Учреждение образования
«Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины»

Факультет математики и технологий программирования
Кафедра вычислительной математики и программирования

СОГЛАСОВАНО	СОГЛАСОВАНО
Заведующий кафедрой	Декан факультета
Кузьм ________ Д.С. Кузьменков	________ С.П. Жогаль
23.02 2022 г.	23.02 2022 г.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ПО ДИСЦИПЛИНЕ

«МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МОДЕЛИРОВАНИЯ В ТЕХНИКЕ»

для специальности
1-31 03 03-02 Прикладная математика
(научно-педагогическая деятельность)
специализация 1-31 03 03-02 04 Численные методы

Составитель:
В. В. Можаровский, доктор технических наук, профессор
М. В. Москалева, старший преподаватель

Рассмотрено и утверждено
на заседании кафедры
вычислительной математики
и программирования

23.02.2022
Протокол №_8_

Рассмотрено и утверждено
на заседании научно - методического совета университета
02.03 2022 г., протокол № _3_

02 Содержание учебно-методического комплекса по дисциплине «Методы решения задач моделирования в технике»

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА
к учебно-методическому комплексу
по дисциплине
«Методы решения задач моделирования в технике»
для специальности
1-31 03 03-02 Прикладная математика (научно-педагогическая деятельность)
специализация 1-31 03 03-02 04 Численные методы

Учебно-методический комплекс дисциплины «Методы решения задач моделирования в технике» составлен в соответствии с учебным планом учреждения образования для специальности 1-31 03 03 Прикладная математика (по направлениям), утвержденным 29.08.2013 (регистрационный номер №G 31-06-13), учебной программой учреждения высшего образования, утвержденной 07.06.2017 (регистрационный номер УД-13-2017-91/уч.).

Данные документы предусматривают изучение студентами численных методов расчета, применяемых в различных отраслях техники, и служат приобретению теоретических знаний и практических навыков для решения данного типа задач. В них заложена задача формирования у будущих специалистов профессиональных и личностных компетенций по разработке и применению с помощью ЭВМ аналитических и численных методов алгоритмов для решения типовых поставленных задач.

Цель учебно-методического комплекса дисциплины является ознакомление с численными методами решения задач математического моделирования в технике; обучение численным методам поиска решений, и демонстрация использования этих методов на конкретных примерах.

Задачами учебно-методического комплекса являются:

– ознакомление студентов с основами численных методов решения задач математического моделирования в технике;

– ознакомление с современными компьютерными технологиями, применяемыми в прикладных исследованиях;

– формирование практических навыков по применению методов для решения одномерных задач, используемых в технике, в решении многомерных краевых задач с использованием сеточных методов,

– ознакомление с вариационными методами при решении технических задач моделирования.

Материал дисциплины и соответствующего учебно-методического комплекса базируется на ранее полученных студентами знаниях по таким дисциплинам, как «Численные методы», «Методы оптимизации», «Элементы функционального анализа» и «Методы программирования».

В структурном отношении учебно-методический комплекс «Методы решения задач моделирования в технике» включает в себя четыре раздела: теоретический, практический, раздел контроля знаний, вспомогательный.

Теоретический раздел содержит основные положения, выносимые на лекции, и включающий в себя 4 раздела, предназначенных для аудиторной работы со студентами (лекции преподавателя – 12 часов) и самостоятельного изучения тем, вынесенных за рамки аудиторных часов (УСР – 4 часа). Посредством этих тем студенты могут получить представление об основных проблемах и способах их решений, возникающих при использовании теории и алгоритмов математики при изучении реальных процессов в технике, экономике и т.д.

Практический раздел включает в себя в соответствии с учебным планом дисциплины 18 часов лабораторных занятий. Каждое занятия состоит из перечня задач (уровень формирования умений и навыков), заданий творческого характера (уровень применения знаний на практике). По каждой теме дается список основной и дополнительной литературы для самостоятельного изучения и более глубокой подготовки к практическим занятиям. По всем темам предполагается выполнение индивидуальных заданий. Предполагаются различные формы работы со студентами на практических занятиях: устный опрос, защита лабораторных работ по теории и практической реализации заданий на ЭВМ, тестовые задания.

