

УДК 621.373 : 535

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ В АКТИВНОЙ СРЕДЕ ЛАЗЕРОВ И ИЗМЕРЕНИЕ МАЛЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Витушкин Л. Ф., Смирнов М. З.

Рассмотрен лазерный детектор перемещений — двухмодовый лазер со сложным резонатором, оптические элементы которого размещены на пробных телах. Показано, что высокая чувствительность прибора ($\sim 10^{12}$ Гц/см) обусловлена лэмбовским эффектом нелинейного «выталкивания» частоты лазерного излучения. Получено выражение для аппаратной функции лазерного детектора, зависящее от параметров лазерного резонатора и активной среды. Рассматривается задача обнаружения сигнала, связанного с относительным смещением пробных тел, на фоне шумов, обусловленных нестабильностью лазерной накачки. Переход к частотным измерениям, осуществляемый с помощью лазерного детектора перемещений, позволяет существенно увеличить разрешение абсолютных смещений пробных тел по сравнению с интерферометрами перемещений при тех же требованиях к оптическим элементам и стабильности лазерной накачки.

Предельное разрешение абсолютных смещений пробных тел, достигнутое экспериментально при интерференционных измерениях, составляет 10^{-12} см [1]. Оно ограничивается главным образом техническими флуктуациями интенсивности и частоты лазерного излучения, причем флуктуации интенсивности играют основную роль.

Ограничение чувствительности к смещениям, обусловленное техническими шумами, может быть в значительной мере снижено путем использования самого лазера в качестве детектора перемещений. Такого рода системы были экспериментально исследованы в [2] и [3]. В этих системах измеряемой величиной была частота межмодовых биений в лазере со сложным резонатором. Эксперименты продемонстрировали преимущества лазерного метода по сравнению с известными интерферометрическими схемами.

Благодаря использованию двухмодового (или трехмодового) лазера уровень шумов системы значительно снижается. Это связано с тем, что технические флуктуации частоты различных лазерных мод существенно коррелированы между собой и компенсируют друг друга в сигнале биений. Кроме того, при переходе к частотным измерениям существенно уменьшаются дополнительные шумы, возникающие в процессе передачи и обработки сигнала [4].

В экспериментах с лазерным детектором перемещений (ЛДП) изменение частоты межмодовых биений при перемещении зеркал интерферометра на несколько порядков превышало изменение межмодового интервала (абсолютная величина разности соседних собственных частот пустого резонатора). Высокая чувствительность этой системы связана, как показано в настоящей работе, с нелинейными эффектами в лазерной активной среде, известными как лэмбовское «выталкивание» частоты лазерного излучения [5]. Действие такого прибора может быть описано на основе лэмбовской теории лазера [5, 6]. В настоящей работе для вычисления сигнальных и шумовых параметров ЛДП используется модифицированный вариант этой теории [6] с учетом пленения резонансного излучения. Рассматривается возможность обнаружения сигналов, вызванных малыми смещениями пробных тел на фоне шумов, обусловленных нестабильностью лазерной накачки. Теоретические оценки чувствительности ЛДП хорошо согласуются с экспериментальными значениями, полученными в [2, 3].

ЛДП представляет собой лазер, одно из зеркал которого заменено многолучевым интерферометром. Такого рода системы рассматривались ранее в связи

с задачей селекции продольных мод [7]. Все расчеты в настоящей работе проводятся для лазера с T-образным резонатором, показанного на рис. 1 [7]. Резонатор этого лазера образован зеркалом 1 и интерферометром, состоящим из зеркал 2, 3 и светоделителя 4.

Уравнение для собственных частот резонатора можно получить, приравняв $2\pi k$ (k — целое число) — набег фазы плоской электромагнитной волны при полном обходе резонатора с учетом фазового сдвига при отражении от интерферометра

$$\sin \varphi_a = T \sin (\varphi_a - \varphi), \quad (1)$$

где $\varphi_a = (2\Omega/c) L_a + \varphi_{a0}$, $\varphi = (2\Omega/c) L + \varphi_0$, Ω — собственная частота (круговая), c — скорость света, φ_{a0} и φ_0 — фазовые сдвиги при отражениях на зеркалах и светоделителе, $L_a = L_1 + L_2$, $L = L_2 + L_3$, L_1 , L_2 , L_3 — расстояния от зеркал 1, 2, 3 до светоделителя 4 соответственно, T — коэффициент пропускания свето-

