

$$\Delta_h^k(f, x) = \Delta_h^1(\Delta_h^{k-1}(f, x), x), \quad k = 2, 3, \dots,$$

$$\Omega_k(f, \delta)_p = \sup_{|h| \leq \delta} \left\| \Delta_h^k(f, x) \right\|_p.$$

Теорема. Пусть даны числа p, k такие, что $1 \leq p \leq +\infty$, $k = 1, 2, 3, \dots$. Пусть также $f \in L_p$. Если существует функция g , такая, что $\sup_{|t| \leq \delta} |g(t)| < +\infty$ и $f(x+h) = f(x)g(h) \quad \forall x \in [-1, 1], \quad \forall h \in [-\delta, \delta]$ (2), то $\tilde{\Omega}_k(f, \delta)_p = \Omega_k(f, \delta)_p$.

И. В. Кругликов

(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)

ОДИН ИЗ АЛГОРИТМИЧЕСКИХ ПОДХОДОВ К ВЫЧИСЛЕНИЮ ПРОИЗВОДНОЙ ОТ ЛЮБОЙ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ФУНКЦИИ

В работе представлен алгоритм вычисления производной от любой элементарной функции. Алгоритм реализован в виде программы на языке программирования C++.

На вход программы подаётся строковое выражение, представляющее собой функцию от одной действительной переменной x (рисунок 1).

```
Input function:
sin(cos(x))+2*x
Result:
cos(cos(x))*(-sin(x))+2

Input function:
ln(x/2)^3
Result:
3*((ln(x/2))^2)*((1/(x/2))*0.5)
```

Рисунок 1 – Пример работы программы

Результатом работы программы является производная от введённой элементарной функции.

Для того чтобы описать идею данного алгоритма, необходимо ввести понятие элементарной функции. Пусть A – множество всех функций $f(x)$, которое строится по следующим правилам:

1. Функция $f(x) = x^\alpha$, где $x, \alpha \in R$, принадлежит множеству A .
2. Функция $f(x) = a^x$, где $x, \alpha \in R$, принадлежит множеству A .
3. Функции $\ln x, \sin x, \cos x, \operatorname{tg} x, \operatorname{ctg} x, \arcsin x, \arccos x, \operatorname{arctg} x, \operatorname{arcctg} x$ принадлежат множеству A .
4. Пусть функции $f_1(x), f_2(x) \in A$. Тогда функции $f_1(x) + f_2(x), f_1(x) - f_2(x), f_1(x) * f_2(x), f_1(x) / f_2(x)$ (при $f_2(x) \neq 0$), $f_1(f_2(x))$ также принадлежат A .

Функцию $f(x), x \in R$ будем называть элементарной, если $f(x) \in A$.

В основе данного алгоритма лежит пошаговое рекурсивное применение правил дифференцирования.