УДК 539.12

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ БЕССПИНОВОЙ ЧАСТИЦЫ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ С УЧЕТОМ ДИПОЛЬНЫХ ПОЛЯРИЗУЕМОСТЕЙ

В.В. Андреев, Н.В. Максименко, О.М. Дерюжкова

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины

SPEENLESS PARTICLE MOTION EQUATIONS IN THE ELECTROMAGNETIC FIELD CONSIDERING DIPOLE POLARIZABILITY

V.V. Andreev, N.V. Maksimenko, O.M. Deryuzhkova

F. Scorina Gomel State University

С помощью релятивистских уравнений Лагранжа – Эйлера получены уравнения движения заряженной структурной частицы спина 0 в электромагнитном поле. Лагранжиан взаимодействия электромагнитного поля со структурной бесспиновой частицей содержит дипольные поляризуемости, которые согласуются с поляризуемостями, входящими в амплитуду комптоновского рассеяния на бесспиновой частице. Данный лагранжиан и амплитуда получены опираясь на калибровочно-инвариантный подход и решения электродинамических уравнений методом функции Грина.

Ключевые слова: *заряженная структурная бесспиновая частица, дипольные поляризуемости, лагранжиан, амплитуда комптоновского рассеяния.*

Using the relativistic Lagrange – Euler equations, the equations of motion for a charged structural particle of a spin 0 in the electromagnetic field are obtained. The Lagrangian of the electromagnetic field interaction with a structural spinless particle contains dipole polarizabilities that are consistent with polarizabilities which are included in the amplitude of Compton scattering on a spinless particle. This Lagrangian and the amplitude are obtained based on the gauge-invariant approach and on the solution of electrodynamic equations using the Green function method.

Keywords: *charged structural spinless particle, dipole polarizabilities, Lagrangian, amplitude of Compton scattering.*

Введение

Интерпретация экспериментальных данных о поляризуемостях структурных частиц, которые можно извлечь из различных электродинамических процессов, проводится только на основе последовательного ковариантного определения вклада поляризуемостей в амплитуды и сечения этих процессов. С целью изучения механизмов электромагнитных взаимодействий адронов, а также для всестороннего анализа их свойств и характеристик, проявляющихся при данных взаимодействиях, активно используются эффективные лагранжианы взаимодействия, полученные в рамках теоретико-полевых подходов и согласующиеся с низкоэнергетическими теоремами [1], [2]. При этом важно правильно интерпретировать физический смысл констант, возникающих при разложении амплитуды комптоновского рассеяния по энергии фотонов. Эффективный лагранжиан взаимодействия электромагнитного поля со структурной бесспиновой частицей, содержащий дипольные поляризуемости, которые соответствуют поляризуемостям, входящим в амплитуду комптоновского рассеяния, позволяет получить уравнения движения заряженной частицы в электромагнитном поле с учетом этих поляризуемостей.

1 Уравнения движения структурной заряженной бесспиновой частицы в электромагнитном поле

Чтобы получить уравнения движения заряженной структурной частицы спина 0 в электромагнитном поле используем релятивистские уравнения Лагранжа – Эйлера. При этом лагранжиан будет содержать электрическую α и магнитную β поляризуемости структурной частицы. Чтобы согласовать поляризуемости α и β с поляризуемостями, которые входят в амплитуду комптоновского рассеяния на бесспиновой частице, выполним вычисления этой амплитуды. На основании принципа соответствия с релятивистской классической электродинамикой, определим лагранжиан взаимодействия электромагнитного поля со структурной бесспиновой частицей с учетом дипольных поляризуемостей следующим образом [3]:

$$L=-\frac{1}{4}F^2+\partial_\mu\varphi^*\partial^\mu\varphi-m^2(\varphi^*\varphi)+L_I^{(e)}+L_I^{(\alpha)}, \quad (1.1)$$

где $F^2=F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$, $F_{\mu\nu}$ – тензор электромагнитного поля $F_{\mu\nu}=\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu$, A_μ – векторный потенциал электромагнитного поля, $\mu=0,1,2,3$, ∂_μ – 4-мерная производная, $\varphi=\varphi(x)$ – волновая функция бесспиновой частицы, $\varphi^*=\varphi^*(x)$ –

