

УДК 535.2

## ЭФФЕКТЫ НАСЫЩЕНИЯ В ОБРАЩЕНИИ ВОЛНОВОГО ФРОНТА ПРИ ЧЕТЫРЕХВОЛНОВОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ПОЛЯРИЗОВАННОГО СВЕТА

Адонц Г. Г., Аюлян Д. Г.

Влияние эффектов насыщения на обращение волнового фронта поляризованного света исследовано для однородно уширенных систем на примере атомного перехода  $J_1=1/2 \rightarrow J_2=1/2$ . Показано, что эффекты насыщения могут играть существенную роль при интенсивностях, значительно меньших, чем интенсивности, необходимые для насыщения в скалярном случае. Из анализа зависимости коэффициента отражения от интенсивности накачки при различных поляризациях волн определены условия, при которых возможно самовозбуждение обращающей системы.

Явление обращения волнового фронта (ОВФ) при четырехволновом взаимодействии в газовых средах привлекает довольно большой интерес в связи с его потенциальным применением в адаптивной оптике, спектроскопии высокого разрешения и т. д. [1]. В большинстве работ по ОВФ авторы не принимают во внимание изменение поляризации света в процессе ОВФ и ограничиваются моделью атома с двумя невырожденными уровнями [2, 3]. Учет поляризации света является принципиальным и может привести к возможности векторного фазового сопряжения [4]. В кубическом приближении теория ОВФ поляризованного света развита в [5, 6]; эффекты насыщения исследовались в частном случае циркулярных ортогональных поляризаций волн накачки в упрощенной  $\Delta$ -модели среды [7, 8].

В настоящей работе с учетом эффектов насыщения построена полная поляризационная теория ОВФ на атомном переходе  $J_1=1/2 \rightarrow J_2=1/2$  с однородно уширенными линиями. Теория построена в представлении неприводимых тензорных операторов, что позволяет учитывать релаксацию в системе магнитных подуровней, связанную с созданием неравномерной заселенности подуровней и когерентности между ними.

Пусть в резонансной среде, находящейся в поле двух мощных встречных волн  $\mathcal{E}_{1,2} = E_{1,2} e^{\pm i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} - i\omega t}$  (волны накачки), распространяется слабая сигнальная волна  $\mathcal{E}_3 = E_3 e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega t}$ . Вследствие интерференции слабого излучения с волнами накачки в среде индуцируются две амплитудно-фазовые решетки, дифракция мощных волн на которых приводит к возбуждению дифракционной волны  $\mathcal{E}_4 = E_4 e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega t}$ , распространяющейся в обратном направлении.

В стационарном случае на переходе  $1/2 \rightarrow 1/2$  система уравнений для компонент матрицы плотности в представлении неприводимых тензорных операторов может быть решена точно по амплитуде сильной волны [9]. Для отклика (поляризованности) резонансной среды на слабое поле  $E_W = E_3 e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} + E_4 e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}$  в присутствии поля накачки  $E_p = E_1 e^{i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}} + E_2 e^{-i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}}$  можно получить

$$\mathcal{P}_1 = \frac{\chi}{\Phi} \left\{ E_W + \beta (E_p^s)^2 E_W^* + 2\beta (E_p^* E_W) E_p^{s*} - \frac{E_p^s + \beta (E_p^s)^2 E_p^{s*}}{\Phi} [(\beta + 1) [(E_W E_p^{s*}) + \text{к. с.}] + 2\beta [(E_p^s)^2 (E_p^{s*} E_W^*) + \text{к. с.}]] \right\}. \quad (1)$$

Фактор насыщения определяется при этом выражением

$$\Phi = 1 + (1 + \beta) |E_p^s|^2 + \beta (E_p^s)^2 (E_p^{s*})^2. \quad (2)$$



В формулах (1), (2) введены следующие безразмерные параметры:

$$E_p^s = \frac{E_p}{|E_s|}, \quad \beta = \gamma' \left[ \frac{1}{\Gamma_{11}^{(1)}} + \frac{1}{\Gamma_{22}^{(1)}} - \frac{\gamma}{3\Gamma_{11}^{(1)}\Gamma_{22}^{(1)}} \right], \quad (3)$$

