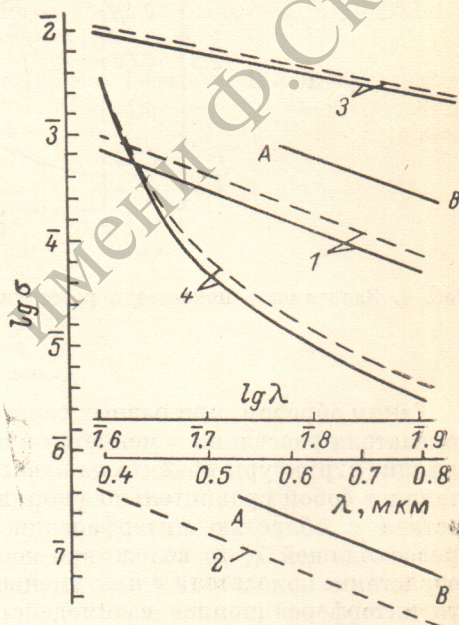
Решение этого интеграла приводит к следующему выражению:

$$\sigma = \frac{2\pi^3 \eta^2 a}{\varepsilon^2 \lambda^2} \left\{ \frac{2}{z^2} - \frac{1}{z^2} \left(1 + \frac{a^2 - q^2}{z^2} \right) \ln \left[1 + \frac{z^4 + 2z^2(a^2 - q^2)}{(a^2 + q^2)^2} \right] + \right. \\ \left. + \frac{1}{2aq} \left[1 + \frac{2(a^2 - q^2)}{z^2} + \frac{2(a^4 - 6a^2 q^2 + q^4)}{z^4} \right] \left[\arctg \frac{z^2 + a^2 - q^2}{2aq} - \arctg \frac{a^2 - q^2}{2aq} \right] \right\}, \quad (11)$$

где $z = 4\pi/\lambda$. Из (11) следует, что значение показателя рассеяния σ и характер его изменения с длиной волны существенным образом зависят от параметров a и q и их соотношения с λ . Результаты расчетов показателя σ по формуле (11) для некоторых конкретных функций корреляции в логарифмическом масштабе представлены на рис. 3 сплошными линиями. При этом для наглядности сопоставления σ и $\gamma(r)$ при расчете использовались функции корреляции, графики которых даны на рис. 1 и 2. Из сравнения рис. 1—3 следует, что когда функция корреляции имеет один знак и отличается от нуля в области меньшей длины волны,

Рис. 3. Зависимость показателя рассеяния σ от длины волны λ для различных сред, описываемых функциями корреляции с разными параметрами a и q .

1 — $a = 0.2 \cdot 10^{-2}$, $q = 0.3 \cdot 10^{-2} \text{ \AA}^{-1}$; 2 — $a = 0.5 \cdot 10^{-4}$, $q = 0.1 \cdot 10^{-2} \text{ \AA}^{-1}$; 3 — $a = q = 0.54 \cdot 10^{-3} \text{ \AA}^{-1}$; 4 — $a = 0.5 \cdot 10^{-4}$, $q = 0.3 \cdot 10^{-2} \text{ \AA}^{-1}$. Сплошные линии — расчет показателя σ по формуле (11), штриховые — по формуле (15) (поляризованное излучение). По оси ординат отложен логарифм значений показателя рассеяния с точностью до множителя $\pi^4/32 \text{ \AA}^4/\varepsilon^2$.



т. е. когда рассеяние определяется неоднородностями малого размера с показателем преломления, отклоняющимся в одну сторону от показателя преломления среды, зависимость показателя рассеяния от длины волны подобна той, которая имеет место при релеевском рассеянии (рис. 1 и 3, кривые 1). Действительно, если представить спектральную закономерность изменения показателя рассеяния σ в виде выражения

$$\sigma = \frac{A}{\lambda^m}, \quad (12)$$

где A — постоянная в некотором интервале длин волн, то для релеевского рассеяния $m=4$ независимо от длины волны. Подобного рода зависимость на рис. 3 представлена прямой AB (тангенс угла наклона равен 4) и видно, что кривая 1 имеет примерно такую же скорость нарастания показателя σ при уменьшении длины волны. Аналогичный характер спектра $\sigma=f(\lambda)$ сохраняется, если среда представляет собой плотноупакованную систему неоднородностей разного состава и малых размеров (рис. 2, 3, кривые 2) с общей протяженностью области, где значения функции корреляции отличны от нуля, не превосходящей $\sim 0.8 \text{ мкм}$. Если же функция корреляции монотонно падает до нулевых значений на расстоянии, соизмеримом с длиной волны, и при этом не переходит в область отрицательных значений, то для зависимости $\sigma=f(\lambda)$ свойственно уменьшение

показателя степени m при λ в выражении (12). Здесь очевидна аналогия с рассеянием света на отдельной сферической частице, где в соответствии с теорией Ми увеличение размера неоднородности сопровождается ослаблением спектральной зависимости светорассеяния (рис. 2, 3, кривые 3).