комплексно сопряженная волновая функция, m – масса структурной бесспиновой частицы. В уравнении (1.1) члены, отвечающие за вклады от взаимодействия заряда бесспиновой частицы с электромагнитным полем $L_I^{(e)}$ и вклады от учета дипольных поляризуемостей, связанных с электрическими и магнитными дипольными моментами адронов $L_I^{(\alpha)}$, определены следующим образом [4]: $L_I^{(e)} = j_\mu A^\mu + e^2 A^2(\varphi^*\varphi)$, где j_μ – сохраняющийся ток, $j_\mu A^\mu = -ieA_\mu \varphi^* \partial^\mu \varphi + ieA^\mu \partial_\mu \varphi^* \varphi$, e – элементарный заряд;

$$L_I^{(\alpha)} = \frac{2\pi}{m}\left[\partial_\mu \varphi^* \partial^\nu \varphi + \partial^\nu \varphi^* \partial_\mu \varphi\right] \times \left[(\alpha+\beta)F^{\rho\mu}F_{\rho\nu} - \frac{\beta}{2}\delta_\nu^\mu F^2\right]. \tag{1.2}$$

В этом уравнении α и β – электрическая и магнитная поляризуемости структурной бесспиновой частицы, δ_ν^ρ – дельта-символ Кронекера. Тогда полный лагранжиан имеет вид:

$$L = -\frac{1}{4}F^2 + \partial_\mu \varphi^* \partial^\mu \varphi - m^2(\varphi^*\varphi) - ieA_\mu \varphi^* \partial^\mu \varphi + ieA^\mu \partial_\mu \varphi^* \varphi + e^2 A^2(\varphi^*\varphi) + \frac{2\pi}{m}\left[\partial_\mu \varphi^* \partial^\nu \varphi + \partial^\nu \varphi^* \partial_\mu \varphi\right] \times \left[(\alpha+\beta)F^{\rho\mu}F_{\rho\nu} - \frac{\beta}{2}\delta_\nu^\mu F^2\right]. \tag{1.3}$$

Используя выражение для лагранжиана (1.3), получим уравнения движения структурной заряженной бесспиновой частицы в электромагнитном поле. Запишем релятивистские уравнения Лагранжа – Эйлера для волновой функции φ бесспиновой частицы, комплексно сопряженной волновой функции φ^* и векторного потенциала электромагнитного поля A_μ :

$$\partial_\mu\left(\frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \varphi)}\right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi} = 0, \quad \partial_\mu\left(\frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu \varphi^*)}\right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi^*} = 0,$$

$$\partial_\mu\left(\frac{\partial L}{\partial(\partial_\mu A_\nu)}\right) - \frac{\partial L}{\partial A_\nu} = 0.$$

Вычисляя частные производные ∂_μ от лагранжиана (1.3) по φ, φ^* и A_μ получим три уравнения движения в виде:

$$\partial_\mu \partial^\mu \varphi + m^2\varphi + ie\partial_\mu A^\mu \varphi + ieA_\mu \partial^\mu \varphi - e^2 A^2 \varphi + 2\partial_\mu K_\nu^\mu \partial^\nu \varphi = 0, \tag{1.4}$$

$$\partial_\mu \partial^\mu \varphi^* + m^2\varphi^* - ie\partial_\mu A^\mu \varphi^* - ieA^\mu \partial_\mu \varphi^* - e^2 A^2 \varphi^* + 2\partial_\mu K_\nu^\mu \partial^\nu \varphi^* = 0, \tag{1.5}$$

где в уравнениях (1.4) и (1.5) использовано обозначение:

$$K_\nu^\mu = \frac{2\pi}{m}\left\{(\alpha+\beta)F^{\rho\mu}F_{\rho\nu} - \frac{\beta}{2}\delta_\nu^\mu F^2\right\},$$

$$-\partial_\mu F^{\mu\nu} + ie\varphi^* \partial^\nu \varphi - ie\partial^\nu \varphi^* \varphi - 2e^2 A^\nu \varphi^* \varphi + \partial_\mu G^{\mu\nu} = 0. \tag{1.6}$$

В уравнении (1.6) введено обозначение в слагаемом, отвечающее за учет дипольных поляризуемостей:

$$G^{\mu\nu} = \frac{2\pi}{m}\left\{(\alpha+\beta)\left(\theta^{\nu\rho}F_\rho^\mu - \theta^{\mu\rho}F_\rho^\nu + \theta_\sigma^\nu F^{\mu\sigma} - \theta_\sigma^\mu F^{\sigma\nu}\right) - \frac{\beta}{2}4\theta_\sigma^\sigma F^{\mu\nu}\right\}.$$

Уравнения (1.4)–(1.6) можно представить в виде, удобном для интерпретации, а именно:

$$\Box\varphi + m^2\varphi = -\partial_\mu \pi_I^\mu(\varphi) - ieA_\mu \partial^\mu \varphi + e^2 A^2 \varphi, \tag{1.7}$$

