

УДК 535.515

ПОЛОСЫ ТАЛБОТА ОТ ДВОЙКОПРЕЛОМЛЯЮЩЕЙ ПЛАСТИНКИ

Амтиславский Я. Е.

Анализируются свойства ступенчатой пластинки как спектрального прибора и свойства системы, состоящей из ступенчатой пластинки и прибора спектральной развертки, при антипараллельном их расположении. Доказывается, что замена в традиционной схеме получения полос Талбота изотропной прозрачной пластинки двойкопреломляющей кристаллической пластинкой приводит к появлению биений контрастности полос Талбота; спектральная частота этих биений зависит от силы двойного лучепреломления пластинки. Явление может быть использовано для измерения величины $\Delta n = (n_e - n_o) - d(n_e - n_o)/d\lambda$.

В данной работе обсуждаются особенности формирования полос Талбота ступенчатой пластинкой, обладающей двойным лучепреломлением. В литературе, посвященной полосам Талбота [1-5], этот случай не рассматривается. Вместе с тем анализ вопроса приводит к выводу о возможности использования закономерностей явления в рефрактометрии. Обсуждение этих возможностей и является целью нижеследующего рассмотрения.

Под ступенчатой пластинкой будем понимать простейшую одноступенчатую фазовую решетку, состоящую из $N=2$ элементов — слоя прозрачного плотного вещества и смежного с ним слоя воздуха — шириной a и толщиной t каждый с показателями преломления $n_1=n$ и $n_2=1$ соответственно. При введении такой ступенчатой пластинки в коллимированный световой пучок в силу дифракции на прозрачном элементе шириной a происходит дифракционное отклонение излучения и перераспределение его в пространстве, выражаемое известным соотношением: $I_\Psi = I_0 (\sin u/u)^2$, где $u = \pi a \sin \Psi / \lambda$, а Ψ — угол дифракции. Подавляющая часть этого излучения распределяется в области главного максимума, для которой $|\Psi| \ll \lambda/a$. Пренебрегая влиянием слабых вторичных максимумов, ограничим область дифракции угловым интервалом $\Delta\Psi = 2\lambda/a$. Перекрывание пучков, дифрагирующих от соседних ступеней пластинки, приводит к формированию в области $\Delta\Psi$ широких максимумов двухлучевой интерференции, каждый из которых имеет угловую ширину $\delta_1\Psi = \lambda/a = \Delta\Psi/2$. В монохроматическом свете в области главного максимума в общем случае укладываются два интерференционных максимума соседних порядков, имеющих неодинаковую интенсивность и разделенных угловым расстоянием $\delta\Psi = \delta_1\Psi = \lambda/a$ [6]. Их угловое положение Ψ зависит от λ и определяется соотношением

$$t(n-1) + a \sin \Psi = K\lambda, \quad (1)$$

где K — целочисленный порядок интерференции. В некогерентном свете одновременно формируется непрерывная совокупность интерференционных максимумов, которые в зависимости от λ занимают различное положение в области $\Delta\Psi$, причем некоторый спектральный интервал $\Delta\lambda_K$ в K -ом порядке полностью заполняет эту область. Назовем интервал $\Delta\lambda_K$ элементарным спектром K -го порядка. Центральная для элементарного спектра линия с длиной волны λ_K^0 создает интерференционный максимум без отклонения в пространстве ($\Psi=0$). На основании (1) имеем

$$\lambda_K^0 = t \frac{(n-1)}{K}. \quad (2)$$

Таким образом, ступенчатая пластинка представляет собой своеобразный спектральный прибор, формирующий элементарный спектр широких линий (полос двухлучевой интерференции). По отношению к элементарному спектру ступенчатая пластинка ведет себя как прибор прямого зрения с угловой дисперсией D_{Ψ} . Дифференцируя (1) по λ при $K = \text{const}$, получим в области $\Psi = 0$ в полном соответствии с [6-8]

$$D_{\Psi} = \frac{d\Psi}{d\lambda} = \frac{t}{a} \left[\frac{n-1}{\lambda} - \frac{d(n-1)}{d\lambda} \right]. \quad (3)$$