Указанные формы работы способствуют не только усвоению знаний и их репродуктивному воспроизведению, но и осмысленному выбору необходимых оптимальных методов решения задач, возникающих при исследовании экономических и физических систем и самостоятельному проектированию алгоритмов их решений с помощью вычислительной технике.

В разделе контроля знаний приводятся вопросы к зачету по дисциплине «Методы решения задач моделирования в технике» для специальности 1-31 03 03-02 Прикладная математика (научно-педагогическая деятельность) и образец тестовых заданий, предназначенных для проверки уровня академических компетенций студентов по дисциплине.

Вспомогательный раздел содержит необходимые элементы учебно-программной документации: учебную программу по дисциплине «Методы решения задач моделирования в технике», перечень рекомендуемой основной и дополнительной литературы.

В результате изучения дисциплины «Методы решения задач моделирования в технике» и соответствующего учебно-методического комплекса:

Студент должен знать:

– современные аналитические и численные методы решения типовых поставленных задач;

– современные языки программирования, позволяющие создавать методы расчета технических задач;

Студент должен уметь:

– применять методы научного познания (анализ, сопоставление, систематизация, абстрагирование, моделирование, проверка достоверности данных, принятие решений и др.) в самостоятельной исследовательской деятельности, генерировать и реализовывать инновационные идеи.

– формулировать решение на основе анализа сложных причинно-следственных связей.

– использовать на практике современные аналитические и численные методы решения типовых поставленных задач;

Студент должен владеть:

– численными методами анализа, моделирования и управления сложными системами.

– основными численными методами решения задач математического моделирования в технике;

– навыками алгоритмической и программной реализации изучаемых задач.

Учебно-методический комплекс учебной дисциплины «Методы решения задач моделирования в технике» адресуется студентам 4-го курса дневной формы обучения специальности 1-31 03 03-02 Прикладная математика (научно-педагогическая деятельность).

1.1 Перечень теоретического материала по дисциплине «Методы решения задач моделирования в технике»

Раздел 1 Методы решения одномерных линейных задач, используемых в технике.

1 Методы моделирования задач в технике

Понятие о моделировании. Математическое моделирование техсистем. Примеры. Основные этапы исследования деформированных тел.

2 Матричные формы решения основных уравнений краевых задач.

Примеры представления уравнений для изгиба балки на упругом основании. Метод начальных параметров. Алгоритм построения решений.

3 Численные методы решения задачи Коши.

Метод Эйлера и метод трапеции. Метод Рунге-Кутта и метод разложения в ряд Тэйлора. Обобщенный метод начальных параметров. Написать текст программы.

4 Метод прогонки при решении технических задач.

Основные зависимости метода. Последовательность вычислительных операций. Примеры решений.

Раздел 2 Методы решения нелинейных задач в технике

Методы Ньютона–Рафсона для решения нелинейных задач.

Понятие о методе. Примеры решения. Метод шагового нагружения.

Раздел 3 Сеточные методы для решения многомерных краевых задач

1 Метод сеток (конечных разностей)

Интерполирующие полиномы для функции одной переменной. Формулы для определения производных. Задача Дирихле для. оператора Лапласа.

2 Расчет технических задач на основании численного решения уравнения теплопроводности. Начальные и граничные условия. Численные метод решения уравнения теплопроводности.

3 Метод сеток для гиперболического типа уравнений. Задача колебания струны

Раздел 4 Вариационные методы при решении технических задач моделирования.

1Метод Ритца.

Основные положения метода. Примеры использования для исследования изгиба балок. Определение упругой линии для балки лежащей на упругом основании.

2 Метод Галеркина для решения краевых задач.

Основные положения метода. Примеры использования метода. Примеры расчета пластин.

