УДК 535.2 Опт. и спектр., т. 59, в. 4, 1985

ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ БИГАРМОНИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ СРЕДЕ

Ширшов М. Б., Ярунин В. С.

Взаимодействие двух волн с двухкомпонентной средой является одной из важных задач лазерной спектроскопии [1-5]. В [5] исследовалась общая (нелинейная) динамика двухмодового поля при больших числах заполнения и были получены условия, определяющие существование различных динамических режимов. Представляет самостоятельный интерес исследование этой системы при заданных полях $\psi_{1,2}=\exp(\pm i\omega_{1,2}t)$.

Гамильтониан с постоянными взаимодействия λ_1 и λ_2 и с собственными частотами компонент среды $\pm\Omega/2$ имеет вид

$$H=f^*Mf, \quad M=\frac{\Omega}{2}\sigma^z+\sum_{k=1}^{2}\lambda_k(\sigma^+\psi_k+\psi_k^*\sigma^-), \tag{1}$$

$$f=\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}, \quad \sigma^z=\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}, \quad \sigma^+=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}, \quad \sigma^-=\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}.$$

Динамика этих компонент определяется матричным уравнением

$$\left(i\frac{d}{dt}-M\right)f=0. \tag{2}$$

Исследуем зависимость поведения системы (1) от соотношения между величинами λ_1 и λ_2. Перейдем в уравнении (2) к новой неизвестной функции

$$\tilde{f}=uf, \quad u=\begin{pmatrix}\exp i\frac{\bar{\omega}}{2}t & 0\\ 0 & \exp\left(-i\frac{\bar{\omega}}{2}t\right)\end{pmatrix}, \quad \bar{\omega}=\frac{\omega_1+\omega_2}{2},$$

В уравнении для этой функции

$$i\frac{d}{dt}\tilde{f}=\tilde{M}\tilde{f} \tag{3}$$

$$\tilde{M}=uMu^{-1}-i\frac{du}{dt}u^{-1}=\frac{\Delta}{2}\sigma^z+\rho\sigma^++\sigma^-\rho^*,$$

$$\rho=\lambda_1\exp\left(-i\frac{\delta}{2}t\right)+\lambda_2\exp\left(i\frac{\delta}{2}t\right)=|\rho|\exp i\alpha,$$

параметры $\Delta=(\Omega-\omega)/2$ и $\delta=\omega_1-\omega_2$ выделены в явном виде. С целью использования теории возмущений при малых Δ и δ совершим над вектором $\tilde{f}$ еще одно унитарное преобразование, после которого уравнение (3) примет вид

$$i\frac{d\varphi}{dt}=(A+B)\varphi, \quad \varphi=v\tilde{f}, \tag{4}$$

$$v=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\exp(-i\alpha) & 1\\ -\exp(-i\alpha) & 1\end{pmatrix}, \quad A=|\rho|\sigma^z-\frac{1}{2}\frac{d\alpha}{dt},$$

$$B=\left(\frac{1}{2}\frac{d\alpha}{dt}-\Delta\right)\sigma_1, \quad \sigma_1=\sigma^++\sigma^-, \quad \frac{d\alpha}{dt}=\frac{\delta}{2}\frac{\lambda_2^2-\lambda_1^2}{|\rho|^2}.$$

Теорию возмущений можно построить в форме итерационной процедуры при малых B для интегрального уравнения

$$\varphi(t)=\exp\left(-i\int_{t_1}^{t}Ad\tau\right)\varphi(t_1)-i\int_{t_1}^{t}\exp\left(-i\int_{\tau}^{t}Ad\tau'\right)B(\tau)\varphi(\tau)d\tau, \tag{5}$$

эквивалентного уравнению (4).

Рассмотрим случай разных постоянных взаимодействия $\lambda_1 \gg \lambda_2$. При этом верны приближенные формулы

$$|\rho| \simeq \lambda_1 + \lambda_2 \cos \delta t, \qquad \frac{d\alpha}{dt} \simeq -\delta \left(1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cos \delta t\right)^{-1},$$

и в случае резонанса $\Delta = 0$ решение уравнения (4) в первом порядке теории возмущений $\delta \ll \lambda_1$ имеет вид

$$\varphi(t) \simeq \exp\left(i\lambda_1 t - i\frac{\lambda_2}{\delta} \sin \delta t\right) \sigma^z \varphi(0). \tag{6}$$

Из решения $f = u^{-1}v^{-1}\varphi(t)$ можно видеть, что доминирование одной из мод поля затрудняет проявление субрадиационной структуры бигармонического поля (т. е. обратно пропорциональной зависимости частоты колебаний системы от отстройки δ).

В случае близких постоянных взаимодействия $\lambda_1 \sim \lambda_2$ имеем соотношения

$$|\rho| \simeq \lambda_1 \cos \frac{\delta t}{2}, \qquad \frac{d\alpha}{dt} \simeq \frac{\delta(\lambda_1 - \lambda_2)}{\lambda_1 \cos(\delta t/2)}.$$

Тогда всюду, за исключением точек временно́го интервала $\pm\pi(2k+1)/\delta$ ($k = 1, 2, \ldots$) и их окрестностей, решение уравнения (4) строится так же, как и в предыдущем случае, и в первом порядке при $\delta \ll \lambda_1$ имеет вид

$$\varphi(t) \simeq \exp\left(-2i\frac{\lambda_1}{\delta} \sin\left(\frac{\delta t}{2}\right) \sigma^z\right) \varphi(0). \tag{7}$$

Видно, что главный член в выражении (7) имеет характерную зависимость от расстройки δ, т. е. субрадиационную структуру. В окрестности точек $t = \pm\pi(2k+1)/\delta$ имеет место соотношение $d\alpha/dt \simeq \delta(\lambda_1 + \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_2)^{-1}$, вследствие чего использовать рассмотренную теорию возмущений для уравнения (4) нельзя. Следует обратиться к уравнению (3), в котором в этом случае $|\rho| \simeq |\lambda_1 - \lambda_2|$ и решения которого показывают, что в указанных временных точках система совершает гармонические колебания с частотой $(\Omega/2) + (3\bar{\omega}/4)$ и влияние расстройки δ при близких λ_1 и λ_2 исчезающе мало.

Таким образом, в данной модели субрадиационная структура поля наиболее ярко выражена в случае близких амплитуд полей излучения. Однако характер решения зависит от времени так, что в случае ненулевой расстройки Δ субрадиационная структура периодически сменяется гармоническими колебаниями. Если же одна из мод поля сильно доминирует над другой ($\lambda_1 \gg \lambda_2$), то субрадиационная структура не имеет ярко выраженного характера.

Авторы благодарны Г. П. Мирошниченко и Н. А. Чигирю за обсуждения.

Литература

[1] Бонч-Бруевич А. М., Вартанян Т. А., Чигирь М. А. — ЖЭТФ, 1979, т. 77, с. 1899.
[2] Браун П. А., Мирошниченко Г. П. — ЖЭТФ, 1981, т. 81, с. 67.
[3] Топтыгина Г. И., Фрадкин Э. Е. — ЖЭТФ, 1982, т. 82, с. 429.
[4] Гореславский С. П. Крайнов В. П. — ЖЭТФ, 1979, т. 77, с. 1340.
[5] Ширшов М. Б., Ярунин В. С. — Вестн. ЛГУ, 1984, в. 10, с. 11.

Поступило в Редакцию 10 апреля 1985 г.