

УДК 535.42

ОСОБЕННОСТИ ДИФРАКЦИИ ПРИ КОСОМ ПАДЕНИИ СВЕТА НА ТРАНСПАРАНТ

Кособурд Т. П., Степанов Н. С.

Проводится анализ закономерностей формирования дифракционных картин в свободном пространстве за плоским транспарантом при косом освещении параллельным пучком когерентного света. Рассматриваются особенности методик дешифровки визуализированных в свободном пространстве или в интерферометре фазовых рельефов по сравнению со случаем нормального освещения.

Косое освещение объектов зачастую является необходимым средством диагностики. К нему приходится прибегать при изучении непрозрачных поверхностей в отраженном свете, измерении параметров плоских течений [1,2] и т. п. Теоретические исследования особенностей дифракции в этом случае до сих пор велись в основном в зоне Фраунгофера [3,4]. Их анализ в других зонах проводился только с точки зрения аберраций волнового фронта [5].

Данная работа посвящена изучению закономерностей формирования дифракционных картин в свободном пространстве за наклонно освещенным плоским транспарантом. Появляющиеся при этом особенности существенно не только в теоретическом плане, но и в практическом — в задачах диагностики (например, расшифровке интерферограмм, визуализированных в свободном пространстве периодических рельефов [6], а также изображений фазовых структур, полученных методом дефокусировки [7]).

Пусть плоская волна с волновым вектором \mathbf{k} падает на транспарант под углом α . Введем декартову систему координат x, y, z , где z перпендикулярна плоскости транспаранта, а x и y — лежат в ней (см. рисунок). При этом ось y параллельна линии пересечения плоскостей падения и транспаранта. Будем считать заданной функцию прозрачности транспаранта $\tau(x, y)$.

Аналогично случаю нормального освещения [8] точное выражение для поля $E_\alpha(x, y, z)$ в плоскости с координатой z , параллельной транспаранту, можно представить в виде

$$E_\alpha(x, y, z) = \iint dU_x dU_y \exp[i(U_x x + U_y y)] g_\alpha(U_x, U_y) \exp(iz\sqrt{k^2 - U_x^2 - U_y^2}), \quad (1)$$

где $g_\alpha(U_x, U_y)$ — пространственный спектр поля за транспарантом

$$g_\alpha(U_x, U_y) = \iint \tau(x, y) \exp[-i(U_x x + U_y y + ky \sin \alpha)] dx dy. \quad (2)$$

В соответствии со свойствами преобразования Фурье можно записать, что

$$g_\alpha(U_x, U_y) = g_0(U_x, U_y + k \sin \alpha), \quad (3)$$

где $g_0(U_x, U_y) = \iint dx dy \tau(x, y) \exp(-iU_x x - iU_y y)$ — пространственный спектр поля за транспарантом при $\alpha = 0$.

Подставив (3) в (1) и введя замену переменных

$$V = k \sin \alpha + U_y,$$

получим выражение для $E_\alpha(x, y, z)$ в следующем виде:

$$E_\alpha(x, y, z) = \iint dU_x dV \exp[iU_x x + i(V - k \sin \alpha) y] \times \\ \times g_0(U_x, V) \exp[iz \sqrt{k^2 - U_x^2 - (V - k \sin \alpha)^2}]. \quad (4)$$

При нормальном падении ($\alpha \rightarrow 0$) из (4) следует известное [8] выражение

$$E_0(x, y, z) = \iint dU_x dU_y \exp[i(U_x x + U_y y)] g_0(U_x, U_y) \exp(iz \sqrt{k^2 - U_x^2 - U_y^2}). \quad (5)$$

Существенное отличие (4) от (5) состоит в том, что в (4) координаты U_x и V входят несимметрично, следовательно, асимметричной будет и зависимость поля от координат x и y . В частности, для «прямоугольных» структур $\tau(x, y)$ поле $E_\alpha(x, y, z)$ той же симметрией не обладает. Для френгоферовой области эти вопросы были исследованы, например, в [3, 4]; отметим, в частности, что в случае дифракционной решетки максимумы располагаются не на прямых, а на кривых конических сечений [3].