Величину $\Delta\lambda_K$ найдем по формуле

$$\Delta\lambda_K = \frac{\Delta\Psi}{D_{\Psi}} = 2\lambda/t \left[\frac{n-1}{\lambda} - \frac{d(n-1)}{d\lambda} \right]. \quad (4)$$

Спектральная область дисперсии ступенчатой пластинки вдвое меньше и составляет

$$\delta\lambda_K = \frac{\delta\Psi}{D_{\Psi}} = \lambda/t \left[\frac{n-1}{\lambda} - \frac{d(n-1)}{d\lambda} \right]. \quad (5)$$

При освещении ступенчатой пластинки немонахроматическим светом, широкий спектр которого простирается от λ_1 до λ_2 , в области главного максимума имеет место полное пространственное перекрытие множества элементарных спектров. Общее их число определяется набором целочисленных значений K , удовлетворяющих (2) в интервале от λ_1 до λ_2 .

Перейдем к рассмотрению свойств системы, состоящей из ступенчатой пластинки и прибора спектральной развертки (призмы или дифракционной решетки) с большой спектральной областью дисперсии $\delta'\lambda$ и угловой дисперсией D'_{Ψ} . Действие такой системы существенно различно в зависимости от взаимной ориентации приборов. Формирование полос Талбота возможно, когда D_{Ψ} и D'_{Ψ} близки по величине и противоположны по знаку (антипараллельное расположение). При этом происходит пространственное разделение элементарных спектров, обусловленное двумя причинами: под влиянием прибора развертки спектры $\Delta\lambda_K$ смещаются в одном направлении, но в разной степени и потому расходятся в пространстве; в силу частичной компенсации дисперсий элементарные спектры в ходе смещения деформируются — сжимаются к λ_K^0 . Эффект выражен наиболее сильно при полной компенсации дисперсий, т. е. при соблюдении условия

$$D'_{\Psi} = -D_{\Psi}. \quad (6)$$

В этом случае спектры $\Delta\lambda_K$ стягиваются до монохроматической (интерференционной) ширины центральной линии λ_K^0 , т. е. сужаются ровно вдвое, и пространственное перекрытие соседних спектров полностью снимается, несмотря на «половинное» перекрытие их спектрального состава. Формируется система своеобразных контрастных светлых полос в непрерывном спектре, разделенных темными полосами Талбота. Необычность такой спектральной картины состоит в следующем: а) каждая светлая полоса, представляя собой ахроматическую в пределах спектрального интервала $\Delta\lambda_K$ полосу двухлучевой интерференции, занимает участок спектра протяженностью $\delta\lambda_K = \Delta\lambda_K/2$; б) наибольший вклад в состав излучения, распределенного в области светлой полосы K -го порядка, дают спектральные составляющие, близкие к λ_K^0 , имеющие большую интенсивность. Вклад составляющих, близких к краям элементарного спектра $\lambda_K^0 \pm \delta\lambda_K$, мал в силу малости интенсивности последних; эти составляющие дают максимальный вклад в состав излучения соседних полос $K \pm 1$ порядка; в) в пределах данной K -й полосы спектральный состав (цвет) излучения остается неизменным, различные участки полосы отличаются только по яркости; г) при переходе к соседней полосе цвет изменяется скачкообразно; д) несмотря на пространственное разделение и разный цвет, соседние полосы имеют «наполовину» одинаковый спектральный состав; е) полностью обновлены по спектральному составу полосы, отстоящие друг от друга не ближе чем через одну.

Рассмотренные особенности явления соответствуют условию (6). Ниже мы будем предполагать, что это условие соблюдается.

Введение в традиционную схему опыта ступенчатой пластинки с двояко-преломляющими свойствами вносит в рассмотренную картину немаловажные изменения. В естественном свете обыкновенная (*o*) и необыкновенная (*e*) составляющие освещающего пучка формируют каждая свою систему полос несколько различной спектральной ширины $\delta\lambda$ (5). Их наложение обуславливает своеобразный «нониусный» эффект: в какой-то части спектра светлая полоса *K*-го порядка *o*-системы перекрывается со светлой полосой (*K*+*M*)-го порядка *e*-системы ($\Delta K=M$), и здесь возникает полоса высокой контрастности, тогда как в какой-то соседней части спектра светлая полоса одной системы перекрывается с темной полосой другой ($\Delta K=M+1/2\equiv P$) и картина размывается. Эти биения контрастности можно использовать для оценки рефрактометрического коэффициента силы двойного лучепреломления пластинки $\Delta n = (n_e - n_o) - \lambda \frac{d(n_e - n_o)}{d\lambda}$.

