

УДК 535.421

ВЛИЯНИЕ НАКЛОНА ИЗОБРАЖЕНИЯ НА СИГНАЛ ГОЛОГРАФИЧЕСКОГО КОРРЕЛЯТОРА

Кулешов А. М., Павлов А. В., Шубников Е. И.

Теоретически и экспериментально исследуется влияние наклона изображения на выходной сигнал голографического коррелятора. Определены: условие аппроксимации проективного преобразования изображения аффинным и условие пропорциональности критичности корреляции углу наклона. Аналитические выводы проверяются моделированием на ЭВМ и экспериментально на голографическом корреляторе.

Геометрические искажения обрабатываемых изображений являются существенным источником ошибок, влияющих на работу любого коррелятора, в том числе и голографического. Изменение масштаба и поворот изображений, а также сдвиг согласованного фильтра проанализированы в [1-5]. В [6, 7] указана практическая важность рассмотрения наклона входного изображения коррелятора, однако количественная оценка не дана. Такую оценку в аналитическом виде из-за сложности топологических преобразований провести трудно. В данной работе рассматриваются некоторые закономерности, возникающие при наклоне входного изображения коррелятора. Определены условия аппроксимации проективного преобразования аффинным и пропорциональности критичности корреляции углу наклона. Ряд положений экспериментально проверяется на голографическом корреляторе.

Пусть имеется некоторая двумерная сцена и ее изображение, создаваемое объективом и обрабатываемое в корреляторе, причем производится сравнение незаклоненной и заклоненной сцен. Положим для простоты, что расстояние D от центра проектирования до центральной точки сцены сохраняется постоянным, и, взяв центры сцены и ее изображения за начала координат, проведем в соответствующих плоскостях оси X' , Y' и X , Y так, чтобы Y' и Y были перпендикулярны линии пересечения плоскостей, а X' и X параллельны. Тогда угол α между Y' и Y есть угол наклона изображения, а линия, соединяющая начала координат, является главным лучом связки проектирующих лучей и перпендикулярна плоскости изображения.

Можно показать, что координаты точек сцены и изображения связаны выражениями

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{x' M}{1 - \frac{y'}{D} \sin \alpha} = \frac{x' M}{1 - \frac{y' M}{f} \sin \alpha}, \\ y &= \frac{y' M \cos \alpha}{1 - \frac{y'}{D} \sin \alpha} = \frac{y' M \cos \alpha}{1 - \frac{y' M}{f} \sin \alpha}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где M — масштаб изображения, а f — расстояние от центра проектирования до плоскости изображения (в случае работы объектива «на бесконечность» — фокусное расстояние). В дальнейшем для простоты и без потери общности положим $M=1:1$.

В результате проективного преобразования (1) объект, имевший, например, вид прямоугольника, ориентированного ортогонально осям X' , Y' , изобразится в плоскости X , Y в виде трапеции. Из (1) нетрудно видеть, что линия $y=0$ будет

являться линией нулевых искажений, составляющая отклонений $\Delta x = |x - x'|$ монотонно нарастает от центра к краю кадра, составляющая $\Delta y = |y - y'|$ имеет экстремум на линии

$$y = f \cdot \frac{1 - \sqrt{\cos \alpha}}{\sin \alpha} \quad (2)$$

и равна нулю на линии

$$y = f \cdot \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}. \quad (3)$$

Задаваясь конкретным смещением точек, можно определить область, где геометрические искажения не превышают допустимых. При этом нетрудно видеть, что область малых искажений имеет несколько больший размер в центре кадра и асимптотически стягивается к оси X как по мере увеличения требований к геометрии, так и при увеличении угла.

Пользуясь формулами (1), можно, задаваясь требованиями на геометрическую точность изображения, определить размеры и форму рабочей части кадра или допустимые углы наклона. Однако, учитывая интегральный характер операции корреляции, такой подход может оказаться излишне строгим. Целесообразнее воспользоваться среднеквадратичным по кадру смещением точек изображения $\sqrt{\sigma^2}$. На рис. 1 приведены рассчитанные на ЭВМ зависимости $\sqrt{\sigma^2}$ (в долях $y_{\max}$) от угла наклона α для различных отношений $y_{\max}/f = \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} / \sqrt{2}$ (где β — угол поля зрения) при квадратном кадре $2x_{\max} \times 2y_{\max}$, ориентированном ортогонально осям X и Y .