где

$$\frac{1}{\gamma'} = \frac{1}{\Gamma_{11}^{(0)}} + \frac{1}{\Gamma_{22}^{(0)}} - \frac{\gamma}{\Gamma_{11}^{(0)}\Gamma_{22}^{(0)}},$$

$\gamma$  — вероятность перехода заселенности с верхнего на нижний уровень в результате спонтанного распада. Здесь  $|E_s| = \frac{\hbar}{|d_{12}|} \sqrt{\frac{2(\varepsilon^2 + \Gamma^2)}{\gamma'\Gamma}}$  — величина насыщающего поля в скалярном случае,  $\Gamma_{ii}^{(0,1)}$  — константы релаксации заселенности и ориентации соответственно ( $i=1$  — для нижнего и  $i=2$  — для верхнего состояний). Ненасыщенная восприимчивость среды для слабого излучения имеет вид

$$\chi = \frac{i |d_{12}|^2}{2\hbar(\Gamma - i\varepsilon)} [N_1 - N_2], \quad (4)$$

где  $\Gamma$  — однородная ширина,  $d_{12}$  — матричный элемент дипольного перехода,  $N_{1,2}$  — начальные заселенности уровней 1, 2 соответственно,  $\varepsilon$  — расстройка резонанса.

В ширинах  $\Gamma_{ik}^{(z)}$  учтены как радиационная ширина  $\Gamma_{ik}^0$ , так и столкновительная ширина  $\gamma_{ik}^{(z)}$ ; при этом  $\Gamma_{ik}^{(z)} = \Gamma_{ik}^0 + \gamma_{ik}^{(z)}$ . В дальнейшем индекс  $z$  опустим, при этом предполагается, что волны накачки нормированы на величину насыщающего поля.

Подставляя выражение (4) в волновое уравнение для медленно меняющихся амплитуд взаимодействующих волн  $E_3$  и  $E_4$

$$(\mathbf{k}\nabla) E_{3,4} = \pm i \frac{4\pi}{c^2} \omega^2 \mathcal{P}_1, \quad (5)$$

можно получить систему уравнений для связи между сигнальной и обращенной волнами. Для того чтобы исключить поляризационные эффекты самовоздействия волн накачки, нам необходимо выбирать поляризации волн накачки либо циркулярными, либо линейными. Полагаем, что волны накачки распространяются навстречу друг другу, а слабые встречные волны распространяются либо почти продольно им, либо поперечно. Во всех этих случаях волновые уравнения имеют вид, аналогичный подобным уравнениям для скалярного случая [2],

$$(\mathbf{k}\nabla) E_3^z = Q_\alpha E_3^z + S_\alpha E_4^{z*}, \quad (\mathbf{k}\nabla) E_4^{z*} = Q_\alpha^* E_4^{z*} + S_\alpha^* E_3^z. \quad (6)$$

Система уравнений (6) значительно упрощается, когда поглощением накачки можно пренебречь. Коэффициенты  $Q_\alpha$  и  $S_\alpha$  при этом не зависят от координат и для коэффициента отражения  $R$  после интегрирования системы (6) при граничных условиях  $E_3(0) = E_3$  и  $E_4(L) = 0$  можно получить следующее выражение [2]:

$$R = \left| \frac{E_4(0)}{E_3(0)} \right|^2 = \left| \frac{S}{\Gamma} \frac{\sin \Gamma L}{\cos \Gamma L + \frac{\text{Im } Q}{\Gamma} \sin \Gamma L} \right|^2, \quad (7)$$

где  $\Gamma = \sqrt{|S|^2 - (\text{Im } Q)^2}$ ,  $L$  — длина резонансной области взаимодействия. Из формулы (7) видно, что при выполнении условия

$$\cos \Gamma L + \frac{\text{Im } Q}{\Gamma} \sin \Gamma L = 0 \quad (8)$$

коэффициент отражения  $R \rightarrow \infty$ , т. е. обращающая система самовозбуждается. Заметим, что вблизи порога самовозбуждения амплитуды слабых волн неограниченно растут и соответственно используемое здесь приближение заданного поля накачки становится неприменимым. При этом корректное описание процесса обращения требует учета истощения накачки, обусловленного усилением