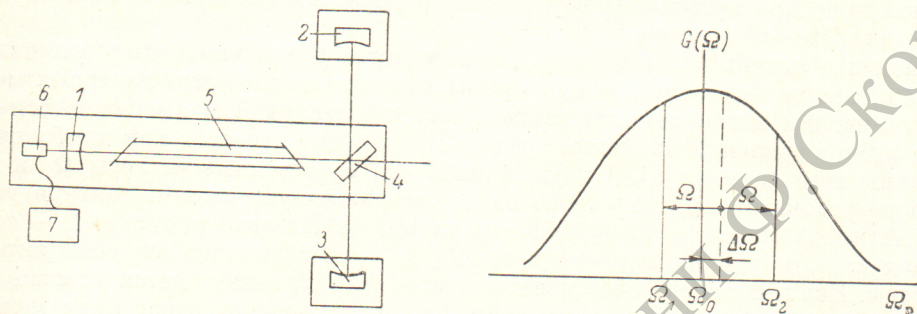


Рис. 1. Схема ЛДП.

1, 2, 3 — зеркала, 4 — светоделитель, 5 — активный элемент лазера, 6 — фотоприемник, 7 — система обработки сигнала.

Рис. 2. Расположение собственных частот ЛДП на контуре усиления активной среды.

делителя по интенсивности. Коэффициенты отражения зеркал 2 и 3 считаем равными 1.

Уравнение (1) показывает, что имеется дискретный спектр собственных частот. В дальнейшем под Ω будем понимать одну из собственных частот, на которых осуществляется лазерная генерация. При смещении зеркала 3 на малое расстояние dL соответствующее изменение S_Ω межмодового интервала $\Delta\Omega$ описывается выражением

$$S_\Omega = |d(\Delta\Omega)/dL| = T [L_a(1-T) + TL]^{-1} \Delta\Omega.$$

При $T=0.99$, $L_a=6 \cdot 10^2$ см, $L=30$ см (эти значения параметров будут и далее использоваться при численных оценках) получаем $S_\Omega \sim 4 \cdot 10^6$ Гц/см. Таким образом, высокая чувствительность ЛДП ($\sim 10^{12}$ Гц/см), наблюдавшаяся в эксперименте [2], не может быть объяснена изменением межмодового интервала. Отметим, что подобные оценки легко могут быть получены и для случая смещений других оптических элементов 1—4.

При перемещении зеркал 2 и 3 существенно изменяется добротность Q резонатора для каждого из собственных типов колебаний]

$$Q = 2\pi \frac{L_a}{\lambda(1 - \sqrt{R_1 R_n})}, \quad (2)$$

где $R_n = R^2/(1 + T^2 - 2T \cos \varphi)$ — коэффициент отражения от интерферометра, λ — длина волны, R_1 — коэффициент отражения зеркала 1. Дифференцируя (2) по R_n , получаем

$$dQ/Q = 0.5(1 - \sqrt{R_1 R_n})^{-1} (dR_n/\sqrt{R_n}). \quad (3)$$

Максимум dQ/Q достигается при

$$\cos \varphi \approx 1 - [\varepsilon(1-T)/T] - [\delta(1-T)^2/2T], \quad (4)$$

где $\varepsilon = 1 - R - T$ потери на поглощение в светоделителе, $\delta = 1 - R_1$. Используя (3) и (4), получим выражение для относительного приращения добротности резонатора при смещении зеркала Z на расстояние dL

$$\frac{dQ}{Q} = - \frac{d\varphi}{|2\varepsilon(1-T) + \delta(1-T)^2|^{1/2}}, \quad (5)$$

где фазовый сдвиг $d\varphi$ определяется соотношением

$$d\varphi = 4\pi \frac{(1-T)L_a}{(1-T)L_a + TL} \cdot \frac{dL}{\lambda}.$$

В последнем выражении положительный знак dL соответствует увеличению расстояния между зеркалами 2 и 3. Отметим, что при настройке (4) $R_{11} \approx 1 - (1-T)^{-1}[4\varepsilon + \delta(1-T)] \sim 1$ (предполагается $\varepsilon \ll 1-T$), и генерация может быть получена при небольшом коэффициенте усиления активной среды, характерном для He-Ne лазера.

