

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 535.2

К ВОПРОСУ АПОДИЗАЦИИ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ  
С ГАУССОВЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ИНТЕНСИВНОСТИ

Митяков В. Г., Федоров В. Б.

В ряде практических приложений, связанных с созданием устройств опто-электронной памяти, системы оптической обработки информации и других, возникает задача формирования с минимальными энергетическими потерями из лазерного пучка с гауссовым распределением интенсивности усеченного гауссова пучка с иным распределением интенсивности в поперечном сечении. Частный случай формирования из лазерного пучка пространственно ограниченного пучка определенного диаметра с равномерным распределением интенсивности и дифракционной расходимостью рассмотрен в [1]. В данной работе решена общая задача, которая формулируется следующим образом.

Имеется гауссов пучок с амплитудным распределением в поперечном сечении  $A = a \exp[-(x^2 + y^2)/\rho_a^2]$ , характеризующийся амплитудой в центре пучка  $a$  и радиусом (параметром ширины)  $\rho_a$ . Используя телескопическую оптическую систему, которая позволяет без энергетических потерь преобразовать его в гауссов пучок  $B = b \exp[-(x^2 + y^2)/\rho_b^2]$  радиуса  $\rho_b$ , и расположенный за ней (см. рисунок) аподизирующий амплитудный фильтр с пропусканием  $\Gamma(x, y)$ , необходимо получить непосредственно за этим фильтром в плоскости диафрагмирующего отверстия усеченный гауссов пучок  $C = c \exp[-(x^2 + y^2)/\rho_c^2]$  радиуса  $\rho_c$  при условии, что коэффициент светопропускания такой системы  $\bar{M}$ , определяемый как отношение мощности  $P_c$  пучка  $C$ , прошедшего через отверстие, к мощности  $P_a$  исходного пучка  $A$  (или мощности  $P_b$  пучка  $B$ ), максимален.

При решении задачи аподизации гауссовых пучков для случаев круглого диаметра  $D$ , квадратного со стороной  $L$  и щелевого шириной  $H$  отверстий, расположенных симметрично относительно оси оптической системы, будем нормировать координаты  $x, y, \rho = \sqrt{x^2 + y^2}$  и радиусы гауссовых пучков на характерный размер этих отверстий. Предположим, что мощность исходного гауссова пучка равна единице. Тогда для круглого отверстия получим

$$P_a = P_b = 2\pi b^2 \int_0^{\infty} \exp(-2\sigma^2/\sigma_b^2) \sigma d\sigma = \frac{\pi}{2} b^2 \sigma_b^2 = 1, \tag{1}$$

$$P_c = 2\pi c^2 \int_0^1 \exp(-2\sigma^2/\sigma_c^2) \sigma d\sigma = \frac{\pi}{2} c^2 \sigma_c^2 [1 - \exp(-2/\sigma_c^2)], \tag{2}$$

где

$$\sigma = \rho/(D/2), \quad \sigma_b = \rho_b/(D/2), \quad \sigma_c = \rho_c/(D/2).$$

Необходимым условием максимума величины  $P_c$ , а следовательно, и величины  $\bar{M}_D$  является равенство амплитуд пучков  $B$  и  $C$  на границе диафрагми-

<sup>1</sup> Индексами  $D, L$  и  $H$  отмечаются значения величин, относящиеся соответственно к случаям круглого, квадратного и щелевого отверстий.



рующего отверстия (при  $\sigma=1$ ), т. е.  $b \exp(-\sigma_b^2) = c \exp(-\sigma_c^2)$ . С учетом этого равенства и соотношений (1) и (2) выражение для мощности  $P_c$  пучка, прошедшего через отверстие, можно записать в виде