слабых волн. Соотношение (8) накладывает определенные ограничения на расстройку резонанса, интенсивность накачки и на длину резонансной области. Анализ выражения (8) на основе формул для  $Q$  и  $S$  в скалярном случае [2] показывает, что минимальная длина резонансной области, при которой возможно самовозбуждение системы, определяется условием  $a_0 L \approx 25$  ( $a_0 = 2\pi \omega \kappa / c$  — линейный коэффициент поглощения). Отметим, что для столь больших значений параметра  $a_0 L$  истощение накачки может существенно уменьшить значение коэффициента отражения, поэтому реализовать на эксперименте условия, при которых возможно самовозбуждение обращающей системы в скалярном случае, довольно сложно. В [2] также было отмечено существенное влияние эффектов дисперсии на процесс обращения. Было показано, что с уменьшением частоты расстройки минимальное значение интенсивности, при котором возможно самовозбуждение обращающей системы, неограниченно растет. Учет поляризации взаимодействующих волн существенно меняет выражения для нелинейного показателя преломления  $Q$  и для коэффициента параметрической связи  $S$ , что принципиально меняет зависимость коэффициента отражения от интенсивности. Рассмотрим выражения для  $Q$  и  $S$ , а также для коэффициента отражения  $R$  при различных поляризациях волн накачки.

1. Волны накачки поляризованы циркулярно по одному кругу ( $E_{1,2}^+ \neq 0$ ;  $E_{1,2}^- = E_{1,2}^z = 0$ ).
2. Волны накачки поляризованы циркулярно по ортогональным кругам ( $E_{1,2}^+ \neq 0$ ;  $E_{1,2}^- \neq 0$ ;  $E_{1,2}^z = 0$ ).
3. Волны накачки поляризованы линейно вдоль одной оси ( $E_{1,2}^z \neq 0$ ;  $E_{1,2}^x = E_{1,2}^y = 0$ ).
4. Волны накачки поляризованы линейно по ортогональным осям ( $E_{1,2}^x \neq 0$ ;  $E_{1,2}^y \neq 0$ ;  $E_{1,2}^z = E_{1,2}^s = 0$ ).

1. Исходя из формулы (1) для величин  $Q$  и  $S$ , после суммирования рядов разложения резонансной восприимчивости по гармоникам осцилляций поля накачки [2] можно получить следующие выражения:

$$Q_+ = - \frac{a_0}{(1 - |\xi|^2)} \frac{1}{\left[ 1 + \left( \frac{1 + \beta}{2} \right) (G_1 + G_2) \right]} \frac{1}{1 + \delta^2}, \quad S_+ = Q_+ \sqrt{1 + \delta^2} \xi,$$

$$Q_- = \frac{a_0 \left[ 1 + \beta (G_1 + G_2) - \frac{|\xi|}{1 + \sqrt{1 - |\xi|^2}} \right]}{\sqrt{1 - |\xi|^2} \left[ 1 + \left( \frac{1 + \beta}{2} \right) (G_1 + G_2) \right]},$$

$$Q_z = \frac{a_0}{\sqrt{1 - |\xi|^2} \left[ 1 + \left( \frac{1 + \beta}{2} \right) (G_1 + G_2) \right]}, \quad S_{-,z} = 0, \quad (9)$$

где

$$\xi = \frac{(1 + \beta) E_1^+ E_2^z}{1 + \left( \frac{1 + \beta}{2} \right) (G_1 + G_2)}, \quad G_{1,2} = |E_{1,2}^+|^2, \quad \delta = \varepsilon / \Gamma.$$