Для выяснения качественных особенностей косоуго падения рассмотрим поле $E_\alpha(x, y, z)$ в разных дифракционных зонах для сигналов с узким пространственным спектром ($U_x, V \ll k$), когда будет выполняться неравенство $U_x, V \ll k \cos \alpha$.

Обычно при исследовании полей, формируемых на разных расстояниях от объекта в случае $\alpha=0$, пользуются разными приближениями частотной характеристики свободного пространства (см., например, [8]), разлагая в ряд радикал под знаком экспоненты в (5). Это же естественно делать и при $\alpha \neq 0$, однако здесь имеют место некоторые существенные особенности. Так, в случае нормального падения в ряде будут отличны от нуля только члены четного порядка по U_x, U_y . При этом области геометрической оптики будет соответствовать приближение, при котором в разложении радикала можно пренебречь всеми членами, кроме нулевого [8]

$$z(U_x^2 + U_y^2)/2k \ll \pi. \quad (6)$$

В зоне Френеля добавятся еще и члены второго порядка, а остальные можно отбросить на следующих расстояниях z [8]:

$$z(U_x^2 + U_y^2)^2/8k^3 \ll \pi. \quad (7)$$

При косом падении света в отличие от нормального в степенном ряде радикала [см. (4)] появятся еще и члены нечетного порядка

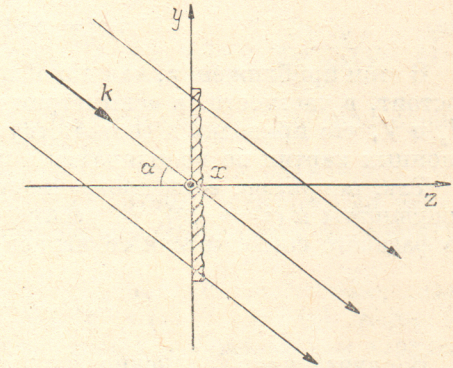
$$\sqrt{k^2 - U_x^2 - (V - k \sin \alpha)^2} = k \cos \alpha + V \operatorname{tg} \alpha - \frac{U_x^2}{2k \cos \alpha} - \frac{V^2}{2k \cos^3 \alpha} + \frac{U_x^2 V \operatorname{tg} \alpha}{2k^2 \cos^2 \alpha} + \\ + \frac{V^3 \operatorname{tg} \alpha}{2k^2 \cos^4 \alpha} - \frac{(U_x^2 + V^2)[U_x^2 + V^2(1 + 3 \operatorname{tg}^2 \alpha)] + 5V^4 \operatorname{tg}^4 \alpha}{8k^3 \cos^3 \alpha} + \dots \quad (8)$$

В результате при косом освещении изменится разбиение на дифракционные зоны, а также появятся новые области дифракции со своими характерными особенностями.

Так, область геометрической оптики будет теперь определяться неравенством

$$z \left(U_x^2 + \frac{V^2}{\cos^2 \alpha} \right) / 2k \cos \alpha \ll \pi. \quad (9)$$

Что касается области Френеля, то она соответствует условиям, при которых в разложении радикала (8) можно отбросить члены не только четвертого порядка, но и третьего, т. е. при выполнении двух неравенств



$$\frac{z \left((U_x^2 + V^2) [U_x^2 + V^2 (1 + 3 \operatorname{tg}^2 \alpha)] + 5V^4 \operatorname{tg}^4 \alpha \right)}{8k^3 \cos^3 \alpha} \ll \pi,$$

$$\frac{z \operatorname{tg} \alpha \left(U_x^2 V + \frac{V^3}{\cos^2 \alpha} \right)}{2k^2 \cos^2 \alpha} \ll \pi.$$

Условие (10) при $\alpha \rightarrow 0$ переходит в известное (7). Дополнительное соотношение (11) появляется только при $\alpha \neq 0$ и существенно при не малых α .

