описывающих локальную поляризационную анизотропию волокна, т. е. решают основную метрическую задачу. Кроме того, из них видно, что значений β, γ и их производных, определяемых в методе ПР, достаточно для того, чтобы найти распределение линейного двулучепреломления по длине волокна.

В [3] методом ПР измерены $\beta(z)$ и $\gamma(z)$ для участка волокна, выбранного в соответствии с моделью регулярного волокна, и в этом приближении найдены линейное двулучепреломление, оптическая активность и азимут оси линейного двулучепреломления. По данным этой работы с помощью (6) нами была рассчитана зависимость линейного двулучепреломления от длины волокна. По зависимости $\Delta(z)$ найдено среднее значение $\Delta_{ср}=0.58$ рад/м, что находится в хорошем соответствии с $\Delta=0.57$ рад/м, определенным с применением модели регулярного волокна. Кроме того, развитый метод позволил найти дисперсию двулучепреломления $\sigma\Delta=0.07$ рад/м.

Выражения (6) отличаются от аналогичных выражений, полученных в [6]. Результаты [6, 7] основаны на представлении фундаментальной матрицы решений уравнения связанных волн в виде $\hat{U}(z)=\exp\int\hat{a}(z)\,dz$. Из сравнения рассчитанной таким образом полной матрицы Джонса с измеренной экспериментально определяется в них дифференциальная матрица $\hat{a}(z)$. Однако по теореме Лаппо-Данилевского [8] представление фундаментальной матрицы решений возможно, только если матрицы $\hat{a}(z)$ и $\int\hat{a}(z)\,dz$ перестановочны, что не выполняется для произвольной зависимости $\hat{a}(z)$. Кроме того, аналитические решения, известные для $\alpha(z)$, $\beta(z)$, $\gamma(z)$ для регулярного волокна [3] и удовлетворяющие (6), не удовлетворяют уравнениям, полученным в [6].

Литература

[1] Barnoski M., Jensen S. — Appl. Opt., 1976, v. 15, N 7, p. 2212—2115.
[2] Rogers A. — Appl. Opt., 1981, v. 20, N 7, p. 1060—1074.
[3] Ross J. — Appl. Opt., 1982, v. 21, N 19, p. 3489—3495.
[4] Vos J., Blaisse B. — Opt. Acta, 1970, v. 17, N 3, p. 197—201.
[5] Аззам Р., Башара Н. Эллипсометрия и поляризованный свет. М., 1981. 442 с.
[6] Lubnau D. — Appl. Opt., 1983, v. 22, N 3, p. 377—378.
[7] Kaprone F., Borelles N., Keck D. — J. Quant. Electron., 1972, v. 8, N 2, p. 220—226.
[8] Демидович Б. М. Лекции по математической теории устойчивости. М., 1967. 263 с.

Поступило в Редакцию 3 апреля 1984 г.

УДК 535.36

Опт. и спектр., т. 58, в. 5, 1985

ТОМОГРАФИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ

Левин Г. Г., Семенов Э. Г., Старостенко О. В.

В настоящей работе исследуется возможность диагностики распределения интенсивности в сечении светового поля томографическими методами с использованием рассеивающих сред. Для этого решается обратная задача — нахождение интенсивности исследуемого поля по рассеянной части излучения, измеренной с различных направлений.

Рассматриваемая схема исследования аналогична предложенной в [1]: тонкий тест-объект с известным распределением коэффициента экстинкции $\sigma_0(x, y)$ располагается перпендикулярно вектору светового потока с искомым распределением интенсивности $I_0(x, y)$. Исходными данными для восстановления $I_0(x, y)$ служат проекции $I(p, \theta)$. Они представляют собой измеренную интенсивность $I(p,\ \theta)$ поля, рассеянного неоднородностями, лежащими в плоскости $(x,\ y)$ на прямой $x\cos\theta+y\sin\theta-p=0$, причем направление наблюдения (угол θ) совпадает с направлением рассеяния.

