

УДК 535.2

НЕЛИНЕЙНАЯ ОПТИКА СПЕКТРАЛЬНО РАЗЛОЖЕННЫХ ВОЛНОВЫХ ПАКЕТОВ

Мазуренко Ю. Т.

Описаны пространственные свойства поля, формирующегося при спектральном разложении когерентных оптических импульсов, длительность которых меньше обратной величины частотного разрешения спектрального прибора. Рассмотрены нелинейные взаимодействия полей спектрально разложенных световых импульсов в окрестности плоскости спектра прибора, а также нелинейные взаимодействия спектральных разложений световых импульсов с когерентными монохроматическими изображениями. Показано, что при такого рода взаимодействиях можно реализовать в динамическом режиме операции преобразования нескольких световых импульсов по типу математического преобразования свертки, а также преобразования свертки с участием временных и пространственных оптических сигналов. Кроме того, возможны динамические преобразования пространственных оптических сигналов во временные и обратно.

Достигнутые в настоящее время длительности ультракоротких оптических импульсов (менее 10^{-13} с) на несколько порядков меньше обратных величин частотного разрешения, доступного классическим спектральным приборам. Это обстоятельство создает возможности использования обычных спектральных приборов для регистрации временного профиля оптического импульса в виде спектрограммы суммы двух импульсов (спектральной голограммы) [1-5], восстановления импульса, записанного на спектральной голограмме [5], когерентной спектральной фильтрации оптических импульсов, приводящей к изменению их формы [2-5]. В настоящей работе рассмотрены нелинейно-оптические явления в поле излучения, образующегося при пространственном спектральном разложении ультракоротких импульсов. Поле спектрально разложенного оптического импульса существует в течение времени, равного обратному частотному разрешению спектрального прибора, поэтому при спектральном разложении может быть на несколько порядков увеличено время взаимодействия оптического импульса с нелинейной средой. Другая существенная особенность нелинейных взаимодействий рассматриваемого типа заключается в том, что на их основе можно осуществить принципиально новые преобразования формы оптических импульсов, в частности динамические преобразования временных оптических сигналов в пространственные (т. е. в когерентные изображения) и обратно.

Рассмотрим волновое поле спектрально разложенного оптического импульса. Пусть на вход спектрального прибора падает волновой пакет, обладающий временным профилем $F(t) = r(t) \exp(i\omega_0 t) + r^*(t) \exp(-i\omega_0 t)$, где ω — частота; ω_0 — несущая частота; $r(t)$ — комплексная огибающая, имеющая спектр $R(\Omega)$, Ω — отстройка от частоты ω_0 . Можно показать [5], что распределение поля в плоскости спектра прибора имеет вид

$$U(x, \Omega) = \text{const } R(\Omega) W(\Omega - \sigma x), \quad (1)$$

где x — пространственная координата в направлении спектрального разложения, $\sigma = d\Omega/dx$ — линейная дисперсия, $W(\Omega)$ — аппаратная функция спектрального разложения, определяемая дифракцией на апертуре спектрального прибора. Ширина функции $W(\Omega)$ равна ограниченному дифракцией частотному разрешению прибора $\Delta\Omega$. Найдем поле излучения $U(x, z, \Omega)$ на некотором расстоянии z от плоскости спектра $z=0$ при условии, что $|z| < z_0$, где z_0 — диф-

рациональная глубина резкого изображения спектра, или глубина ближней зоны дифракции. Величина z_0 определяется формулой $z_0 \approx (\Delta x)^2/\lambda = (\Delta \Omega)^2/(\sigma^2 \lambda)$, где Δx — размер дифракционного пятна на плоскости спектра. При условии $|z| < z_0$ можно не учитывать дифракционного расплывания волны, поэтому при $|z| < z_0$

$$U(x, z, \Omega) \approx \text{const } R(\Omega) W(\Omega - \sigma x) \exp(-iknz). \quad (2)$$

Здесь $k = \omega/c$ — волновое число, c — скорость света. В общем случае существуют два направления излучения относительно направления оси z . Это учитывается в (2) с помощью векторной координаты z и единичного вектора n , указывающего направление волны.