Из формул (6) видно, что обращается только та циркулярная компонента, поляризация которой совпадает с поляризацией волн накачки. Следовательно, сигнальная волна произвольной поляризации в процессе взаимодействия со средой порождает обращенную волну чисто круговой поляризации. Параметр  $\beta$  играет важную роль в насыщении ОВФ. Если вырожденное нижнее состояние является основным уровнем системы, то при не очень сильных столкновениях параметр  $\beta$  может быть значительно больше единицы ( $\beta \gg 1$ ). Это значит, что из-за эффекта оптической накачки насыщение в рассматриваемой системе может иметь место при гораздо меньших интенсивностях, чем интенсивности, необходимые для насыщения в скалярном случае [2, 3]. На рис. 1 приведена зависимость  $R$  от  $(1 + \beta) / 2G$  при различных значениях параметра  $\delta$ . В данном случае выражения для коэффициента отражения полностью аналогичны ранее полученным выражениям в скалярном случае, где параметр интенсивности  $G$  нужно заменить на  $(1 + \beta) / 2G$ . Во всех численных расчетах предполагается, что встречные волны имеют одинаковые интенсивности  $G_1 = G_2 = G$ , столкновительный параметр  $\beta = 100$ , величина  $a_0 L = 2$ .



2. В данном случае в знаменателе  $\Phi$  отсутствуют пространственные осцилляции и нет необходимости в разложении на Фурье-компоненты. Для величин  $Q_x$  и  $S_x$  можно получить при этом

$$Q_{\pm} = \frac{a_0}{\Phi^2} (1 + \beta G_{1,2}) \left( 1 + \frac{1 + \beta}{2} G_{1,2} \right), \quad Q_z = \frac{a_0}{\Phi}, \quad S_{\pm} = -\frac{2a_0}{\Phi^2} (\beta - 1) (1 + \beta G_{1,2}) E_1^+ E_2^-,$$

$$S_z = -\frac{2a_0\beta}{\Phi} E_1^+ E_2^-, \quad (10)$$

где

$$G_1 = |E_1^+|^2, \quad G_2 = |E_2^-|^2.$$

В этом случае обращение испытывают все компоненты поляризации сигнальной волны: z-компонента поляризации обращается без изменения поляризации — плюс (минус) поляризация сигнальной волны порождает минус (плюс) поляризацию обращенной волны. В последнем случае происходит не только пространственное обращение волны, но и обращение ее поляризации. Следует отметить, что наличие деориентирующих столкновений может принципиально

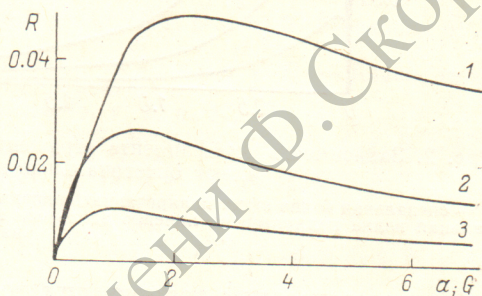


Рис. 1. Зависимость коэффициента отражения  $R$  от интенсивности накачки  $\alpha_i G$ .

Все взаимодействующие волны имеют одинаковые циркулярные  $\alpha_i = 1 + \beta/2$  (линейные  $\alpha_i = 1$ ) поляризации. На всех рисунках расстройка резонанса  $\varepsilon = 0$  (1),  $\varepsilon = \sqrt{3} \Gamma$  (2),  $\varepsilon = 2\sqrt{3} \Gamma$  (3).

изменить поляризационную картину обращения. Действительно, в отсутствие деориентирующих столкновений и спонтанного распада в обращенной волне имеется только z-компонента поляризации. В присутствии деориентирующих столкновений в обращенной волне возникают все компоненты поляризации. Отметим также, что учет спонтанного перехода с верхнего на нижний уровень может оказать существенное влияние на картину обращения. В отсутствие деориентирующих столкновений благодаря члену прихода  $\gamma$  возникает обращение с коэффициентом отражения, пропорциональным  $\gamma^2$ . Рассмотрим подробнее поведение коэффициента отражения для различных компонент поляризации сигнальной волны. А. Для «+» или «-» компоненты из условия (7) получим, что для самовозбуждения необходимо, чтобы интенсивность была бы больше некоторого критического значения

$$P = P_{\text{sat}}^0 \frac{2(1 + \delta^2)}{(\beta - 1)\sqrt{1 + \delta^2} - (\beta + 1)}, \quad (11)$$

где

$$P_{\text{sat}}^0 = \frac{c}{4\pi} |E_s(\varepsilon = 0)|^2.$$

При этом необходимо также, чтобы релаксационный параметр  $\beta$  удовлетворял условию

$$\beta > \frac{\sqrt{1 + \delta^2} + 1}{\sqrt{1 + \delta^2} - 1}. \quad (12)$$

Минимальное  $P/P_{\text{sat}}^0 = \frac{8(\beta + 1)}{(\beta - 1)^2}$  достигается при  $\delta = \pm \sqrt{4\left(\frac{\beta + 1}{\beta - 1}\right)^2 - 1}$ .