Для диагностики излучения будем использовать слабо рассеивающие среды, для которых справедливо приближение однократного рассеяния, т. е. флуктуации параметров среды невелики и интенсивность рассеянного поля мала. Поле при распространении в такой среде будет испытывать ослабление из-за рассеяния по всем направлениям на неоднородностях среды.

В [1] для решения задачи рассеяния света неоднородной средой использовалось уравнение переноса излучения (УПИ), и была получена связь между интенсивностями падающего и рассеянного полей и параметрами рассеяния среды, а также выражение для проекций $I(p,\ \theta)$

$$I(p,\ \theta)=\iint\limits_{-\infty}^{\infty} I_0(x,\ y)\, f_\perp(x,\ y)\, \sigma_0(x,\ y)\exp\left[\int\limits_0^{x\sin\theta-y\cos\theta}\sigma_0(x',\ y')\,dx'dy'\right]\times$$
$$\times\,\delta(p-x\cos\theta-y\sin\theta)\,dxdy\exp\left[-\iint\limits_{-\infty}^{\infty}\sigma_0(x,\ y)\,\delta(x\cos\theta+y\sin\theta-p)\,dxdy\right],\qquad(1)$$

где $f_\perp(x,\ y)=\sigma_\perp(x,\ y)/\sigma_0(x,\ y)$ — индикатриса рассеяния, а $\sigma_\perp(x,\ y)$ — дифференциальное сечение в перпендикулярном направлении. В последующих выкладках будем предполагать, что $f_\perp(x,\ y)=\mathrm{const}$, т. е. обладает свойством однородности.

Воспользуемся выражением (1) для определения $I_0(x,\ y)$. Выберем тест-объект с постоянным значением $\sigma_0(x,\ y)$; при этом условии выражение для скорректированных проекций $I'(p,\ \theta)=I(p,\ \theta)\,e^{-\sigma_0 U}$ (U — диаметр пучка) запишется в виде

$$I'(p,\ \theta)=\sigma'_\perp\iint\limits_{-\infty}^{\infty} I_0(x,\ y)\, e^{\sigma_0(x\sin\theta-y\cos\theta)}\,\delta(p-x\cos\theta-y\sin\theta)\,dxdy.\qquad(2)$$

Выражение (2) представляет собой интегральное уравнение, так называемое экспоненциальное преобразование Радона, которое отличается от известного [2] в литературе положительным показателем экспоненты, стоящей под интегралом. Однако это не приводит к существенному изменению алгоритма решения задачи восстановления I_0 по набору проекций, измеренных под различными углами наблюдения θ. В полярном представлении координат

$$x=r\cos\varphi,\quad y=r\sin\varphi$$

формула обращения скорректированных проекций $I'(p,\ \theta)$ запишется в виде

$$I_0(r,\ \varphi)=\int\limits_0^{\pi}d\theta\int\limits_{-\infty}^{\infty}d\omega\,|\omega|\exp\left[i\omega r\cos(\varphi-\theta)\right]G_p\left(\sqrt{\omega^2+\sigma_0^2};\ \theta-i\,\mathrm{sh}^{-1}\frac{\sigma_0}{\omega}\right),\qquad(3)$$

где G_p — одномерный Фурье-образ скорректированных проекций по переменной p: $G_p=F_p\,[I'(p,\ \theta)]$.

Таким образом, выражение (3) представляет собой решение обратной задачи восстановления $I_0(x,\ y)$ по набору проекций $I'(p,\ \theta)$. Подробный анализ алгоритма восстановления экспоненциального преобразования Радона приведен в [2]. Однако, как известно, этот алгоритм значительно сложнее обычных алгоритмов восстановления томограмм [3]. Рассмотрим возможность получения более простого алгоритма восстановления за счет усложнения схемы эксперимента. Измеряя интенсивность поля в угле $0\leqslant\theta<\pi$, выберем в качестве исходных данных для следующей обработки сумму проекций $I_\Sigma=I(p,\ \theta)+I(p,\ \theta+\pi)$. В [1] было получено выражение для $I_\Sigma(p,\ \theta)$ для произвольной $\sigma_0(x,\ y)$

$$I_\Sigma(p,\theta)=f_\perp\iint\limits_{-\infty}^{\infty} I_0(x,\ y)\,\sigma_0(x,\ y)\,\delta(p-x\cos\theta-y\sin\theta)\,dxdy\,e^{-R(p,\ \theta)}\,[2+R(p,\ \theta)],\qquad(4)$$