Из рис. 1 видно, что зависимость среднеквадратичного смещения точек изображения носит существенно различный характер при разных отношениях $y_{\max}/f$. Если $y_{\max}/f$ достаточно велико, то зависимость линейная. По мере уменьшения $y_{\max}/f$ она становится существенно нелинейной. Предельным случаем является работа в параллельном пучке, когда $y_{\max}/f = 0$ и происходит изменение масштаба по одной координате $m_y = \cos \alpha$. Тогда

$$\sqrt{\sigma^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y'_i)^2}{n} \right]^{1/2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{(1 - \cos \alpha)^2}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 \right]^{1/2} = \frac{y_{\max} (1 - \cos \alpha)}{\sqrt{3}} \quad (4)$$

и среднеквадратичное отклонение пропорционально величине изменения масштаба $1 - m_y$.

Соответственно при больших $y_{\max}/f$ допустимый угол наклона должен быть обратно пропорционален обобщенной пространственной частоте $y'_{\max}/r_k$, где r_k — радиус корреляции изображения, на которой производится работа коррелятора, а при $y_{\max}/f$, близких к нулю, $y'_{\max}/r_k$ обратно пропорционально изменению масштаба $1 - m_y$ [5].

Найдем условие аппроксимации проективного преобразования аффинным и условие пропорциональности $\sqrt{\sigma^2}$ углу наклона. Средний квадрат смещения точек изображения равен в общем случае

$$\sigma^2 = \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ m \rightarrow \infty}} \frac{1}{nm} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \left[x_i^2 \frac{\frac{y_j^2}{f^2} \sin^2 \alpha}{\left(1 - \frac{y_j}{f} \sin \alpha\right)^2} + y_j^2 \frac{\left(\cos \alpha - 1 + \frac{y_j}{f} \sin \alpha\right)^2}{\left(1 - \frac{y_j}{f} \sin \alpha\right)^2} \right]. \quad (5)$$

Если

$$\left| \frac{y_{\max}}{f} \sin \alpha \right| \ll 1 - \cos \alpha, \quad (6)$$

то составляющая Δy отклонений точек изображения становится пропорциональной $1 - \cos \alpha$, а составляющая Δx пренебрежимо мала по сравнению с Δy . Неравенство (6) и является условием аппроксимации проективного преобразования аффинным. Оно имеет более общий характер, чем определенные в [6] и

[7], так как охватывает случаи и малых углов поля зрения [6], и малых углов наклона [7].

Если мы теперь в (5) положим

$$1 - \cos \alpha \ll \left| \frac{y_j}{f} \sin \alpha \right| \ll 1, \quad (7)$$

то

$$\begin{aligned} \overline{\sigma^2} &\approx \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ m \rightarrow \infty}} \frac{1}{nm} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \left[x_i^2 \frac{y_j^2}{f^2} \sin^2 \alpha + y_j^2 \frac{y_j^2}{f^2} \sin^2 \alpha \right] = \\ &= \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ m \rightarrow \infty}} \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \left[\frac{j^2 y_{\max}^2 \sin^2 \alpha}{m^2 f^2} \sum_{i=1}^n \frac{x_{\max}^2}{n^2} i^2 + \frac{j^4 y_{\max}^4 \sin^2 \alpha}{m^4 f^2} \right] = \\ &= \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ m \rightarrow \infty}} \left[\frac{x_{\max}^2 y_{\max}^2 \sin^2 \alpha (n+1)(2n+1)(m+1)(2m+1)}{36 f^2 n^2 m^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{y_{\max}^4 \sin^2 \alpha (m+1)(2m+1)(3m^2+3m-1)}{30 f^2 m^4} \right] = \left(\frac{x_{\max}^2 y_{\max}^2}{9 f^2} + \frac{y_{\max}^4}{5 f^2} \right) \sin^2 \alpha. \end{aligned} \quad (8)$$