Изменение потерь в лазерном резонаторе приводит к изменению интенсивности излучения, что в свою очередь вызывает изменение частот лазерных мод. При увеличении интенсивности частота каждой лазерной моды смещается от центра линии усиления активной среды. Этот эффект известен как лэмбовское «выталкивание» частоты [5]. Предположим, что собственные частоты Ω_1 и Ω_2 лазерного резонатора расположены на доплеровски-уширенном контуре усиления активной среды, как это показано на рис. 2. На этом рисунке Ω_p — собственная частота лазерного резонатора, $G(\Omega)$ — коэффициент усиления активной среды. Если для обеих собственных частот Ω_1 и Ω_2 выполняется условие (4) и $\sin \varphi$ имеет для них одинаковый знак, то при изменении расстояния между зеркалами 2 и 3 соответствующие частоты лазерных мод будут «выталкиваться» в противоположных направлениях. Это вызовет изменение частоты межмодовых биений, являющееся выходным сигналом лазерного детектора.

Уравнения для интенсивностей и частот лазерных мод в третьем порядке лэмбовской теории возмущений [6] удобно представить в виде

$$(2q)^{-1} I_k = \alpha_k I_k - \beta_k I_k^2 - \theta_{kl} I_k I_l, \quad (6)$$

$$\nu_k = \Omega_k + \sigma_k + \rho_k I_k + \tau_{kl} I_l, \quad k=1, 2, k \neq l, \quad (7)$$

где I_k — безразмерные интенсивности, определенные в [5], I_k — их производные по времени, $q = \nu/2Q$ — ширина резонатора, ν — частота лазерного излучения, ν_k и Ω_k — частоты лазерной генерации и собственные частоты резонатора. Лэмбовские коэффициенты α , β , θ , σ , ρ , τ при расположении собственных частот на контуре усиления, показанном на рис. 2 ($\Delta\Omega \ll \Omega$), определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \alpha_2 \approx \alpha_1 \equiv \alpha &= z \frac{Z_i(\xi)}{Z_i(0)} - 1, \quad \beta_2 \approx \beta_1 \equiv \beta = z(1 + 0.5\Gamma) \frac{Z_i(\xi) - \eta Z_r'(\xi)}{Z_i(0)}, \\ \theta_{21} \approx \theta_{12} \equiv \theta &= z[L(\Delta\xi) + 0.5\Gamma] \frac{Z_i(\xi) - \eta Z_r'(\xi)}{Z_i(0)}, \quad \sigma_2 \approx -\sigma_1 \equiv \sigma q \frac{Z_r(\xi)}{Z_i(0)}, \\ \rho_2 \approx -\rho_1 \equiv \rho &= -zq \left[\frac{\eta Z_i'(\xi)}{Z_i(0)} + \Gamma\gamma(\xi) \right], \quad \tau_{12} \approx \tau_0 + \tau, \quad \tau_0 = zqL(\Delta\xi) \times \\ &\times \frac{\Delta\xi}{\eta} \frac{|Z_i(\xi) - \eta Z_r'(\xi)|}{Z_i(0)}, \quad \tau = -zq \left[L(\Delta\xi) \frac{\eta Z_i'(\xi)}{Z_i(0)} + \Gamma\gamma(\xi) \right], \end{aligned} \quad (8)$$

где $\xi = \Omega/ku$ — безразмерная расстройка, ku — доплеровский параметр [5], $\Delta\xi = \Delta\Omega/ku \ll \xi$, $\eta = \gamma/ku$ — константа поперечной релаксации, нормированная на доплеровский параметр, $z = N/N_{\text{пор}}$ — относительное возбуждение (отношение инверсии населенностей к пороговой инверсии), $L(x) = [1 + (x^2/\eta^2)]^{-1}$ — функция Лоренца, $\gamma(\xi) = [Z_i(\xi) - \eta Z_r'(\xi)] Z_r(\xi) / 2Z_i^2(0)$, Γ — коэффициент, учитывающий пленение резонансного излучения, $1 \leq \Gamma \leq 2.5$ [6]. Величины $Z_i(\xi)$, $Z_r(\xi)$, $Z_i'(\xi)$, $Z_r'(\xi)$ — вещественная и мнимая части комплексной функции дисперсии плазмы, а также ее производной по комплексному аргументу $(\xi + j\eta)$. Поскольку значение η в нашей задаче не изменяется, мы рассма-

триваем эти величины как функции от расстройки ξ . Условие устойчивости двух-частотного режима генерации, как показано в [5, 6], имеет вид

$$\beta > 0. \quad (9)$$

При $\Delta \xi = 0$ выполняется равенство $\beta = 0$. Расчет в следующем порядке лэмбовской теории возмущений [6] показывает, что в этом случае двухчастотный режим неустойчив. При $\eta = 0.07$ (это значение параметра η принимается для дальнейших расчетов) условие устойчивости выполняется, если $\Delta \xi \geq 0.009$ (это видно из графика, приведенного в [6]). Для дальнейших расчетов принимаем $\Delta \xi = 0.015$.