Б. Для z-компоненты сигнальной волны для самовозбуждения необходимо  $\beta G_{1,2} > 1/\sqrt{1 + \delta^2}$ . Условие (7) накладывает также определенные ограничения на  $a_0 L$ . Для z-компоненты минимальное значение  $a_0 L$ , при котором возможно самовозбуждение, достигается при  $\delta = 0$  и  $G \sim 1/\sqrt{\beta}$   $(a_0 L)_{\text{min}} = \left(\frac{\pi}{2}\right) (1 + 1/\sqrt{\beta})^2$ . Интересно отметить, что в данном случае вследствие зеемановской когерентности между магнитными подуровнями основного состояния самовоз-



буждение возможно уже при нулевой расстройке, при этом минимально необходимые значения для  $a_0L$  гораздо меньше соответствующих значений в скалярном случае. На рис. 2, а, б приведена зависимость  $R$  от  $G$  соответственно для «+» или «-» компоненты сигнальной волны (а) и для  $z$ -компоненты (б).

3. Волновые уравнения в данном случае могут быть записаны в декартовых координатах. Выражения для  $Q_z$ ,  $S_z$  полностью аналогичны выражениям (6) для  $Q_+$ ,  $S_+$  с  $\beta=1$ . Компонента сигнальной волны с линейной поляризацией

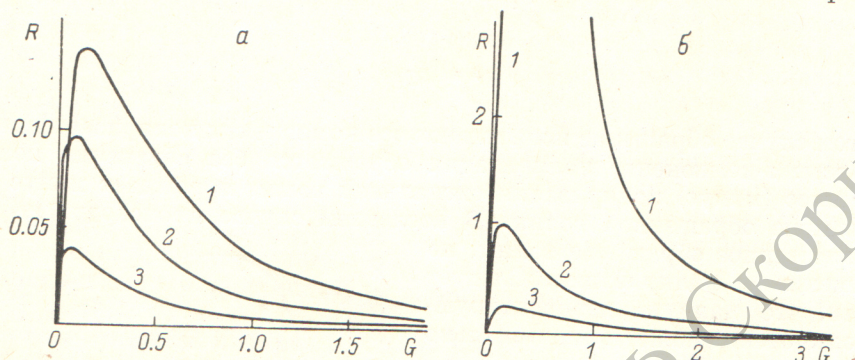


Рис. 2. Зависимость коэффициента отражения  $R$  от интенсивности  $G$ , когда волны накачки имеют ортогональные циркулярные поляризации.

а — сигнальная волна имеет поляризацию, совпадающую с поляризацией одной из волн накачки; б — сигнальная волна поляризована линейно вдоль оси  $z$ , совпадающей с направлением распространения волн накачки.

$x$  ( $y$ ), ортогональной поляризации волн накачки, обращается со следующими значениями  $Q$  и  $S$ :

$$Q_{x,y} = A(1 + q_1q_2), \quad S_{x,y} = 2\beta A \left[ (1 + q_1q_2) E_1^z E_2^z + \frac{q_1 + q_2}{2} (G_1 + G_2) \right] \sqrt{1 + \delta^2}, \quad (13)$$

где

$$A = \frac{a_0}{(1 + \delta^2) D_1 D_2 (1 - q_1 q_2) \left( 1 + \frac{G_1 + G_2}{2} \right) |1 + \beta(G_1 + G_2)|}, \quad D_{1,2} = \sqrt{1 - |\xi_{1,2}|^2},$$

$$q_{1,2} = \frac{\xi_{1,2}}{1 + D_{1,2}}, \quad \xi_{1,2} = \frac{2\beta E_1^z E_2^z}{1 + \beta(G_1 + G_2)}.$$

