

ОБ ОПТИМАЛЬНОЙ ФОРМЕ ФОТОПРИЕМНИКА

Белов М. Л., Орлов В. М.

Известно, что пространственные флуктуации оптического излучения в плоскости изображения могут существенно влиять на работу оптико-электронных приборов (см., например, [1]), вызывая, в частности, флуктуации мощности регистрируемой прибором. Применение кольцевой апертуры позволяет уменьшить уровень флуктуаций принимаемой мощности [2, 3].

В данной статье исследуется форма фотоприемника, обеспечивающая минимальное значение дисперсии флуктуаций мощности, вызванных случайным пространственным распределением интенсивности оптического излучения в плоскости изображения оптико-электронного прибора.

Обозначим через $B(\mathbf{R}, \mathbf{R}')$ и $I(\mathbf{R})$ функцию корреляции флуктуаций интенсивности и средний профиль интенсивности оптического излучения в плоскости изображения оптико-электронного прибора.

Тогда дисперсия флуктуаций мощности и среднее значение мощности, регистрируемой прибором, равны

$$\sigma^2 = \iint B(\mathbf{R}, \mathbf{R}') f(\mathbf{R}) f(\mathbf{R}') d^2R d^2R', \quad (1)$$

$$P = \iint I(\mathbf{R}) f(\mathbf{R}) d^2R, \quad (2)$$

где $f(\mathbf{R})$ — функция чувствительности фотоприемника.

Задачу о форме фотоприемника, обеспечивающей минимальное значение дисперсии флуктуаций регистрируемой мощности, можно сформулировать как задачу о минимуме функционала (1) при условии (2), или как задачу о безусловном экстремуме функционала [4]

$$I = \iint [B(\mathbf{R}, \mathbf{R}') f(\mathbf{R}) f(\mathbf{R}') + \lambda I(\mathbf{R}) I(\mathbf{R}') f(\mathbf{R}) f(\mathbf{R}')] d^2R d^2R', \quad (3)$$

где λ — множитель Лагранжа.

Будем искать $f(\mathbf{R})$ среди функций вида

$$f(\mathbf{R}) = \begin{cases} 1, & \mathbf{R} \in \Omega_\phi, \\ 0, & \mathbf{R} \notin \Omega_\phi, \end{cases} \quad (4)$$

где Ω_ϕ — область чувствительности фотоприемника.

Представим функции $I(\mathbf{R})$ и $B(\mathbf{R}, \mathbf{R}')$ в следующем виде:

$$I(\mathbf{R}) = I_0 \Gamma(\mathbf{R}), \quad B(\mathbf{R}, \mathbf{R}') = B_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}') \Gamma(\mathbf{R}) \Gamma(\mathbf{R}'), \quad (5)$$

где

$$\Gamma(\mathbf{R}) = \begin{cases} 1, & \text{внутри пятна излучения (в плоскости изображения),} \\ 0, & \text{вне пятна излучения.} \end{cases}$$

Используя основную формулу для вариации функционала (зависящего от многих переменных и многих функций) в случае переменной области интегрирования [4], запишем выражение для вариации функционала (3)

$$\delta I = \int_G \sum_{k=1}^4 \frac{\partial}{\partial x_k} (F \delta x_k) d^2R d^2R', \quad (6)$$

где

$$F = B_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}') \Gamma(\mathbf{R}) \Gamma(\mathbf{R}') f(\mathbf{R}) f(\mathbf{R}') + \lambda I_0^2 \Gamma(\mathbf{R}) \Gamma(\mathbf{R}') f(\mathbf{R}) f(\mathbf{R}'), \quad R_x = x_1, \quad R_y = x_2,$$

$$R'_x = x_3, \quad R'_y = x_4, \quad \delta x_k = \sum_{\alpha=1}^p \varepsilon_{\alpha} \varphi_k^{(\alpha)} [x_1 \dots x_4; f(x_1, x_2), f(x_3, x_4)],$$