Будем считать для простоты дальнейшего рассмотрения, что длительность волнового пакета τ существенно меньше времени отклика спектрального прибора $T = 2\pi (\Delta \Omega)^{-1}$ и, кроме того, $z_0 \ll cT$. С учетом этих приближений с помощью Фурье-преобразования перейдем от спектрального представления поля (2) к временному

$$u(x, z, t) = \text{const } w(t - t_0) H(x) \exp\{i(\omega_0 + \sigma x)t - i[k_0 + (\sigma x/c)]nz\}. \quad (3)$$

Здесь $H(x) = R(\sigma x)$, $k_0 = \omega_0/c$, t_0 — центр (время появления) импульса $F(t)$, $w(t)$ — Фурье-образ $W(\Omega)$, или функция временного отклика спектрального прибора. Функция $w(t)$ имеет ширину T . В выражении (3) и далее реперной плоскостью для отсчета времени является плоскость спектра $z=0$. Волновая функция (3) отличается от неоднородной монохроматической волны тем, что ее частота и волновой вектор являются медленными функциями поперечной координаты x . Поверхности постоянной фазы несущей волны (3) $\exp\{-i[k_0 + (\sigma x/c)]nz\}$ образуют картину, напоминающую развернутый веер, поэтому волна, формирующаяся при пространственном спектральном разложении короткого импульса может быть для краткости названа веерной волной. Существование веерной волны ограничено в пространстве и времени величинами $2z_0$ и T .

Кроме веерных волн мы будем рассматривать также монохроматические волны, падающие нормально на плоскость спектра и создающие на этой плоскости некоторые амплитудные изображения $G(x)$ с дифракционной глубиной $2z_0$. Как и веерная волна, монохроматическая волна может быть ограничена во времени некоторой функцией $w(t - t_0)$, имеющей ширину T . Нетрудно видеть, что такая монохроматическая волна описывается тем же распределением (3), если принять $\sigma=0$ и придать другой смысл предэкспоненциальному множителю $H(x)$, положив $H(x) = G(x)$. Распределение поля $G(x)$ будем считать спектром пространственных частот некоторого исходного когерентного изображения $g(X)$. В этом случае [6]

$$G(x) = \int g(X) e^{ixX} dx; \quad g(X) = \frac{1}{2\pi} \int G(x) e^{-ixX} dx. \quad (4)$$

Поле $G(x)$ может быть получено из $g(X)$ обычными средствами Фурье-оптики, например с помощью линзы [6]. При таком подходе плоскость спектра временных частот сигнала $r(t)$ оказывается вместе с тем и плоскостью пространственных частот сигнала $g(X)$.

Рассмотрим нелинейные взаимодействия веерных волн между собой и с монохроматическими волнами. Суперпозиция веерных и монохроматических волн может быть получена при проектировании на одну и ту же плоскость $z=0$ спектральных разложений коротких импульсов $r(t)$ и спектров пространственных частот монохроматических изображений $g(X)$, т. е. некоторого числа волн общего вида (3). Эти волны могут отличаться своими характеристиками $H(x)$, ω_0 , t_0 , $w(t - t_0)$, n , σ , а также не учитываемой здесь поляризацией. Заметим, что величина σ может быть положительной, отрицательной и в случае монохроматических изображений равной нулю.

Считая, что глубины резкости z_0 для всех полей одинаковы, заполним область $|z| < z_0$ нелинейной средой и найдем волну, порождаемую при нелинейных взаимодействиях. Характеристики волн (3) будем обозначать индексами j ,

l , а характеристики поля нелинейной поляризации $P_{NL}(x, z, t)$ — индексом p . В каждом малом объеме нелинейной среды с характерными размерами $\Delta x, \Delta z$ нелинейное взаимодействие можно рассматривать как взаимодействие плоских монохроматических волн. Это взаимодействие продолжается в течение некоторого времени сосуществования волн вблизи плоскости $z=0$, которое обозначим T_p . Частота колебаний генерируемой нелинейной поляризации в любой из указанных областей нелинейной среды равна, как обычно, алгебраической сумме частот взаимодействующих излучений, вид которой определяется типом используемой нелинейности: $\omega_p = \sum_j \omega_j - \sum_l \omega_l$. Соответствующее этой сумме распределение полного поля нелинейной поляризации в пространстве может быть записано в виде

$$P_{NL}(x, z, t) = \chi \prod_{j,l} u_j(x, z, t) u_l^*(x, z, t), \quad (5)$$

где χ — нелинейная восприимчивость. Из сопоставления (5) с (3) нетрудно получить общий вид волны нелинейной поляризации

$$P_{NL}(x, z, t) = \chi w_p(t - t_{0p}) H_p(x) \exp[i(\omega_p + \sigma_p x)t - ik_p(x) n_p z]. \quad (6)$$

В общем случае волна нелинейной поляризации является веерной волной. Найдем характеристики (6). Очевидно $\omega_p = \sum_j \omega_{0j} - \sum_l \omega_{0l}$,

$$H_p(x) = \prod_{j,l} H_j(x) H_l^*(x), \quad \sigma_p = \sum_j \sigma_j - \sum_l \sigma_l. \quad (7)$$

Время существования нелинейной поляризации ограничивается функцией $w_p(t - t_{0p}) = \prod_{j,l} w_{j,l}(t - t_{0j,l})$. Модуль $k_p(x)$ и направление n_p волнового вектора поляризации определяются при коллинеарном сложении волновых векторов излучений, вызывающих нелинейную поляризацию с учетом их зависимости от x . Если обеспечены условия пространственного синхронизма для вновь генерируемого излучения, то $k_p(x) = k_{p0} + (\sigma_p x/v)$, $k_{p0} = \omega_{p0}/v$, где v — скорость света в среде.