1.2 Материалы для обеспечения самостоятельной учебной работы студентов по дисциплине «Методы решения задач моделирования в технике»

ТЕМА: СЕТОЧНЫЕ МЕТОДЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ МНОГОМЕРНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

В данном материале рассматриваются ряд методов решений многомерных задач: метод наименьших квадратов, метод сеток. Их можно объединить как сеточные методы (есть сетка с узловыми точками). Если в методе колакаций и методе наименьшего квадрата решения краевых задач строится путём точного удовлетворения ОДУ-ий в узловых точках, то в методе сеток само же ДУ заменяется конечно-разностным уравнением, которое содержит в качестве неизвестное значение ср-ции в узловых точках. Все эти методы приводят нас к САУ.

7.1 Метод сеток (метод конечных разностей)

Метод сеток в связи с применением в современных ЭВМ широко используется при расчётах конструкций. Так, например, мы будем изучать работу для расчёта дисковых тормозов в авто. Нужно решить уравнение теплопроводности методом сеток.

Интерполирующие полиномы для функций одной переменной.

При решении гран. задач получаем ДУ, и для упрощения решения ДУ заменяем конечными разностями. Интерполирующий полином описывает аналитическим выражением некоторую функцию по его значению независимой переменной, например, x. Пусть $x \in [a,b]$, тогда нам понадобятся интерполирующие полиномы.

Пусть задано произвольное значение точек a: $a_0, a_1, \ldots, a_n$ и значение функции $f(a_0), \ldots, f(a_n)$. Построим разностные соотношения:

$$f(a_1, a_0) = \frac{f(a_1) - f(a_0)}{a_1 - a_0}$$
$$f(a_2, a_1) = \frac{f(a_2) - f(a_1)}{a_2 - a_1} \qquad (1)$$

Выражение (1) называют разностным соотношением первого порядка. Далее мы образуем разностные соотношения второго порядка:

$$f(a_2, a_1, a_0) = \frac{f(a_2, a_1) - f(a_1, a_0)}{a_2 - a_0}$$
$$f(a_3, a_2, a_1) = \frac{f(a_3, a_2) - f(a_2, a_1)}{a_3 - a_1} \qquad (2)$$

Затем можем образовать разностные уравнения третьего порядка:

$$f(a_3, a_2, a_1, a_0) = \frac{f(a_3, a_2, a_1) - f(a_2, a_1, a_0)}{a_3 - a_0} \tag{3}$$

Эти разностные формулы необходимы при создании алгоритма расчёта конструкции. Если мы имеем равноотстоящие значения аргумента а:

$$a_0, a_1 = a_0 + h, a_2 = a_0 + 2h, \ldots, a_n = a_0 + nh,$$

тогда образуем следующие точки, и выражение для разностных формул запишется в следующем виде:

$$f(a_1, a_0) = -\frac{\Delta f(a_0)}{h}$$

1-го порядка

$$f(a_2, a_1) = \frac{\Delta f(a_1)}{h} \qquad \text{и т.д.}$$

$$f(a_2, a_1, a_0) = \frac{\Delta^2 f(a_0)}{2!h^2} \quad \text{и т.д.} \qquad \text{2-го порядка}$$

$$f(a_4, a_3, a_2, a_1, a_0) = \frac{\Delta^4 f(a_0)}{4!h^4} \qquad \text{4-го порядка}$$

где

$$\begin{aligned} &\Delta f(a_i) = f_{i+4} - 4f_{i+3} + 6f_{i+2} - 4f_{i+1} + f_i \\ &\Delta f^2(a_i) = \Delta(\Delta f(a_i)) = \Delta(f_{i+1} - f_i) = \Delta f_{i+1} - \Delta f_i = \\ &= f_{i+2} - f_{i+1} - f_{i+1} + f_i = f_{i+2} - 2f_{i+1} + f_i \\ &\Delta f^4(a_i) = f_{i+4} - 4f_{i+3} + 6f_{i+2} - 4f_{i+1} + f_i \end{aligned} \tag{4}$$