Учитывая, что в интересующем нас диапазоне углов наклона $\sin \alpha \approx \alpha$, получаем, что среднеквадратичное отклонение точек пропорционально углу на-

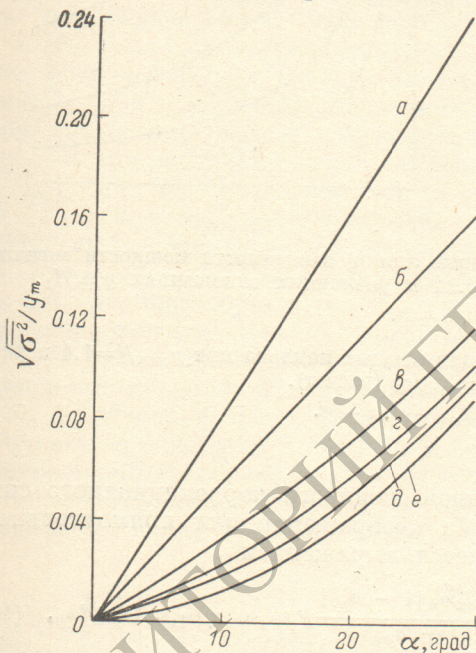


Рис. 1. Зависимость среднеквадратичного по кадру смещения точек изображения от угла наклона при различных углах поля зрения.

$y_{\max}/f$: а — 0.75, б — 0.50, в — 0.30, г — 0.20, д — 0.15, е — 0.056.

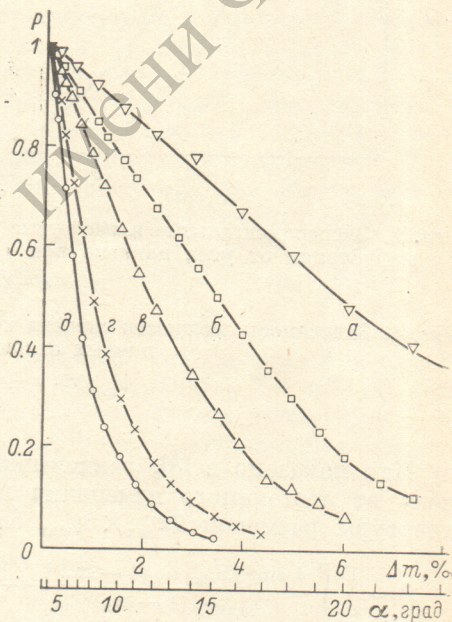


Рис. 2. Зависимость мощности сигнала корреляции от угла наклона при $y_{\max}/f=0$ и различных отношениях $y'_{\max}/r_k$ (эксперимент).

$y'_{\max}/r_k$: а — 25, б — 70, в — 120, г — 280, д — 340.

клона. Левая часть неравенства (7) в центре кадра может и не выполняться, так как вклад центральных точек в средний квадрат отклонений невелик. В итоге получаем, что среднеквадратичное отклонение точек изображения пропорционально углу наклона α (точнее $\sin \alpha$), если поле зрения удовлетворяет условию

$$\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \ll \frac{y_{\max}}{f} \ll \frac{1}{\sin \alpha}. \quad (9)$$

Как показывает машинный счет, требования на $y_{\max}/f$ даже более мягкие, поскольку в силу интегрального характера величины σ^2 правая и левая части неравенства (7) работают противоположным образом на крае и в центре кадра.