В приближении слабой нелинейности и пространственного синхронизма поле вновь генерируемого излучения описывается выражением

$$u_p(x, z, t) = \text{const } w_p(t - t_{0p}) H_p(x) \exp\{i(\omega_{p0} + \sigma_p x)t - i[k_{p0} + (\sigma_p x/v)]nz\}. \quad (8)$$

Если результирующее значение дисперсии $\sigma_p \neq 0$, то поле $u_p(x, z, t)$ является веерной волной. При соблюдении дополнительных условий, которые нетрудно усмотреть, эту волну можно считать спектральным разложением некоторого волнового пакета, который имеет спектр $R_p(\Omega) = \text{const } H_p(\Omega/\sigma_p)$, поэтому с помощью спектрального прибора с дисперсией σ_p , работающего в обратном ходе лучей, генерируемое излучение можно преобразовать в новый генерируемый волновой пакет с временным профилем огибающей $r_p(t)$. Если $\sigma_p = 0$, то генерируемое излучение является монохроматической волной, несущей изображение $G_p(x) = H_p(x)$. Практически монохроматической волной можно считать генерируемое излучение, хотя и обладающее значением $\sigma_p \neq 0$, но содержащее на плоскости спектра не более одного элемента частотного разрешения.

Таким образом, нелинейное взаимодействие спектрально разложенных волновых пакетов и разложенных в спектр пространственных частот когерентных изображений приводит к генерации нового волнового пакета либо нового изображения. При этом возможны взаимные преобразования временных сигналов, преобразования пространственных сигналов во временные и временных сигналов в пространственные. Генерируемый спектр пространственных либо временных частот является произведением исходных спектров. Соответственно генерируемые временной $r_p(t)$ или пространственный $g_p(X)$ сигналы связаны с исходными сигналами $r_j(t)$, $g_j(X)$ преобразованиями типа свертки.

Наибольшими возможностями в реализации рассмотренных принципов, по-видимому, обладают четырехволновые нелинейные взаимодействия типа широко используемых для пространственных преобразований монохроматических волновых полей [7-10]. В этом случае речь идет по существу о расширении принципов самодифракции и динамической голографии монохроматических волн [7-10] на полихроматические волны, образующиеся при спектральном разложении коротких оптических импульсов. Пусть на нелинейную среду падают три излучения, каждое из которых может быть либо спектральным разложением короткого импульса, либо разложением в спектр пространственных частот монохроматического линейного изображения. Будем считать, что частота нелинейной поляризации определяется суммой $\omega_p = \omega_1 + \omega_2 - \omega_3$. Тогда, согласно (7),

$$H_p(x) \sim H_1(x) H_2(x) H_3^*(x). \quad (9)$$

Введем Фурье-образ $h_j(\xi) = \int H_j(x) \exp(ix\xi) dx$. В случае монохроматического сигнала $h_j(\xi) = g_j(-\xi)$, а в случае волнового пакета $h_j(\xi) = \text{const } r_j(\xi/\sigma_j)$. Из (9) вытекает

$$h_p(\xi) \sim h_1(\xi) \otimes h_2(\xi) * h_3(\xi), \quad (10)$$

где $\otimes$ и $*$ обозначают преобразования свертки и корреляции [6]. Любая из функций (10) может быть временным либо пространственным сигналом, поэтому в целом возникают довольно широкие возможности осуществления пространственно-временных математических операций в реальном масштабе времени. Случай только пространственных сигналов рассмотрен в [8, 10].

Учтем теперь требования пространственного синхронизма. Пусть излучения с частотами ω_1 и ω_3 направлены в одну сторону, а с частотами ω_p , ω_2 — в противоположную. Тогда из условия пространственного синхронизма получим $\omega_p = \omega_2$, $\omega_1 = \omega_3$. Считая, что несущая частота для всех волн одинакова, получим, кроме того, $\sigma_p = \sigma_2$, $\sigma_1 = \sigma_3 = \sigma$.

Рассмотрим наиболее интересные варианты.