Эти решения называют правыми разностями. Используя эти разности соотношения можно получить выражение для интерполирующего полинома Ньютона степени *n*.

$$\begin{aligned} f(x) = f(a) + \frac{x-a}{h}\Delta f(a) + \frac{(x-a)(x-a-h)}{2!h^2}\Delta^2 f(a) + \\ + \ldots + \frac{(x-a)(x-a-h)\ldots(x-a-(h-1)h)}{n!h^n}\Delta^{II} f(a) \end{aligned} \tag{5}$$

Формула Ньютона для интерполирования вперёд.

Эта формула Ньютона (5) определяет функцию f по заданным её значениям для следующих равноотносящихся значений аргумента

$a_0 = a, \quad a_1 = a + h, \quad a_2 = a + 2h, \ldots, \quad a_n = a + nh$. Аналогично, можно, как и формулу (5) записать формулу Ньютона для интерполирования назад. Здесь $a \to a - h$.

$$f(x)=f(a)+\frac{x-a}{h}\Delta f(a-h)+\frac{(x-a)(x-a+h)}{2!h^2}\Delta^2 f(a-2)+$$
$$+\ldots+\frac{(x-a)(x-a+h)\ldots(x-a+(n-1)h)}{n!h^n}\Delta^n f(a-nh) \qquad (6)$$

Эта формула определяет интерполирование функции $f(x)$ по заданным значениям аргумента $a_0=a,\quad a_1=a-h,\quad a_2=a-2h,\ldots,\quad a_n=a-nh$.

Кроме этих формул существуют другие формулы, например формула Стирлинга:

$$f(x)=f(a)+\frac{x-a}{h}\left[\Delta f(a)-\frac{1}{2}\Delta^2 f(a-h)\right]+\frac{(x-a)^2}{2!h^2}\Delta^2 f(a-h)+\frac{(x-a)\left[(x-a)^2-h^2\right]}{3!h^3}\times$$
$$\times\left[\Delta^3 f(a-h)-\frac{1}{2}\Delta^4 f(a-2h)+\frac{(x-a)^2\left[(x-a)^2-h^2\right]}{4!h^4}\cdot\Delta^4 f(a-2h)+\ldots\right]$$

(7)

Формула(7) служит для определения функции $f(x)$ по заданным значениям равностоящих точек аргумента $a-nh;\ldots,a-h,a,a+h,\ldots,a+nh$

Формулы для определения производных.

Формулы для определения производных в узловой технике по значению функции расположены справа, т.е. в положительном направлении x.

$$f`(a)=\frac{1}{h}\left[\Delta f(a)-\frac{1}{2}\Delta^2 f(a)+\frac{1}{3}\Delta^3 f(a)\ldots\right]$$
$$f''(a)=\frac{1}{h^2}\left[\Delta^2 f(a)-\Delta^3 f(a)+\frac{11}{12}\Delta^4 f(a)+\ldots\right]$$
$$f^4(a)=\frac{1}{h^4}\left[\Delta^4 f(a)-2\Delta^5+\frac{17}{6}\Delta^6\ldots\right] \qquad (8)$$
$$f^3(a)=\frac{1}{h^3}\left[\Delta^3 f(a)-\frac{3}{2}\Delta^4+\frac{7}{5}\Delta^5\ldots\right]$$

Эти производные называют правыми.

Формулы для определения производных в узлах интерполяции слева.

$$f`(a)=\frac{1}{h}\left[\Delta f(a-h)-\frac{1}{2}\Delta^2 f(a-2h)+\frac{1}{3}\Delta^3+(a-3h)\ldots\right] \qquad (9)$$

Аналогично, только $a=a-h,\ldots,a-nh.$

Для нахождения в (9) конечных разностей можно получить следующие формулы:

$$\Delta f(a-h)=f_0-f_{-1}$$
$$\Delta^2 f(a-2h)=f_0-2f_{-1}+f_{-2}$$

$$\Delta^3 f(a-3h) = f_0 - 3f_{-1} - 3f_{-2} - f_{-3}$$
$$\Delta^4 f(a-4h) = f_0 - 4f_{-1} + 6f_{-2} - 4f_{-3} + f_{-4} \dots$$

Эти производные называются левыми.

