А. И. Кулыба, С. И. Жогаль
(*ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель*)

ДОСТАТОЧНОЕ УСЛОВИЕ ПОТЕНЦИАЛЬНОСТИ УРАВНЕНИЯ КОЛМОГОРОВА–ФОККЕРА–ПЛАНКА ДЛЯ НЕАВТОНОМНЫХ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

В колебательных системах внешние случайные воздействия могут вызывать мультипликативные шумы, которые часто приводят к флуктуациям частоты колебаний или линейному трению в системе [1].

Исследованы неавтономные автоколебательные системы с одной степенью свободы, описываемые стохастическими дифференциальными уравнениями вида:

$$\ddot{x}+\omega^2 x=\varepsilon h(x,\dot{x})+\varepsilon\sum_{s=0}^{S}P_s\cos(\Omega_s\omega t)x^s+$$
$$+\varepsilon\sum_{r=1}^{K}R_k\cos(\xi_r\omega t)\dot{x}^r+\sqrt{\varepsilon}\sigma x\dot{\xi}(t) \tag{1}$$

где $h(x,\dot{x})$ –дифференцируемая функция своих аргументов, P_s, R_s, σ, Ω_s, ξ_s, ω – положительные постоянные, $\dot{\xi}(t)$ – белый шум единичной интенсивности, $\varepsilon>0$ – малый параметр, при выполнении условий

$$\frac{\partial}{\partial\alpha}\left\{\frac{1}{\alpha}\underset{t}{M}\left[h(\alpha\cos\varphi,-\alpha\sin\varphi)\cos\varphi\right]\right\}=0, \tag{2}$$

$$\Omega_s=s-(2n-1),n=0,1,2,...,\left[\frac{s}{2}\right],\forall S=0,1,...,S,$$
$$\Omega_s^2=\frac{s^2-1}{3}, \tag{3}$$

$$\xi_r=r-2n+1,n=0,1,...,\left[\frac{K}{2}\right],\forall r=1,2,...,K. \tag{4}$$

Определены коэффициенты сноса и диффузии соответствующего усредненного уравнения Колмогорова–Фоккера–Планка (КФП), причем диффузионные коэффициенты $K_{i,j}$ не зависят от фазы колебаний, а условие потенциальности уравнения КФП имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\frac{1}{K_{11}}\left(K_1-\frac{1}{2}\frac{\partial K_{11}}{\partial\alpha}\right)\right]=\frac{\partial}{\partial\alpha}\left(\frac{K_2}{K_{22}}\right) \tag{5}$$

Получено, что условие потенциальности (5) будет выполняться лишь в случае, когда Ω_k и ξ_r удовлетворяют условиям (2) – (4).

Литература

1 Диментберг, М. Ф. Нелинейные стохастические задачи механических колебаний / М. Ф. Диментберг.–М. : Наука, 1980. – 368 с.

А. И. Кулыба, С. И. Жогаль
(*ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель*)

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕАВТОНОМНЫХ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ, ПОДВЕРЖЕННЫХ ФЛУКТУАЦИЯМ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ

Изучаются вопросы случайных колебаний в квазилинейных системах, испытывающих параметрические случайные возмущения [1], а именно, флуктуации частоты генерации колебаний, описываемых стохастическими дифференциальными уравнениями (СДУ) вида:

$$\ddot{x}+\omega^2 x=\varepsilon h(x,\dot{x})+\varepsilon\sum_{s=0}^{S}P_s\cos((\frac{S^2-1}{3})^{1/2}\omega t)x^s+\sqrt{\varepsilon}\sigma x\dot{\xi}(t) \quad (1)$$

где параметры гармонических воздействий

$$\Omega_s=(\frac{S^2-1}{3})^{1/2} \quad (2)$$

удовлетворяют резонансным соотношениям $\Omega_s=S-2n+1, n\in(0,1,...,\left[\frac{S}{2}\right])$,

а дифференцируемая функция своих аргументов $h(x,\dot{x})$ такова, что

$$\frac{\partial}{\partial\alpha}\left\{\frac{1}{\alpha}\underset{t}{M}\left[h(\alpha\cos\varphi,-\alpha\omega\sin\varphi)\cos\varphi\right]\right\}=0 \quad (3)$$

При выполнении соотношений (2) – (3) соответствующее усредненное уравнение Колмогорова–Фоккера–Планка (КФП) системы (1) обладает свойством потенциальности. Исследования показывают, что при возмущении периодическим воздействием на основной частоте будут генерироваться случайные колебания.

Так же в рассматриваемой системе (1) возможна компенсация влияния случайного возмущения с помощью варьирования сил линейного трения. А если возможно управления эффектами линейного трения, то при выполнении соотношения

$$\sigma^2=8(1-\alpha)\omega^2 \quad (4)$$

эффект флуктуаций будет погашен.