Пусть все взаимодействующие излучения являются волновыми пакетами. Тогда $R_p(\Omega) \sim R_1(f\Omega) R_2(\Omega) R_3^*(f\Omega)$, где $f = \sigma/\sigma_p$. Если сигналы $r_2(t)$ и $r_3(t)$ обладают достаточно малой длительностью, то можно считать, что $R_2(\Omega)$, $R_3(\Omega) = \text{const}$. Тогда $R_p(\Omega) \sim R_1(f\Omega)$, $r_p(t) \sim r_1(t/f)$. Если $f > 1$, то результатами нелинейного преобразования являются расширение спектра и соответствующее сжатие временного сигнала $r_1(t)$ при сохранении его формы. При $f < 1$ сигнал растягивается. Если $\sigma_p = -\sigma$, то $f = -1$, $R_p(\Omega) \sim R_1(-\Omega)$, $r_p(t) \sim r_1(-t)$. Это означает обращение во времени амплитуды и фазы сигнала $F_1(t)$. Пусть $R_1(\Omega)$, $R_2(\Omega) = \text{const}$. Тогда $R_p(\Omega) \sim R_3^*(\Omega)$, $r_p(t) \sim r_3^*(-t)$. Это означает обращение во времени исходного сигнала $F_3(t)$.

Пусть $H_2(x)$ — изображение. Следовательно, $\sigma_p = \sigma_2 = 0$. Если $H_2(x)$, $R_3(\Omega) = \text{const}$, то результатом взаимодействия будет изображение $G_p(x) \sim R_1(\sigma x)$, которое является аналогом спектра исходного импульса. Соответственно изображение $g_p(X) \sim r(-X/\sigma)$ является аналогом временного сигнала. Таким образом, произошло преобразование временного сигнала в пространственный.

Чтобы осуществить обратное преобразование, положим $\sigma_p \neq 0$, $\sigma_1 = \sigma_3 = 0$. В этом случае $H_1(x)$ и $H_3(x)$ — изображения. Пусть $R_2(\Omega)$, $H_3(x) = \text{const}$. Тогда в результате преобразования получим $H_p(x) = R_p(\sigma_p x) \sim G_1(x)$, т. е. временной сигнал, спектр которого есть аналог изображения $G_1(x)$. Соответственно $r_p(t) \sim g_1(-\sigma_p t)$ — временной сигнал-аналог исходного изображения.

Отметим возможность применения рассмотренных пространственно-временных преобразований для сверхширокополосной модуляции и демодуляции света. Преобразование изображения во временной сигнал можно рассматривать как модуляцию, а обратное преобразование — как демодуляцию. Если сигналом, подлежащим модуляции, является последовательность ультракоротких импульсов, то при модуляции может быть охвачена полоса частот с шириной

порядка обратной длительности импульсов. Быстродействие же модулирующего устройства определяется требованием изменять изображение с частотой повторения импульсов, причем в оптимальном случае частота повторения импульсов равна частотному разрешению спектрального разложения. Таким образом происходит мультипликация полосы частот модуляции в T/τ раз. Обратная ситуация возникает при демодуляции. Разумеется, получаемый выигрыш должен быть обеспечен числом независимо модулируемых элементов изображения, равным T/τ .

Литература

- [1] Малышев В. И., Масалов А. В., Сычев А. А. — ЖЭТФ, 1970, т. 59, в. 7, с. 48—53.
- [2] Froehly Cl., Lacourt A., Viénot J. Ch. — Nouv. Rev. Optique, 1973, t. 4, N 4, p. 183—196.
- [3] Froehly Cl. — J. Opt., 1981, t. 12, N 1, p. 25—34.
- [4] Froehly C., Colombean B., Vampronille M. Progress in Optics/Ed. by E. Wolt. North Holland, Amsterdam—N. Y.—Oxford, 1983, v. 20, p. 63—153.
- [5] Мазуренко Ю. Т. — Опт. и спектр., 1984, т. 57, в. 1, с. 8—11.
- [6] Сороко Л. М. Основы голографии и когерентной оптики. М., 1971.
- [7] Yariv A. — IEEE J. Quant. Electron., 1978, v. QE-14, N 9, p. 650—660.
- [8] Pepper D. M., Yeung J. Au., Fekete D., Yariv A. — Opt. Lett., 1978, v. 3, N 1, p. 7—9.
- [9] Винецкий В. А., Кухтарев Н. В., Одудов С. Г., Соскин М. С. — УФН, 1979, т. 129, в. 1, с. 113—138.
- [10] Одудов С. Г., Соскин М. С. — ДАН СССР, 1980, т. 252, № 2, с. 336—339.

Поступило в Редакцию 25 сентября 1984 г.