Наибольший интерес представляет случай, демонстрируемый кривыми 4 на рис. 1 и 3. Здесь функция корреляции описывает плотноупакованную систему неоднородностей разного состава с размерами не намного меньшими, чем длина волны видимого участка спектра. Такую структуру можно представить как большую сферу с чередующимися концентрическими слоями и разными показателями преломления. Для показателя рассеяния σ в этом случае характерно усиление его зависимости от λ , т. е. показатель степени при λ в выражении (12) $m > 4$. В коротковолновом участке спектра при $\lambda < 0.55$ мкм это превышение становится весьма значительным: $m \approx 10$.

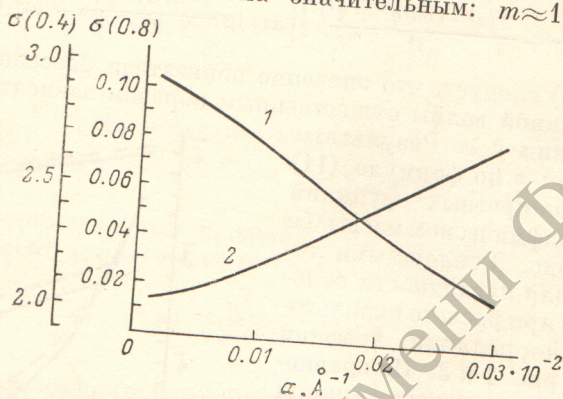


Рис. 4. Зависимость показателя рассеяния σ (в отн. ед.) от параметра a функции корреляции.

$$q = 0.29 \cdot 10^{-2} \text{ Å}^{-1}.$$

$$\lambda, \text{ мкм: } 1 - 0.4, 2 - 0.8.$$

Таким образом, при разных сочетаниях параметров a , q и λ характер спектра показателя рассеяния σ меняется в широких пределах, что, очевидно, отражает влияние структуры объекта на зависимость $\sigma = f(\lambda)$. При этом, если среда представляет собой сравнительно упорядоченную систему неоднородностей разного состава с областью интерференционного взаимодействия, соизмеримой или превосходящей λ , то вследствие кооперативных эффектов наблюдается резкое возрастание показателя σ при уменьшении λ . Если же структура среды такова, что интерференционное взаимодействие излучения, рассеянного неоднородностями разного состава, отсутствует, то в выражении для соответствующей ей функции корреляции (1) осциллирующий член можно принять равным 1 ($q=0$). Тогда формула для показателя рассеяния σ приобретает вид

$$\sigma = \eta^2 \frac{(z^2 + 2a^2)}{8\varepsilon^2 a} \left\{ \frac{z^2 + 2a^2}{z^2 + a^2} - \frac{2a^2 \ln \left(1 + \frac{z^2}{a^2} \right)}{z^2} \right\}. \quad (13)$$

Влияние параметров a и q на зависимость $\sigma = f(\lambda)$ легче проследить, если использовать менее громоздкое выражение для показателя σ , полученное для одной поляризованной (вертикальной) компоненты излучения. Для этого следует получить решение интеграла

$$\sigma = \eta^2 \frac{4\pi^3}{\varepsilon^2 \lambda^4} \int_{4\pi} d\Omega \int_0^\infty r^2 \frac{\sin qr}{qr} \frac{\sin pr}{pr} e^{-ar} dr, \quad (14)$$

которое имеет следующий вид:

$$\sigma = \eta^2 \frac{\pi^2}{\varepsilon^2 \lambda^2 q} \left\{ \arctg \frac{z^2 + a^2 - q^2}{2aq} - \arctg \frac{a^2 - q^2}{2aq} \right\}. \quad (15)$$

Результаты расчета показателя рассеяния σ по формуле (15) представлены на рис. 3 штриховыми линиями. Как видно, характер спектральных зависимостей

показателя σ , рассчитанных по формулам (11) и (15), идентичен. Из формулы (15) можно также сделать вывод о том, что влияние параметров a и q на величину показателя рассеяния проявляется различно в зависимости от их соотношения с длиной волны λ . Действительно, из результатов расчета, представленных графически на рис. 4, следует, что увеличение значений параметра a в коротковолновом участке спектра вызывает падение величины σ , а в длинноволновом, напротив, — возрастание показателя σ .

Таким образом, из полученного выражения для показателя рассеяния σ следует, что при разных структурах когерентно-рассеивающей среды возможны различные виды зависимости $\sigma = f(\lambda)$, а следовательно, и существенно различный характер спектра прошедшего излучения. В отдельных случаях происходит резкое усиление зависимости показателя рассеяния от длины волны.

Литература

- [1] Иванов А. П., Данилюк В. Г. — ЖПС, 1975, т. 22, в. 2, с. 302—306.
- [2] Хайруллина А. Я. — Опт. и спектр., 1982, т. 53, в. 6, с. 1043—1048.
- [3] Ishimaru A., Kuga Y. — J. Opt. Soc. Amer., 1982, v. 72, N 10, p. 1317—1320.
- [4] Debye P., Bueche A. M. — J. Appl. Phys., 1949, v. 20, N 6, p. 548—525.
- [5] Войшвилло Н. А. — Опт. и спектр., 1962, т. 12, в. 3, с. 412—418.

Поступило в Редакцию 28 сентября 1983 г.