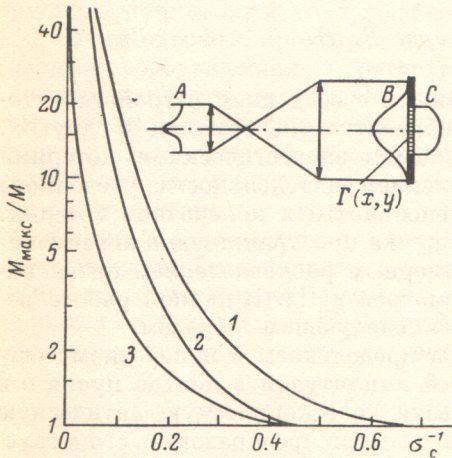
$$P_c = \sigma_b^{-2} \sigma_c^2 \exp(-2\sigma_b^{-2}) \exp(2\sigma_c^{-2} - 1). \quad (3)$$

Функция  $P_c(\sigma_b)$  имеет максимум при  $\sigma_b = 2\rho_b/D = \sqrt{2}$  для любых значений  $\sigma_c = 2\rho_c/D$ . Подставляя это значение  $\sigma_b$  в (3), получим величину максимальной прошедшей через отверстие мощности

$$P_{c, \text{ макс}} = \frac{\sigma_c^2}{2l} [\exp(2\sigma_c^{-2}) - 1]. \quad (4)$$

Следует отметить, что значения  $P_{c, \text{ макс}} > 1$ , которые формально могут быть получены из выражения (4) для  $\sigma_c < \sqrt{2}$  при пассивном амплитудном фильтре, физического смысла не имеют.

В частном случае при  $\sigma_c \rightarrow \infty$ , т. е. когда из гауссова пучка требуется получить пучок с равномерным распределением интенсивности в пределах круглого



Оптическая схема аподизации гауссовых пучков и зависимости энергетического выигрыша в светопропускании  $\tilde{M}_{\text{ макс}}/M$ , получаемого за счет использования аподизирующего фильтра с пропусканием по интенсивности  $\Gamma(x, y)$ , от обратной величины нормированного параметра ширины  $\sigma_c^{-1}$  формируемого гауссового пучка для случаев круглой (1), квадратной (2) и щелевой (3) диафрагмы.

отверстия, на основании (4) найдем  $P_{c, \text{ макс}} \approx l^{-1} = 0.368$ , что совпадает со значением, полученным в [1].

Учитывая, что коэффициент светопропускания круговой диафрагмы без аподизирующего фильтра в случае гауссова пучка, характеризуемого радиусом  $\sigma_c$ , есть  $M_D = 1 - \exp(-2/\sigma_c^2)$ , а также, что по условию нормировки  $P_c = \tilde{M}_D$ , на основании (4) для максимальной величины отношения  $\tilde{M}_D/M_D$ , характеризующей выигрыш в коэффициенте светопропускания, который может быть получен за счет амплитудной аподизации, найдем

$$\frac{\tilde{M}_{D, \text{ макс}}}{M_D} = \frac{\sigma_c^2}{2l} \exp(2\sigma_c^{-2}). \quad (5)$$

Для достижения такого выигрыша в коэффициенте светопропускания системы, изображенной на рисунке, необходимо использовать телескопическую систему с увеличением  $\gamma_D = \rho_b/\rho_a = D/\sqrt{2} \rho_a$  и аподизирующий фильтр с пропусканием по интенсивности

$$\Gamma_D(\rho) = \exp\left[4\left(\frac{1}{D^2} - \frac{1}{2\rho_c^2}\right)\left(\rho^2 - \frac{D^2}{4}\right)\right]. \quad (6)$$

Рассуждая аналогичным образом, как это делалось в случае круглого отверстия, для оптической схемы с квадратной диафрагмой получим, что максимальный световой поток аподизированного гауссова пучка

$$P_{c, \text{ макс}} = \frac{\sigma_c^2}{4l} \exp(4\sigma_c^{-2}) \Phi^2(\sqrt{2} \sigma_c^{-1}), \quad (7)$$

где  $\sigma_c = \rho_c/(L/2)$ ,  $\Phi(x) = 2/\sqrt{\pi} \int_0^x \exp(-t^2) dt$  — интеграл вероятностей, причем  $P_{c, \text{ макс}}$  достигается при  $\sigma_b = 2\rho_b/L = 2$ , т. е. при  $\rho_b = L$ . Если  $\sigma_c \rightarrow \infty$ , то на осно-