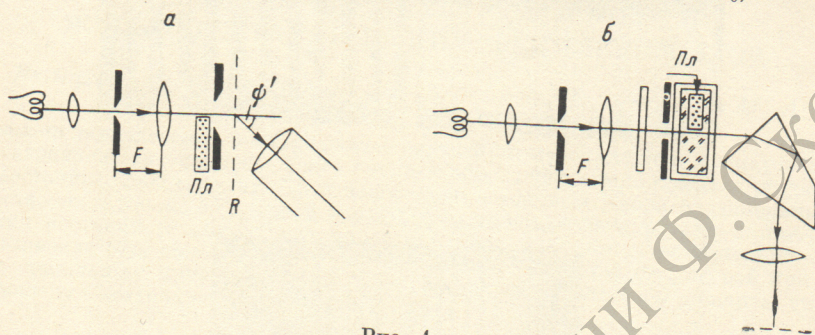


Рис. 1.

Пусть некоторый минимум контрастности соответствует длине волны λ_P . Тогда для λ_P выполняются два условия: $t(n_o - 1) = K\lambda_P$ и $t(n_e - 1) = (K + P)\lambda_P$. Отсюда

$$t(n_e - n_o) = P\lambda_P. \quad (7)$$

Дифференцируя (7) по λ , будем иметь

$$t \frac{d(n_e - n_o)}{d\lambda} = t \frac{n_e - n_o}{\lambda} + \lambda \frac{dP}{d\lambda}. \quad (8)$$

При переходе к соседней области минимальной контрастности ($\lambda = \lambda_{P-1} > \lambda_P$) число *P* изменяется на (-1). После замены в (8) dP на (-1) и $d\lambda$ на $\lambda_{P-1} - \lambda_P$ получим искомый результат в виде

$$\Delta n_\lambda = \left[(n_e - n_o) - \lambda \frac{d(n_e - n_o)}{d\lambda} \right]_{\lambda} = \frac{\lambda_P \lambda_{P-1}}{t(\lambda_{P-1} - \lambda_P)}, \quad (9)$$

где $\bar{\lambda} = \frac{(\lambda_{P-1} - \lambda_P)}{2}$.

В измерительном плане рассмотренный метод сходен с известным поляризационным методом определения Δn_λ посредством измерения спектрального расстояния $\lambda_{P-1} - \lambda_P$ между соседними темными полосами гашения, наблюдаемыми при введении в спектральный прибор исследуемой двоякопреломляющей пластинки, установленной между поляризатором и анализатором [9]. Хотя этот поляризационный метод не имеет никакого отношения к полосам Талбота и отличается от рассмотренного как по природе явления, так и по способу его наблюдения, расчетная формула в том и другом случаях имеет один и тот же вид, а измеряемые спектральные расстояния — одну и ту же величину.

Экспериментальная установка, использованная для получения спектральной интерференционной картины переменной контрастности, включала плоскопараллельную пластинку кристаллического кварца *Пл* толщиной $t=1.09$ мм, выпиленную параллельно оптической оси (рис. 1, а). Закрепленная в специальной оправке, эта пластинка прикрывала половину регулируемой раздвижной щели с симметричным перемещением ножей ($2a \div 0-4$ мм) и вместе с ней образовывала двоякопреломляющую ступенчатую пластинку с плавно регулируемой угловой дисперсией D_Ψ . При $a=0.8$ мм ($2a=1.6$ мм) для $\lambda=546$ нм на основании табличных данных [10] имеем по (3) $D_\Psi=1.45 \cdot 10^6$ 1/м и для достижения

высокого качества полос Талбота в области максимальной контрастности картины необходимо в соответствии с условием (6) использовать прибор развертки с достаточно большой угловой дисперсией D'_Ψ . Роль такого прибора выполняла дифракционная решетка R с периодом $C=1.66$ мкм ($N_0=600$ 1/мм, $K'=1, 2$). Исходя из известной формулы $D'_\Psi=K'/C \cos \Psi'=K'/C [1-(K'\lambda/C)^2]^{1/2}$ имеем для $\lambda=546$ нм в спектре второго порядка $D'_\Psi=1.5 \cdot 10^6$ 1/м. На спектрограммах рис. 2, а, иллюстрирующих явление, представлены два небольших участка раз-
 ной контрастности соответственно в ближней красной и оранжевой частях спектральной картины ($K'=2, a=0.8$ мм).