$\{\varepsilon_1 \dots \varepsilon_p\}$ описывают совокупность преобразований, характеризующих изменение переменной области интегрирования, т. е. преобразований, переводящих x_k в x_k^* ,

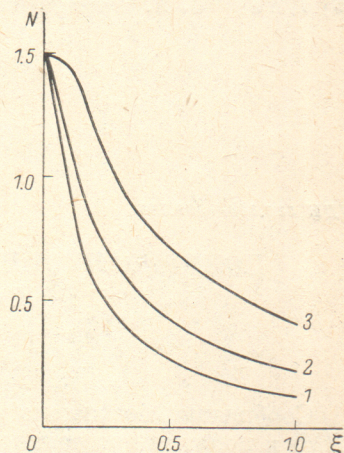
$$x_k^* \sim x_k + \sum_{\alpha=1}^p \varepsilon_{\alpha} \varphi_k^{(\alpha)} [x_1 \dots x_4; f(x_1, x_2), f(x_3, x_4)].$$

Из физических соображений ясно [2, 3], что апертура, оптимальная в смысле минимизации дисперсии флуктуаций регистрируемой мощности, должна обеспечивать максимальный разнос точек фотоприемника, поэтому внешняя граница апертуры должна совпадать с границей пятна излучения или окружать пятно излучения (это можно показать и строго). Варьируя далее в (6) лишь внутреннюю границу апертуры фотоприемника, применяя формулу Грина—Остроградского [5] и используя общее необходимое условие экстремума функционала ($\delta I=0$), из (6) имеем

$$\int_g d^2 R B_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}') |_{R' \in S_g} + \lambda I_0^2 S = 0, \quad (7)$$

где g — область, лежащая между границей пятна излучения S_Γ (границей области $\Gamma(\mathbf{R})$) и внутренней границей оптимальной апертуры фотоприемника S_g ; S — площадь области g .

Соотношение (7) показывает, что внутренняя граница оптимальной апертуры (S_g) определяется формой пятна излучения и функцией корреляции



Зависимость величины N от $\xi = a/R$ для оптимальной (1), кольцевой (2) и круговой (3) форм фотоприемника.

флуктуаций интенсивности оптического излучения в плоскости изображения. Таким образом, в общем случае фотоприемник, обеспечивающий минимальное значение дисперсии флуктуаций регистрируемой мощности, должен адаптироваться к форме пятна и корреляционным свойствам излучения в плоскости изображения.

В двух предельных случаях, когда функция $B_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}')$ равна δ -функции или постоянной величине (или их линейной комбинации), соотношение (7) вырождается и оптимальной формы не существует. Это согласуется с физическим смыслом, так как при δ -коррелированном или полностью коррелированном излучении форма апертуры не влияет на флуктуации регистрируемой мощности.

Соотношение (7) допускает решение как в численном, так и в аналитическом виде. Например, для случая круглого (радиусом R) пятна излучения и функции $B_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}')$ вида

$$B_0(\mathbf{R}, \mathbf{R}') = B_0 \delta(R_x - R'_x) \exp \left\{ -\frac{(R_y - R'_y)^2}{a^2} \right\}$$

приближенное ($a \ll R$) решение (7) приводит к следующему виду для внутренней границы оптимальной апертуры:

$$\frac{R_y^2}{\lambda} + R_x^2 = R,$$

где параметр λ находится из изопериметрического условия (2).

На рисунке приведены зависимости величины $N = \sqrt{\pi} \sigma^2 / B_0 a S$ от $\xi = a/R$ (σ^2 — дисперсия флуктуаций мощности, регистрируемой оптико-электронным прибором, S — площадь фотоприемника) для оптимальной, кольцевой и круговой форм фотоприемника. Расчеты проводились для $S/\pi R^2 = 0.1$.