вании (7)  $P_{c, \text{макс}} \approx 2/l\pi = 0.234$ . Необходимое увеличение телескопической системы  $\gamma_L = L/\rho_a$ . Максимально возможный энергетический выигрыш в коэффициенте светопропускания  $\tilde{M}_{L, \text{макс}}/M_L$  и пропускание аподизирующего фильтра  $\Gamma(x, y)$  описывается выражениями

$$\frac{\tilde{M}_{L, \text{макс}}}{M_L} = \frac{\sigma_c^2}{4l} \exp(4\sigma_c^{-2}), \quad (8)$$

$$\Gamma_L(x, y) = \exp\left[2\left(\frac{1}{L^2} - \frac{1}{\rho_b^2}\right)\left(x^2 + y^2 - \frac{L^2}{2}\right)\right]. \quad (9)$$

Для случая щелевой диафрагмы можно найти

$$P_{c, \text{макс}} = \frac{\sigma_c}{2\sqrt{l}} \exp(2\sigma_c^{-2}) \Phi(\sqrt{2}\sigma_c^{-1}), \quad (10)$$

$$\frac{\tilde{M}_{H, \text{макс}}}{M} = \frac{\sigma_c}{2\sqrt{l}} \exp(2\sigma_c^{-2}), \quad (11)$$

$$\Gamma_H(x) = \exp\left[2\left(\frac{1}{H^2} - \frac{1}{\rho_b^2}\right)\left(x^2 - \frac{H^2}{4}\right)\right], \quad (12)$$

где  $\sigma_c = \rho_c/(H/2)$ . Максимальное значение  $P_{c, \text{макс}}$  достигается при  $\sigma_b = 2\rho_b/H = 2$ . При  $\sigma_c \rightarrow \infty$  величина  $P_{c, \text{макс}} = \sqrt{2/l\pi} \approx 0.484$ . Необходимое увеличение телескопической системы  $\gamma_H^* = H/\rho_a$ .

Зависимости величины  $\tilde{M}_{\text{макс}}/M$  от обратной величины нормированного радиуса (параметра ширины) аподизированного гауссова пучка для рассмотренных случаев диафрагирующих отверстий изображены на рисунке. Как следует из анализа приведенных графиков, аподизация гауссовых пучков наиболее эффективна в схемах с круглой диафрагмой; при формировании усеченных гауссовых пучков использование оптимального амплитудного фильтра дает в сравнении с методом телескопического преобразования световых пучков существенный (не менее чем в 2 раза) энергетический выигрыш только при достаточно больших относительных значениях параметра ширины аподизированного гауссова пучка ( $\sigma_c > 3 \div 6$ ); получение энергетического выигрыша за счет аподизации возможно только тогда, когда параметр ширины формируемого гауссова пучка  $\rho_c > \sqrt{2}D$  при круглой,  $\rho_c > L$  при квадратной и  $\rho_c > H$  при щелевой диафрагмах.

#### Литература

- [1] Федоров В. Б., Митяков В. Г. — Опт. и спектр., 1982, т. 57, в. 1, с. 117.

Поступило в Редакцию 5 октября 1982 г.

Опт. и спектр., т. 58, в. 6, 1985

### О ВИДИМОСТИ ОБЪЕКТОВ ПРОИЗВОЛЬНЫХ РАЗМЕРОВ ЧЕРЕЗ МУТНЫЕ СЛОИ

Белов В. В., Зуев В. Е., Креков Г. М.

Среди проблем развивающейся теории видения в мутных средах проблема зависимости качества изображения от положения на трассе наблюдения рассеивающего слоя с повышенной оптической плотностью занимает особое место. Анализ этой зависимости от оптико-геометрических условий наблюдения становится целью теоретических исследований [1, 5, 6], натуральных [2] и лаборатор-