Кроме того, ещё при расчётах используют формулы для интерполяции в точках симметричных от узла.

Тема: РЕШЕНИЕ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА МЕТОДОМ СЕТОК

1 Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа методом сеток

В данной лабораторной работе методом сеток требуется решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольной области. Эта задача ставится следующим образом.

Найти непрерывную функцию u(x,y), удовлетворяющую внутри прямоугольной области $\Omega = \{(x,y) | 0 \le x \le a, 0 \le y \le b\}$ уравнению Лапласа

$$\Delta u \equiv \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

и принимающую на границе области Ω заданные значения, т.е.

$$u(0,y) = f_1(y), \quad y \in [0,b], \quad u(a,y) = f_2(y), \quad y \in [0,b],$$
$$u(x,0) = f_3(x), \quad x \in [0,a], \quad u(x,b) = f_4(x), \quad x \in [0,a],$$

где f_1, f_2, f_3, f_4 – заданные функции.

Будем считать, что u(x,y) непрерывна на области Ω, т.е. $f_1(0)= f_3(0)$, $f_1(b)= f_4(0)$, $f_2(0)= f_3(a)$, $f_2(b)= f_4(a)$. Выберем шаги h, l по x и y соответственно, строим сетку $x_i=ih$, i=0, 1,..., n, $y_j=jl$, j=0, 1,..., m, где $x_n=nh=a$, $y_m=ml=b$.

Вводя обозначения $u_{ij}=u(x_i, y_j)$, аппроксимируем частные производные $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ и $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ в каждом внутреннем узле сетки центральными разностными производными второго порядка

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{u_{i+1,j} - 2u_{ij} + u_{i-1,j}}{h^2} + O(h^2),$$
$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{u_{i,j+1} - 2u_{ij} + u_{i,j-1}}{l^2} + O(l^2)$$

и заменим уравнение Лапласа конечно-разностным уравнением

$$\frac{u_{i+1,j} - 2u_{ij} + u_{i-1,j}}{h^2} + \frac{u_{i,j+1} - 2u_{ij} + u_{i,j-1}}{l^2} = 0, \qquad (1)$$

i=1,...,n-1, j=1,..., m-1.

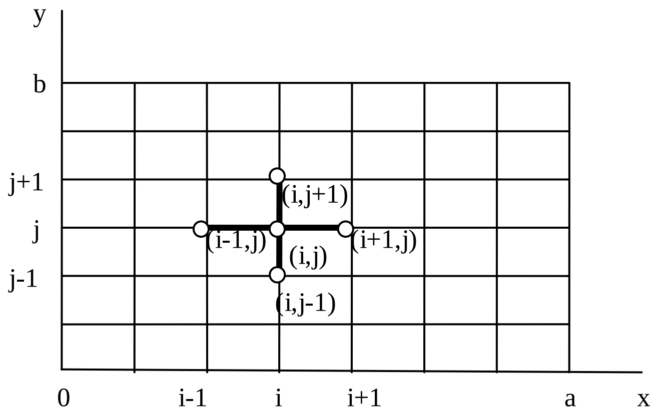
Погрешность аппроксимации дифференциального уравнения разностным составляет величину $O(h^2+l^2)$.

Уравнения (1) вместе со значениями u_{ij} в граничных узлах образуют систему линейных алгебраических уравнений относительно приближенных значений функции u(x,y) в узлах сетки (x_i; y_i). Наиболее простой вид примет система при l=h:

$$u_{ij} = (u_{i+1,j} + u_{i-1,j} + u_{i,,j+1} + u_{i,j-1})/4, \qquad (2)$$

$$u_{i0} = f_3(x_i), \quad u_{i,m} = f_4(x_i), \quad u_{0j} = f_1(y_i), \quad u_{nj} = f_2(y_i), \quad i = 1,\ldots,n-1, \quad j = 1,\ldots,m-1.$$

При получении сеточных уравнений (2) была использована следующая схема узлов:



Набор узлов, используемых для аппроксимации уравнения в точке, называются шаблоном. В данной работе используется шаблон типа “крест”.