Как видно из рисунка, оптимальная форма фотоприемника позволяет заметно снизить дисперсию флуктуаций мощности, вызванных случайным про-

странственным распределением интенсивности оптического излучения в плоскости изображения оптико-электронного прибора.

Заметим, что в силу взаимности изопериметрических задач [4] полученные соотношения и выводы справедливы для задачи о максимизации среднего значения принимаемой мощности при постоянном уровне ее дисперсии флуктуаций.

Литература

- [1] Орлов В. М., Самохвалов И. В., Матвиенко Г. Г. Элементы теории светорассеяния и оптическая локация. Новосибирск, 1982. 224 с.
- [2] Белов М. Л., Орлов В. М. — *Опт. и спектр.*, 1980, т. 48, в. 1, с. 134.
- [3] Миронов В. Л., Пхалагов Ю. А. — *Изв. вузов. Сер. физ.*, 1972, в. 1, с. 145.
- [4] Гельфанд И. М., Фомин С. В. Вариационное исчисление. М., 1961, с. 228.
- [5] Цлаф Л. Я. Вариационное исчисление и интегральные уравнения. М., 1970, с. 191.

Поступило в Редакцию 21 марта 1985 г.

УДК 539.184+539.194

Опт. и спектр., т. 60, в. 2, 1985

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ МОМЕНТЫ В СЛУЧАЕ СОСТОЯНИЯ С БОЛЬШИМ УГЛОВЫМ МОМЕНТОМ

Аузиньш М. П.

Сообщение посвящено наглядной трактовке поляризационных моментов (ПМ) и понятия когерентности для случая классического ансамбля частиц, который может быть описан при помощи плотности вероятности (ПВ).

Для описания взаимодействия света с атомами и молекулами часто используются коэффициенты разложения квантовой матрицы плотности по неприводимым тензорным операторам, т. е. ПМ [1, 2]. Однако в случае, когда во взаимодействие вовлечены переходы с большим угловым моментом и взаимодействие нелинейно по световому полю, не всегда удается уравнения движения ПМ решить до конца.

Как показывает опыт [3, 4], эти трудности в определенной мере могут быть преодолены, применяя асимптотические уравнения движения ПМ для больших значений углового момента J [5]. С другой стороны, такой ансамбль частиц может быть описан при помощи классического аналога матрицы плотности — плотности вероятности $\rho(\theta, \varphi, t)$. Физический смысл величины $|\rho(\theta, \varphi, t)| \times \sin \theta d\theta d\varphi$ есть вероятность того, что в момент t вектор углового момента \mathbf{J} расположен в интервале углов $\theta, \theta+d\theta$; $\varphi, \varphi+d\varphi$. Не удивительно, что, определенным образом раскладывая $\rho(\theta, \varphi, t)$ по сферическим функциям $Y_{KQ}(\theta, \varphi)$ [6], которые являются частным примером компонент неприводимых тензоров, мы получаем уравнения движения коэффициентов разложения [7], совпадающие с соответствующими асимптотическими уравнениями для ПМ. Разложение

$$\rho(\theta, \varphi, t) = (4\pi)^{1/2} \sum_{K=0}^{\infty} (2K+1)^{1/2} \sum_{Q=-K}^K \rho_Q^K(t) Y_{KQ}^*(\theta, \varphi)$$

проведено таким образом, что коэффициенты ρ_Q^K и сферические функции Y_{KQ} оказываются ковариантными. Тогда значение ρ_Q^K пропорционально среднему значению $\langle Y_{KQ} \rangle$ в рассматриваемом состоянии. Сказанное позволяет рассматривать ρ_Q^K как классический аналог ПМ.

Известно, что ПМ ранга $K=0$ характеризует заселенность состояния и по сути является нормировочным множителем для остальных ПМ. В классическом пределе ПМ с рангом $K \neq 0$ описывают перераспределение вероятности обнаружения углового момента по направлениям в пространстве. Так как функция