Как уже указывалось ранее, если нижнее состояние является основным состоянием системы, то  $\beta \gg 1$ . При этом условии с ростом интенсивности волн накачки коэффициент параметрической связи  $S_{x,y}$  при обращении  $x$ ,  $y$ -компонент довольно быстро достигает максимального значения (при  $\beta G \approx 1$ ), и до значений  $G \sim 1$  величина  $S$  существенно не изменяется, в то время как показатель преломления  $Q$  из-за эффектов насыщения с ростом интенсивности быстро

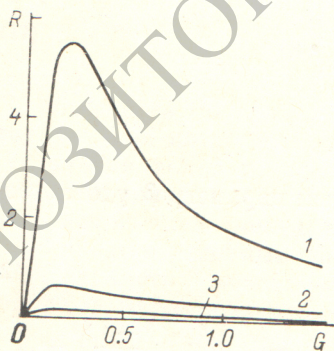


Рис. 3. Зависимость коэффициента отражения  $R$  от интенсивности  $G$ .

Волны накачки линейно поляризованы вдоль одной оси  $z$  а сигнальная волна имеет линейную поляризацию, ортогональную поляризации волн накачки.

уменьшается и уже при  $G \approx 1$  является довольно малой величиной  $Q \ll 10^{-2}$ . Отметим, что при обращении  $Z$ -компоненты поляризации величины  $Q$  и  $S$  не содержат большого параметра  $\beta$  и эффекты насыщения становятся существенными при значительно больших интенсивностях. Процесс ОВФ в данном случае качественно различен для  $z$ - и  $x$ - или  $y$ -компонент поляризации. Условие  $|S| > \text{Im} Q$ , необходимое для самовозбуждения, в данном случае приводит к следующим ограничениям на  $a_0L$ . Минимальное значение  $a_0L$ , при



котором возможно самовозбуждение обращаемой системы ( $a_0L \approx 2, 3$ ), имеет место при  $\delta=0$  и  $G=0.15$ . В отличие от предыдущего случая 2Б в данном случае вследствие зеэмановской когерентности возникает возможность самовозбуждения при гораздо меньших значениях параметров  $\delta$  и  $a_0L$  по сравнению со скалярным случаем и в значительном интервале интенсивностей при квази-коллинеарной геометрии. На рис. 3 приведена зависимость  $R$  от  $G$  для компоненты сигнальной волны с поляризацией ортогональной поляризации волн накачки.

4. В данном случае можно получить результаты, физически аналогичные результатам случая 2 для ортогональных циркулярных поляризаций.

Проведенные исследования показывают, что эффекты насыщения существенно влияют на ОВФ поляризованного света уже при довольно слабых интенсивностях, при этом важную роль играют процессы, связанные с когерентностью магнитных подуровней.

#### Литература

- [1] Обращение волнового фронта оптического излучения / Под ред. В. И. Беспалова. 1979, ч. 1; 1982, ч. 2.
- [2] Апанасевич П. А., Афанасьев А. А., Жвавий С. П. — Квант. электрон., 1980, т. 7, в. 8, с. 1572; 1983, т. 10, в. 2, с. 294.
- [3] Abrams L., Lind R. C. — Opt. Lett., 1978, v. 2, p. 94.
- [4] Зельдович Б. Я., Шкунов В. В. — Квант. электрон., 1979, т. 6, в. 3, с. 629.
- [5] Bloch D., Ducloy M. — J. Physique, 1982, v. 43, p. 57.
- [6] Lam J. F., Abrams R. L. — Phys. Rev. A, 1982, v. 26, p. 1539.
- [7] Agrawal G. P. — Phys. Rev. A, 1983, v. 28, p. 2283.
- [8] Bloch D., Ducloy M. — JOSA, 1983, v. 73, p. 635.
- [9] Арутюнян В. М., Акопян Д. Г. — Опт. и спектр., 1984, т. 58, в. 1, с. 9.

Поступило в Редакцию 21 февраля 1985 г.