При аналитическом описании операции корреляции геометрические искажения удобно рассматривать как локальные искажения масштаба. Если m_x и m_y показывают, во сколько раз произошло изменение масштаба по соответствующим осям в данной точке, то из (1) следует

$$\left. \begin{aligned} m_x &= \frac{1}{1 - \frac{y}{f} \sin \alpha} \\ m_y &= \frac{\cos \alpha}{1 - \frac{y}{f} \sin \alpha} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

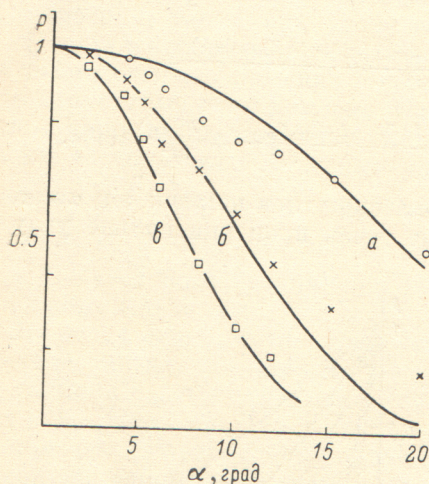


Рис. 3. Экспериментальные и расчетные (сплошные линии) зависимости мощности сигнала корреляции от угла наклона при $y_{\max}/f=0.14$ и различных отношениях $y'_{\max}/f_k$.
а — 23, б — 38, в — 88.

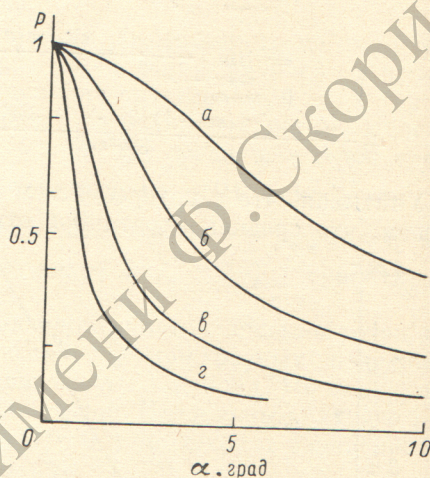


Рис. 4. Зависимость мощности сигнала корреляции от угла наклона при $y_{\max}/f=1.4$ и различных отношениях $y'_{\max}/f_k$ (расчет).
 $y'_{\max}/f_k$: а — 11, б — 22, в — 44, з — 88.

Как показано в [5], зависимость полной мощности корреляционного сигнала от постоянного изменения масштаба изображения для прямоугольной апертуры размером $2x_{\max} \times 2y_{\max}$ описывается выражением

$$P \sim \int_{\omega_x} \int_{\omega_y} \frac{4 \sin^2 [x_{\max} \omega_x (1 - m_x)]}{x_{\max}^2 \omega_x^2 (1 - m_x)^2} \frac{4 \sin^2 [y_{\max} \omega_y (1 - m_y)]}{y_{\max}^2 \omega_y^2 (1 - m_y)^2} P(\omega_x \omega_y) \eta(\omega_x \omega_y) d\omega_x d\omega_y, \quad (11)$$

где ω_x, ω_y — круговые пространственные частоты, $P(\omega_x, \omega_y)$ — энергетический спектр изображения, $\eta(\omega_x, \omega_y)$ — функция фильтра. Зависимость мощности сигнала корреляции от угла наклона получается интегрированием (11) по площади S кадра с учетом (10)

$$P(\alpha) \sim \frac{1}{S} \int_x \int_y \int_{\omega_x} \int_{\omega_y} \frac{4 \sin^2 [x_{\max} \omega_x (1 - m_x)]}{x_{\max}^2 \omega_x^2 (1 - m_x)^2} \frac{4 \sin^2 [y_{\max} \omega_y (1 - m_y)]}{y_{\max}^2 \omega_y^2 (1 - m_y)^2} \times \\ \times P(\omega_x \omega_y) \eta(\omega_x \omega_y) d\omega_x d\omega_y dx dy. \quad (12)$$

В голографическом корреляторе при условии, когда пространственная частота равенства сигнального и опорного пучков много больше величины, обратной радиусу корреляции изображения, или же в случае узкополосной фильтрации имеем [5]

$$P(x) \sim \frac{P_0}{S} \iint_S \frac{4 \sin^2 [x_{\max} \omega_x (1 - m_x)]}{x_{\max}^2 \omega_x^2 (1 - m_x)^2} \frac{4 \sin^2 [x_{\max} \omega_y (1 - m_y)]}{y_{\max}^2 \omega_y^2 (1 - m_y)^2} dx dy, \quad (13)$$

где P_0 — полная мощность сигнала при отсутствии наклона.