где $\pi_I^\mu(\varphi) = ieA^\mu \varphi + \frac{4\pi}{m}K_\nu^\mu \partial^\nu \varphi$;

$$\Box\varphi^* + m^2\varphi^* = -\partial_\mu \pi_I^\mu(\varphi^*) + ieA^\mu \partial_\mu \varphi^* + e^2 A^2 \varphi^*, \tag{1.8}$$

где $\pi_I^\mu(\varphi^*) = -ieA^\mu \varphi^* + \frac{4\pi}{m}K_\nu^\mu \partial^\nu \varphi^*$;

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = j^\nu - \partial_\mu G^{\mu\nu}, \tag{1.9}$$

где $j^\nu = ie\left(\varphi^* \partial^\nu \varphi - \partial^\nu \varphi^* \varphi\right) - 2e^2 A^\nu \varphi^* \varphi$.

В уравнениях (1.7) и (1.8) правая часть отвечает за взаимодействие заряженной структурной частицы спина 0 с электромагнитным полем с учетом вкладов дипольных поляризуемостей. Эти уравнения переходят в уравнения Клейна – Гордона – Фока, т. е. уравнения движения свободной заряженной частицы относительно φ и φ^*, если положить правую часть выражений равной нулю.

2 Амплитуда комптоновского рассеяния на структурной бесспиновой частице с учетом поляризуемостей

Вычислим амплитуду комптоновского рассеяния на скалярной частице в релятивистски-инвариантной форме с учетом поляризуемостей для проверки правильности выбранного лагранжиана (1.2). Из низкоэнергетической теоремы следует, что амплитуда комптоновского рассеяния в области низких энергий определяется борновской частью, а также вкладом поляризуемостей и среднеквадратичного радиуса частицы. Воспользуемся определением S-матричного элемента согласно работам [5], [6]. Его можно определить, используя правую часть уравнений (1.7) или (1.8) с помощью функции Грина и асимптотических условий. Тогда для S-матричного элемента, учитывающего поляризуемость структурной частицы, получим:

$$S_{fi} = i\frac{2\pi}{m}\int d^4x\left[\partial_\rho \varphi^* \partial^\nu \varphi + \partial^\nu \varphi^* \partial_\rho \varphi\right] \times \left[\alpha F^{\mu\rho}F_{\mu\nu} + \beta \tilde{F}^{\mu\rho}\tilde{F}_{\mu\nu}\right], \tag{2.1}$$

где $\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}F_{\rho\sigma}$ – дуальный тензор электромагнитного поля, $\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$ – 4-мерный тензор Леви – Чивиты. Если в выражении (2.1) воспользоваться соотношением $\tilde{F}^{\mu\rho}\tilde{F}_{\mu\nu} = \left(F^{\mu\rho}F_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\delta^{\rho}_{\nu}F^2\right)$, то амплитуду можно представить в виде:

$$S_{fi} = i\frac{2\pi}{m}\int d^4x\left[\partial_\rho\varphi^*\partial^\nu\varphi + \partial^\nu\varphi^*\partial_\rho\varphi\right]\times \left[(\alpha+\beta)F^{\mu\rho}F_{\mu\nu} - \frac{\beta}{2}\delta^{\rho}_{\nu}F^2\right]. \quad (2.2)$$

В импульсном представлении амплитуда (2.2) определяется следующим образом:

$$S_{fi} = \frac{(-i)(2\pi)^4\delta(k_1+p_1-k_2-p_2)}{(2\pi)^6\sqrt{16\omega_1\omega_2E_1E_2}}M, \quad (2.3)$$

где ω – частота излучения, k_1, p_1 и k_2, p_2 – импульсы падающего и рассеянного фотонов и скалярной частицы в начальном и конечном состоянии соответственно, $\delta\left(k_1+p_1-k_2-p_2\right)$ – дельта-функция Дирака, позволяющая учесть закон сохранения 4-мерных импульсов в процессе комптоновского рассеяния. В выражении (2.3) введена матрица M, которая представляет собой два слагаемых:

$$M = M_1 + M_2, \quad (2.4)$$

$$M_1 = e^2\left[\frac{\left(e^{\lambda_2}\left(2p_2+k_2\right)\right)\left(e^{\lambda_1}\left(2p_1+k_1\right)\right)}{\left(p_1+k_1\right)^2-m^2} + \frac{\left(e^{\lambda_1}\left(2p_2-k_1\right)\right)\left(e^{\lambda_2}\left(2p_1-k_2\right)\right)}{\left(p_1+k_1\right)^2-m^2} - 2\left(e^{\lambda_2}e^{\lambda_1}\right)\right],$$

$$M_2 = -\frac{2\pi}{m}\left(p_{2\nu}p_1^{\mu} + p_2^{\mu}p_{1\nu}\right)\times \left[(\alpha+\beta)\left(F^{(2)}_{\mu\rho}F^{\rho\nu}_{(1)} + F^{(1)}_{\mu\rho}F^{\rho\nu}_{(2)}\right) - \beta\delta^{\nu}_{\rho}F^{\mu\nu}_{(2)}F^{(1)}_{\mu\nu}\right],$$