При гармонической модуляции расстояния L между зеркалами 2 и 3 с частотой ω и амплитудой dL соответствующая модуляция добротности резонатора описывается соотношением (5). Межмодовый интервал $\Delta \Omega = \Omega_2 - \Omega_1$ будет оставаться практически постоянным, как было отмечено ранее. Изменение добротности Q вызовет изменение двух параметров, входящих в уравнения (6) и (7): ширины полосы резонатора $q = \nu/2Q$ и относительного возбуждения $\chi = N/N_{\text{пор}}$ (поскольку $N_{\text{пор}} \sim 1/Q$) —

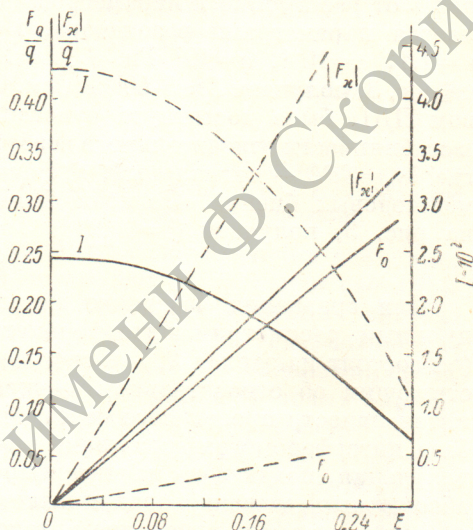
$$dq = -q(dQ/Q), \quad d\chi = \chi(dQ/Q). \quad (10)$$

Выражение для модуляции частоты межмодовых биений $\nu = \nu_2 - \nu_1$ можно теперь получить из (6), (7) и (10)

$$d\nu = 2\Phi_I(\omega')(\rho + \tau)I(dQ/Q), \quad (11)$$

Рис. 3. Зависимость коэффициентов F_Q , F_χ и интенсивности I от расстройки ($\alpha = 1.1$, $\eta = 0.07$, $\Delta \xi = 0.015$).

Штриховые линии $\Gamma = 0$, сплошные линии $\Gamma = 1.5$.



где $I = \alpha/(\beta + \theta)$, $\omega' = \omega/q$, а функция $\Phi_I(\omega')$, введенная в [8], имеет вид

$$\Phi_I(\omega') = \Phi_{I0} \chi_I(\omega') \exp[j\varphi_I(\omega')], \quad (12)$$

где

$$\Phi_{I0} = \alpha^{-1}, \quad \chi_I(\omega') = [1 + (\omega'/2\alpha)^2]^{-1/2}, \quad \varphi_I(\omega') = -\arctg(\omega'/2\alpha).$$

Из (11) и (12) видно, что постоянная времени лазерного детектора перемещений определяется выражением

$$\tau = (2\alpha q)^{-1}. \quad (13)$$

В низкочастотном пределе $\omega \ll \tau^{-1}$ выражение (12) можно привести к следующему виду:

$$d\nu = F_Q(\xi)(dQ/Q), \quad (14)$$

где $F_Q(\xi) = 2I(\rho + \tau)/\alpha$. График функции $F_Q(\xi)$ при $\Gamma = 0$ и $\Gamma = 1.5$ показан на рис. 3, значение параметра Γ взято из [6].

Одной из причин, ограничивающих разрешение абсолютных смещений dL , является нестабильность относительного возбуждения χ . Флуктуации χ связаны с колебательными процессами в плазме газового разряда (страты, реактивные и локальные колебания) и нестабильностью источника питания [9]. Полагая, что χ изменяется по гармоническому закону с частотой ω , и проводя расчеты, аналогичные в [8] (наш случай отличается от рассмотренного в [8] иным расположением собственных частот относительно центра линии усиления), получаем

$$\delta\nu = 2[\sigma + I(\rho + \tau)(1 + \Phi_I(\omega'))](\delta\chi/\chi). \quad (15)$$

В низкочастотном пределе $\omega \ll \tau^{-1}$ (15) преобразуется к виду

$$\delta\nu = F_x(\xi) (\delta z/x), \quad (16)$$

где

$$F_x(\xi) = 2[\sigma + I(\rho + \tau)(1 + \alpha^{-1})].$$

График функции $F_x(\xi)$ показан на рис. 3.