Экспериментальные измерения зависимости полной мощности сигнала корреляции от угла наклона изображения для случая аффинного преобразования осуществлялись путем наклона транспаранта с опознаваемым изображением (аэроснимок 30×30 мм) во входной плоскости голографического коррелятора. Изменение отношения $y'_{\max}/r_k$ осуществлялось посредством записи согласованного фильтра в различных диапазонах пространственных частот. Результаты измерений приведены на рис. 2, причем по оси абсцисс в линейном масштабе отложена величина изменения масштаба $1 - m_y$ в процентах. Если за параметр критичности к наклону взять произведение $y'_{\max}/r_k (1 - m_y)^{0.5}$, где $(1 - m_y)^{0.5}$ — изменение масштаба по оси Y , при котором происходит изменение мощности сигнала корреляции в 2 раза, то для всех кривых, кроме самой низкочастотной, этот параметр примерно одинаков и равен 240 %. При $y'_{\max}/r_k = 25$, когда частота равенства локальной интенсивности спектра и опорного пучка в корреляторе была соизмерима с r_k^{-1} , пропорциональность критичности происшедшему изменению масштаба нарушается. Таким образом, если работа проводится в условиях аффинного преобразования и узкополосной фильтрации (хотя бы в грубом приближении), критичность к наклону пропорциональна обобщенной пространственной частоте и происшедшему изменению масштаба. Теоретический расчет в этом случае может быть осуществлен согласно [5].

На рис. 3 приведены результаты экспериментальных измерений и расчеты на ЭВМ по формуле (12) зависимости мощности сигнала корреляции от угла поворота при $y_{\max}/f = 0.14$. Экспериментальные измерения осуществлялись обработкой на голографическом корреляторе результатов пересъемки аэроизображения при различных углах наклона. Размер изображения в корреляторе был 15×15 мм, полосы рабочих частот составляли при резкой отсечке: 0.5—1 (а), 1—2 (б), 2—4 мм^{-1} (в). Этот случай является промежуточным между условиями (6) и (9). Критичность корреляции к наклону еще не пропорциональна величине $1 - \cos \alpha$, но уже близка к пропорциональности α . Строго говоря, критичность к наклону при одном и том же отношении $y'_{\max}/r_k$ будет несколько изменяться в зависимости от функции фильтра.

На рис. 4 приведены рассчитанные на ЭВМ по формуле (13) зависимости мощности корреляционного сигнала от угла наклона изображения при $y_{\max}/f = 1.4$ для четырех полос пропускания: 0.25 (а), 0.5 (б), 1.0 (в), 2.0 мм^{-1} (г). Критичность корреляции к наклону изображения в этом случае пропорциональна обобщенной пространственной частоте и углу наклона. Экспериментально этот случай не исследовался из-за невозможности обеспечения необходимого разрешения по кадру при пересъемке аэроизображения.

Литература

- [1] Van der Lugt A. — Appl. Opt., 1967, v. 6, p. 1221.
- [2] Воробьева Е. Ф., Мировицкий Д. И., Переверзев Г. В. — Проблемы голографии, 1974, в. 4, с. 102.
- [3] Nakajima M., Moribawa T., Sakura K. — Appl. Opt., 1972, v. 11, p. 362.
- [4] Casasent D., Furman A. — Appl. Opt., 1977, v. 16, p. 1652.
- [5] Шубников Е. И., Кулешов А. М. — Опт. и спектр., 1983, т. 55, в. 1, с. 161.
- [6] Василенко Г. И. Голографическое опознавание образов. М., 1977.
- [7] Mostafavi H., Smith F. W. — IEEE Transact. Aerospace and electronic systems, 1978, v. 14, p. 487.

Поступило в Редакцию 10 ноября 1984 г.