где e^{λ_1} и e^{λ_2} – векторы поляризации падающего и рассеянного фотонов соответственно, через которые определяются тензоры энергии электромагнитного поля: $F^{\mu\nu}_{(1)} = k_1^{\mu}e^{(\lambda_1)\nu} - k_1^{\nu}e^{(\lambda_1)\mu}$, $F^{\mu\nu}_{(2)} = k_2^{\mu}e^{(\lambda_2)\nu} - k_2^{\nu}e^{(\lambda_2)\mu}$. Выражение M_1 дает борновскую часть амплитуды рассеяния, а M_2 определяет релятивистский вклад поляризуемостей в амплитуду.

Соотношение (2.4) представляет собой калибровочно-инвариантное выражение для амплитуды комптоновского рассеяния на структурной частице спина 0 с учетом поляризуемостей. Данная амплитуда удовлетворяет условию перекрестной симметрии.

Если перейти в систему покоя мишени, то для рассеяния фотона на произвольный угол на любой бесспиновой частице амплитуда (2.3) с учетом (2.4) примет вид:

$$S_{fi} = \frac{(-i)\delta\left(k_1+p_1-k_2-p_2\right)}{(2\pi)^2\sqrt{16\omega_1\omega_2E_1E_2}}\times \left\{-2e^2\left(\vec{e}^{(\lambda_2)}\vec{e}^{(\lambda_1)}\right) + 8\pi m\omega_1\omega_2\left(\alpha\left(\vec{e}^{(\lambda_2)}\vec{e}^{(\lambda_1)}\right) + \beta\left(\left[\vec{k}_2\vec{e}^{(\lambda_2)}\right]\left[\vec{k}_1\vec{e}^{(\lambda_1)}\right]\right)\right)\right\}.$$

Заключение

Лагранжиан (1.2) с дипольными поляризуемостями согласуется с аналогичными структурами, установленными в работах [7]–[9] в низкоэнергетическом пределе. Этот лагранжиан и амплитуда комптоновского рассеяния на бесспиновой частице с учетом ее дипольных поляризуемостей получены с использованием принципа калибровочной инвариантности и решения электродинамических уравнений методом функции Грина. С помощью релятивистских уравнений Лагранжа – Эйлера получены уравнения движения структурной заряженной бесспиновой частицы в электромагнитном поле.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Paz*, *G.* An introduction to NRQED / G. Paz // [Electronic resource]. – Mode of access: http: //hep-ph/1503.07216. – Date of access: 24.03.2015.

2. *The NRQED lagrangian at order* $1/M^4$ / R.J. Hill, G. Lee, G. Paz, M.P. Solon // Phys. Rev. D. – 2013. – Vol. 87, № 5. – P. 053017–1–13.

3. *Anandan*, *J.S.* Classical and quantum interaction of the dipole / J.S. Anandan // Phys. Rev. Lett. – 2000. – Vol. 85. – P. 1354–1357.

4. *Максименко*, *Н.В.* Ковариантный калибровочно-инвариантный формализм Лагранжа с учетом поляризуемостей частиц / Н.В. Максименко, О.М. Дерюжкова // Весці НАН Беларусі, Серыя фіз.-мат. навук. – М.: «Беларуская навука». – 2011. – № 2. – С. 27–30.

5. *Богуш*, *А.А.* Введение в теорию классических полей / А.А. Богуш, Л.Г. Мороз. – Минск: Наука и техника, 1968. – 387 с.

6. *Богуш*, *А.А.* Введение в калибровочную полевую теорию электрослабых взаимодействий / А.А. Богуш. – Минск: Наука и техника, 1987. – 359 с.

7. *Петрунькин*, *В.А.* Электрическая и магнитная поляризуемости адронов / В.А. Петрунькин // ЭЧАЯ. – 1981. – Т. 12. – С. 692–753.

8. *Максименко*, *Н.В.* Низкоэнергетическое разложение амплитуды комптоновского рассеяния на адроне и одновременные коммутаторы токов / Н.В. Максименко, С.Г. Шульга // Ядерная физика. – 1990. – Т. 52, вып. 2 (8). – С. 524–534.

9. *Feinberg*, *G.* General Theory of the van der Waals interaction: a model-independent approach / G. Feinberg, J. Sucher // Phys. Rev. A2. – 1970. – P. 2395–2415.

Поступила в редакцию 09.02.19.