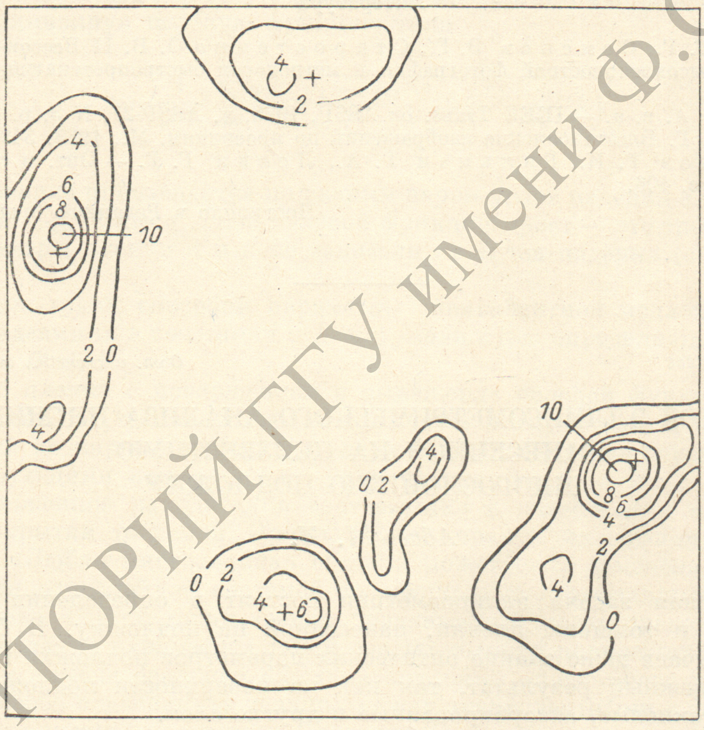
где

$$R(p,\ \theta)=\iint\limits_{-\infty}^{\infty}\sigma_0(x,\ y)\,\delta(p-x\cos\theta-y\sin\theta)\,dxdy$$

— известная величина.

Из (4) видно, что суммарные скорректированные проекции $I'_\Sigma(p,\ \theta)=I_\Sigma(p,\ \theta)e^R(2+R)^{-1}$ представляют собой преобразование Радона функции $I_0(x,\ y)\ \sigma_0(x,\ y)$. Обратная задача восстановления этой функции решается с помощью алгоритмов, подробно рассмотренных в [3]. Восстанавливая I'_Σ по какому-либо алгоритму компьютерной томографии и зная $\sigma_0(x,\ y)$, можно получить значения $I_0(x,\ y)$. Следует отметить, что при обработке скорректированных проекций шумы, обусловленные поправочной функцией $e^R(2+R)^{-1}$, не будут существенно влиять на результат восстановления. Это обстоятельство вытекает из условия однократного рассеяния, когда $R<1$ и $e^R(2+R)^{-1}$ — медленно меняющаяся функция.

Отметим еще одно преимущество использования суммарных проекций: в этом случае для диагностики излучения могут использоваться рассеивающие



среды с произвольным распределением $\sigma_0(x,\ y)$, в то время как при обработке проекций, измеренных с одной стороны, необходимо использовать среды с $\sigma_0=\text{const}$.