При выполнении соотношений (10), (11) вместо точного выражения для поля $E_\alpha(x, y, z)$ можно записать

$$E_\alpha(x, y, z) = A(y, z) \iint dU_x dU_y \exp[iU_x x + i(V - z \operatorname{tg} \alpha)y] \times \\ \times g_0(U_x, V) \exp\left[-i\left(\frac{U_x^2 z}{2k \cos \alpha} + \frac{V^2 z}{2k \cos^3 \alpha}\right)\right],$$

где

$$A(y, z) = \exp[-ik(y \sin \alpha - z \cos \alpha)].$$

В этом приближении, как и в общем случае, отличие от нормального падения состоит, в частности, в асимметрии частотной характеристики по координатам U_x и V , что приводит к соответствующей асимметрии в формировании дифракционных картин по координатам x и y .

Так, например, если прозрачность транспаранта является функцией только координаты x ($\tau = \tau(x)$), то распределение поля на расстоянии z с точностью до фазового сомножителя совпадает с полем при $\alpha = 0$ на расстоянии $z/\cos \alpha$.

$$E_\alpha(x, z) = E_0\left(x, \frac{z}{\cos \alpha}\right).$$

В случае $\tau = \tau(y)$ можно записать, что

$$E_\alpha(y, z) = E_0\left(y, \frac{z}{\cos^3 \alpha}\right).$$

Из (12) и (13) видно, что при $\alpha \neq 0$ расстояния от транспаранта до плоскости с аналогичным распределением поля сокращаются по сравнению с нормальным освещением в $\cos \alpha$ раз, если $\tau = \tau(x)$, и в $\cos^3 \alpha$ раз, если $\tau = \tau(y)$.

В частности, для транспаранта с периодической τ соответственно меняются расстояния между плоскостями саморепродукции, мультипликации, визуализации и др. Так, двумерная периодическая структура с периодами Λ_x, Λ_y по x и y будет саморепродуцироваться только при выполнении условия

$$\frac{\Lambda_y^2}{\Lambda_x^2} \cos^2 \alpha = m,$$

где m — целое.

Из соотношений (12), (13) следуют особенности методики расшифровки интерферограмм в четырехзеркальных интерферометрах, а также визуализированных в свободном пространстве периодических рельефов (см. [6] для $\alpha = 0$), если зондирующий свет падает наклонно.

Регистрацию картин нужно вести в плоскости, параллельной транспаранту. Их дешифровку можно проводить так же, как и в случае нормального падения света, но при этом необходимо или изменять расстояния до плоскостей регистрации в $\cos \alpha$ раз, если $\tau = \tau(x)$, и в $\cos^3 \alpha$ раз для $\tau = \tau(y)$, или учитывать, что дифракционные картины при наклоне светового пучка соответствуют дифракционным картинкам для $\alpha = 0$, расположенным на больших расстояниях от транспаранта. Методика дешифровки при введении в оптическую схему линзы будет рассмотрена в следующей работе.

Как уже указывалось, при косом освещении для достаточно больших α возникают новые дифракционные зоны, появление которых формально связано с наличием нечетных степеней в разложении радикала (8). Так, при наблюдении на таких расстояниях z , на которых нарушено условие (11), но еще выполняется неравенство (10) (что возможно при достаточно больших α), в записи частотной характеристики необходимо учитывать еще и член третьего порядка. В этой новой дифракционной зоне, отсутствующей при нормальном падении

света, появятся специфические свойства. Если, например, в области дифракции Френеля для транспаранта с двумерной функцией прозрачности в виде

$$\tau = \tau(x, y) = \tau(x) \tau(y)$$

поле также представимо произведением функций от x и y

$$E_{\alpha}(x, y, z) = E_{\alpha}(x, z) E_{\alpha}(y, z),$$

то в новой зоне такого разделения переменных не происходит. Здесь структура функции прозрачности по координате x влияет на зависимость поля E_{α} от y и наоборот.