Оценим чувствительность ЛДП и сформулируем требования к стабильности лазерной накачки. Подставляя (5) в (14), получим выражение для чувствительности S к смещениям

$$S = \left| \frac{d\nu}{dL} \right| = \frac{4\pi}{\lambda} \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon(1-T) + \delta(1-T)^2}} \frac{(1-T)L_a}{(1-T)L_a + TL} F_\rho(\xi). \quad (17)$$

Выражение (17) содержит два множителя, один из которых $F_\rho(\xi)$ зависит лишь от расстройки и параметров активной среды, а второй полностью определяется параметрами резонатора. Полагая $T=0.99$, $\lambda=0.63 \cdot 10^{-6}$ м, $\xi=0.12$, $x=1.1$, $\varepsilon=10^{-5}$, $q=10^7$ Гц, $L_a/L=20$ и пользуясь графиком функции $F_\rho(\xi)$ на рис. 3, получаем $S \approx 5 \cdot 10^{13}$ Гц/см. Отметим, что экспериментально в двухмодовом ЛДП была достигнута чувствительность $S \sim 10^{12}$ Гц/см [2]. Требование к стабильности относительного возбуждения $\delta x/x$ получим из условия $\delta\nu_c \geq \delta\nu_m$, где $\delta\nu_c = SdL$ — сигнальный, а $\delta\nu_m = |F_x(\xi)| \delta z/x$ — шумовой сдвиги частоты межмодовых биений. Полагая $dL=10^{-12}$ см и пользуясь графиком $|F_x(\xi)|$ на рис. 3, получаем ($\xi=0.12$)

$$\delta z/x \leq 4 \cdot 10^{-5}. \quad (18)$$

Для сравнения лазерного метода измерения перемещений с интерференционным рассмотрим интерферометр, изображенный в правой части рис. 1 (он состоит из зеркал 2, 3 и светоделителя 4). Выходным сигналом, свидетельствующим об относительном смещении dL зеркал 2 и 3 будет изменение dI интенсивности прошедшего через интерферометр излучения. Предположим, что база интерферометра достаточно мала, так что флуктуации частоты лазерного излучения, падающего на интерферометр, можно не учитывать, и разрешение абсолютных смещений ограничивается флуктуациями интенсивности. Сигнальное относительное изменение интенсивности при оптимальной настройке определяется соотношением [1]

$$(dI/I)_c = (8\pi/\lambda) (1-T)^{-1} dL, \quad (19)$$

а шумовое имеет вид [8]

$$(dI/I)_m = (x-1)^{-1} \delta z/x. \quad (20)$$

Из условия $(dI/I)_c \geq (dI/I)_m$ при тех же значениях параметров, что и ранее, получаем $\delta z/x \leq 4 \cdot 10^{-5}$.

Таким образом, использование ЛДП позволяет существенно снизить уровень шумов, связанных с различного рода вибрациями элементов оптической схемы. В то же время требование к стабильности лазерной накачки несколько снижается по сравнению со случаем многолучевого интерферометра. Очевидным преимуществом лазерного метода является переход к частотным измерениям.

Литература

- [1] Витушкин Л. Ф., Ивановская М. И., Колосницын Н. И. Проблемы теории гравитации и элементарных частиц. М., 1981, в. 12, с. 102—111.
- [2] Weksler M., Vager Z., Naumann G. — IEEE J. Quant. Electron., 1980, в. QE-16, N 7, p. 785—790.
- [3] Voerch H., Eichler H., Pfundstein M., Wiesemann W. — IEEE J. Quant. Electron., 1974, в. QE-10, N 6, p. 501—506.
- [4] Басов Н. Г., Губин М. А., Никитин В. В., Проценко Е. Д. — В кн.: Тезисы всесоюз. науч.-техн. конф. «Применение времячастотных средств и методов измерения в народном хозяйстве». М., 1983, с. 168—170.
- [5] Лэмб У. Квантовая оптика и квантовая радиофизика. М., 1966, с. 281—369.
- [6] Aronowitz F. — Appl. Opt., 1972, в. 11, N 10, p. 2146—2152.
- [7] Справочник по лазерам / Под ред. А. М. Прохорова. М., 1978, т. 2, с. 24—28.
- [8] Бурнашев М. Н., Привалов В. Е. — Квант. электрон., 1976, т. 3, № 12, с. 2581—2590.
- [9] Тучин В. В. Флуктуации в газовых лазерах. Саратов. 1981. 164 с.

Поступило в Редакцию 24 апреля 1984 г.