В целях исследования возможности применения томографических методов для определения структуры падающего излучения был проведен модельный эксперимент. В качестве тест-объекта была выбрана правильная шестигранная плексигласовая призма с отполированной поверхностью. На призму перпендикулярно к ее основанию падали 4 лазерных пучка со взаимной интенсивностью 1 : 1 : 0.8 : 0.5. Параллельно каждой грани призмы фиксировалась фотопленка. На нее попадала составляющая излучения, рассеянная средой перпендикулярно к грани. После операции фотометрирования полученные данные из 128 точек в каждой проекции сглаживались и нормировались, что приводило к существенному уменьшению шума. Восстановление осуществлялось с помощью итерационного алгоритма [4] на матрице 32×32 отсчета, использовалась априорная информация о положительности функции $I_0(x,\ y)$

и ограниченности области ее задания. В результате восстановления после 100 итераций была получена томограмма, представленная на рисунке в виде изолиний. Из рисунка видно, что расположение максимумов распределения интенсивности на томограмме практически совпало с истинным положением максимумов функции $I_0(x, y)$, которые показаны на рисунке крестами. Соотношение восстановленной интенсивности пучков составило 1 : 0.96 : 0.6 : 0.45. На томограмме видны также артефакты, обусловленные малым числом проекций и ошибками измерений координат проекций. Необходимо отметить, что томография выдвигает очень жесткие требования к точности измерения координат проекций и их значениям в различных точках. Так, в нашем случае ошибка измерения угла зондирования на 2° приводила к появлению дополнительных артефактов, амплитуда которых составляла $0.7I_0$.

Проведенный эксперимент подтвердил принципиальную возможность исследования оптического излучения томографическими методами с помощью рассеивающих сред.

Авторы выражают признательность К. П. Аверьянову, пробудившему интерес к решению данной задачи, и Г. А. Гильман за выполнение расчетов на ЭВМ.

Литература

[1] Левин Г. Г., Семенов Э. Г., Старостенко О. В. II Всесоюз. науч.-техн. конф. по высокоскоростной фотографии и метрологии быстропротекающих процессов. М., 1983.
[2] Bellini A. e. a. — IEEE Trans. on ASSP, 1979, v. ASSP-27, N 3, p. 213—218.
[3] Хермен Г. Восстановление изображений по проекциям. М., 1983. 349 с.
[4] Вишняков Г. Н., Гильман Г. А., Левин Г. Г. — Опт. и спектр., 1985, т. 58, в. 2, с. 406.

Поступило в Редакцию 6 апреля 1984 г.

УДК 535.32 : 539.238

Опт. и спектр., т. 58, в. 5, 1985

МЕТОД ЭЛЛИПСОМЕТРИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ПЛЕНКИ, НАНЕСЕННОЙ НА НЕИЗВЕСТНУЮ МНОГОСЛОЙНУЮ ПОДЛОЖКУ

Абаев М. И.

Классическая задача эллипсометрии состоит в определении показателя преломления и толщины пленки, нанесенной на подложку. В большинстве реальных случаев даже знание оптических параметров подложки не позволяет получить надежный результат, так как на поверхности подложки имеются переходные, окисные, адсорбированные и другие слои.

В [1] описано взаимодействие плоской монохроматической волны с многослойной системой. В удобном для эллипсометрии виде результат этого рассмотрения можно записать в виде [2]

$$\operatorname{tg}\psi_j e^{i\Delta_j} = \frac{R^p_{j,0}}{R^s_{j,0}}, \quad R_{j,0} = \mp\frac{U_{j+1} - Y_j}{U_{j+1} + Y_j}, \quad Y_j = U_j \frac{Y_{j-1} + U_j i \operatorname{tg}\delta_j}{U_j + Y_{j-1} i \operatorname{tg}\delta_j},$$
$$U^p_j = \frac{N_j}{\cos\varphi_j}, \quad U^s_j = N_j\cos\varphi_j, \tag{1}$$

где $R_{j,0}$ — обобщенные коэффициенты Френеля для границы всей многослойной системы из j слоев с верхней средой (знак «минус» берется для p-компоненты, знак «плюс» для s-компоненты), величины U и Y имеют смысл высокочастотных адмиттансов (проводимостей), а δ_j — фазовая толщина j-го слоя,

$$\delta_j = \frac{2\pi}{\lambda} d_j N_j \cos\varphi_j.$$