Чтобы представить нагляднее характер этого взаимодействия, запишем поле (4) в новой зоне в случае разделения переменных в плоскости транспаранта $\tau = \tau(x) \tau(y)$ в виде

$$E_{\alpha}(x, y, z) = A(y, z) \int dU_x \exp \left[i \left(U_x - \frac{U_x^2 z}{2k \cos \alpha} \right) \right] g_0(U_x) E_{\alpha} \left(y + \frac{U_x^2 z \operatorname{tg} \alpha}{2k^2 \cos^2 \alpha}, z \right).$$

Из этого выражения видно, что возникающие искажения особенно существенны в высокочастотной части спектра сигнала.

Из-за сложности структуры поля в этой зоне в общем случае трудно дать рекомендации по методике расшифровки такой картины, поэтому при диагностике объектов нужно стремиться к одновременному выполнению условий (10), (11), чтобы не выйти из зоны Френеля.

В частном случае одномерных транспарантов появляется дополнительное различие между распределениями полей для $\tau = \tau(x)$ и $\tau = \tau(y)$. Если при $\tau = \tau(x)$ поле $E_{\alpha}(x, z)$ и в этой зоне определяется преобразованием Френеля, то для $\tau = \tau(y)$ это не так. В качестве примера рассмотрим периодическую зависимость $\tau = \tau(y)$. Исходя из (4), для нее можно показать, что преобразование Френеля будет только в плоскостях

$$z_p = \frac{4k^2 \cos^4 \alpha}{K^3 \operatorname{tg} \alpha} p,$$

где p — целое, а на расстояниях

$$z_{p, n} = \frac{4k^2 \cos^4 \alpha}{K^3 \operatorname{tg} \alpha} \left(p + \frac{1}{n} \right),$$

где p, n — целые, будет происходить мультипликация полей, определяемых преобразованием Френеля.

Особенности дифракции при косом падении не исчерпываются приведенными в статье результатами и требуют дальнейшего изучения.

В заключение еще раз отметим основные из выявленных закономерностей: 1. При косом падении появляется асимметрия в зависимости частотной характеристики от ортогональных пространственных координат, что приводит к асимметрии поля по координатам x и y . 2. При $\alpha \neq 0$ будет другое разбиение пространства на дифракционные зоны по сравнению со случаем $\alpha = 0$. Так, например, область дифракции Френеля сформируется на расстояниях, удовлетворяющих одновременно соотношениям (10) и (11). В этом случае распределение поля по координате x в плоскости, удаленной от транспаранта на z , будет совпадать с полем для $\alpha = 0$ на расстоянии $z/\cos \alpha$, а по координате y — на расстоянии $z/\cos^3 \alpha$. Отсюда очевидна методика расшифровки интерферограмм и визуализированных в свободном пространстве изображений фазовых объектов. 3. При не слишком малых углах падения света, когда нарушается условие (11) [при сохранении (10)] появляется новая дифракционная зона. Принципиально новой особенностью этой зоны по сравнению с дифракцией Френеля является влияние зависимости прозрачности от одной из координат на распределение поля по другой координате (в двумерном случае). Традиционные методы дешифровки в этой дифракционной зоне не применимы.

Литература

- [1] Комиссарук В. А., Менде Н. П. — ЖТФ, 1981, № 8, с. 1742—1745.
- [2] Арсенин В. Я., Бурцева Ю. Г., Сухоруких В. С., Харитонов А. И., Шаров Ю. Л. Доклад на семинаре «Физические методы исследования прозрачных неоднородностей». Москва, июль 1985.
- [3] Cash W. — Appl. Opt., 1982, v. 21, N 4, p. 711—714.
- [4] Зверев В. А., Кособурд Т. П., Степанов Н. С. — ДАН СССР, 1982, т. 267, № 3, с. 604—606.
- [5] Simon J. M., Mirta A. Gil. — Appl. Opt., 1984, v. 23, N 3, p. 1075—1078.
- [6] Боровицкая Н. М., Зулъкарнаева Е. Ю., Кособурд Т. П. — В кн.: Экспериментальная радиооптика / Под ред. В. А. Зверева, Н. С. Степанова. М., 1978, с. 83—98.
- [7] Васильев Л. А. Теневые методы. М., 1968. 400 с.
- [8] Зверев В. А. Радиооптика. М., 1975. 304 с.

Поступило в Редакцию 7 августа 1985 г.