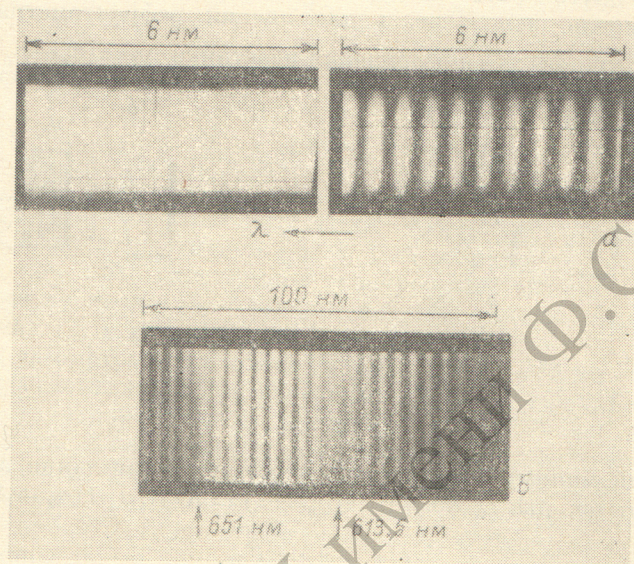


Рис. 2.

В измерительной практике может оказаться удобным перевести наблюдение явления в область меньших угловых дисперсий. Такого результата можно добиться, например, помещая двоякопреломляющую пластинку Pl в изотропную прозрачную жидкость подходящей оптической плотности n° . При этом в формулы (1)–(5) вместо сомножителя $(n-1)$ войдет значительно меньший по величине сомножитель $(n-n^\circ)$, что приведет к уменьшению D_Ψ (3) и увеличению $\delta\lambda_K$ (5), тогда как формулы (7)–(9) останутся без изменения. Опыты такого рода были выполнены на однопризменном спектрометре УМ-2. Пластинка Pl помещалась в кювету, наполненную глицерином и прикрытую непрозрачным экраном с прорезью шириной $2a=2$ мм. Спектрограмма рис. 2, б, снятая при диагональной ориентации поляризатора Π и температуре жидкости $t=20^\circ\text{C}$, иллюстрирует явление. Областям минимальной контрастности на рис. 2, б соответствуют длины волн $\lambda_P^* = 613.5$ нм и $\lambda_{P-1} = 651$ нм ($\bar{\lambda} = 630$ нм). Отсюда на основании (9) и в хорошем соответствии с табличными данными [10] имеем $\Delta n_\lambda = 9.77 \cdot 10^{-3}$.

Литература

- [1] Longhurst R. S. Geometrical and physical optics. Longman group Limited. London, 1973, p. 125–127.
- [2] Pidduck F. V. — JOSA, 1947, v. 37, N 1, p. 55–58.
- [3] Башкатов М. Н. — Опт. и спектр., 1958, т. 4, в. 6, с. 791.
- [4] King A. L., Davis R. — Am. J. Phys., 1971, v. 39, p. 1195–1198.
- [5] Амстиславский Я. Е. — Опт. и спектр., 1975, т. 39, в. 1, с. 174–179.
- [6] Королев Ф. А. Спектроскопия высокой разрешающей силы. М., 1953, с. 20–30.
- [7] Толанский С. Спектроскопия высокой разрешающей силы. М., 1955, с. 255.
- [8] Зайдель А. Н., Островская Г. В., Островский Ю. И. Техника и практика спектроскопии. М., 1976, с. 162.
- [9] Вустер У. Практическое руководство по кристаллофизике. М., 1958, с. 19–25.
- [10] Таблицы физических величин / Под ред. И. К. Кикоин. М., 1976, с. 636; Краткий физико-технический справочник / Под ред. К. П. Яковлева. М., 1960, с. 372.

Поступило в Редакцию 4 февраля 1983 г.