Численное решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольнике состоит в нахождении приближенных значений искомой функции u(x,y) во внутренних узлах сетки. Для определения величин u_{ij} требуется решить систему линейных алгебраических уравнений (2).

В данной лабораторной работе система (2) решается итерационным методом Гаусса-Зейделя, который состоит в построении последовательности итераций вида

$$u_{ij}^{(s+1)} = \frac{1}{4}\left[u_{i-1,j}^{(s+1)} + u_{i+1,j}^{(s)} + u_{i,j+1}^{(s)} + u_{i,j-1}^{(s+1)}\right]$$

верхним индексом s обозначен номер итерации. При $s \to \infty$ последовательность $u^{(s)}_{ij}$ сходится к точному решению системы (2). В качестве окончания итерационного процесса можно принять

$$\max\left|u_{ij}^{(s)} - u_{ij}^{(s+1)}\right| < \varepsilon, \quad 1 \le i \le n-1, \quad 1 \le j \le m-1.$$

Таким образом, погрешность приближенного решения, полученного методом сеток, складывается из двух погрешностей: погрешности аппроксимации дифференциального уравнения разностным; погрешности, возникающей в результате приближенного решения системы разностных уравнений (2).

Известно, что описанная разностная схема обладает свойствами устойчивости и сходимости. Устойчивость схемы означает, что малые изменения в начальных данных приводят к малым изменениям решения разностной схемы. Сходимость схемы означает, что при стремлении шага сетки к нулю ($h \to 0$) решение разностной задачи стремится в некотором смысле к решению исходной задачи. Таким образом, выбрав достаточно малый шаг h, можно как угодно точно решить исходную задачу.

2 Решение смешанной задачи для уравнения гиперболического типа методом сеток

Рассмотрим смешанную задачу для однородного уравнения колебаний струны. Задача состоит в отыскании функции $u(x,t)$, удовлетворяющей при t>0 уравнению

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \ \ 0 \le x \le a, \ 0 \le t \le T \tag{1}$$

начальным условиям

$$u(x,0) = f(x), \ \frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = g(x), \ 0 \le x \le a \tag{2}$$

и краевым условиям

$$u(0,t) = \mu_1(t), \ u(a,t) = \mu_2(t), \ 0 \le t \le T. \tag{3}$$

Так как замена переменных $t \to ct$ приводит уравнение (1) к виду

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

то в дальнейшем будем считать $c = 1$.

Для построения разностной схемы решения задачи (1)-(3) построим в области $D = \{(x,t) \mid 0 \le x \le a, \ 0 \le t \le T\}$ сетку $x_i = ih, \ i = 0,1,\dots,n+1, \ a = h(n+1)$, $t_j = j\tau, \ \ j = 0,1,\dots,m, \ \tau m = T$ и аппроксимируем уравнение (1) в каждом внутреннем узле сетки на шаблоне типа «крест» (рис. 1).

Используя для аппроксимации частных производных центральные разностные производные, получаем следующую разностную аппроксимацию уравнения (1):

$$\frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{\tau^2} = \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{h^2}. \tag{4}$$

Здесь $u_{i,j}$ -- приближенное значение функции $u(x,t)$ в узле (x_i, t_j).

Пологая $\lambda = \frac{\tau}{h}$, получаем трёхслойную разностную схему

$$u_{i,j+1} = 2(1-\lambda^2)u_{i,j} + \lambda^2(u_{i+1,j} - u_{i-1,j}) - u_{i,j-1}, \ i = 1,2,\dots,n. \tag{5}$$

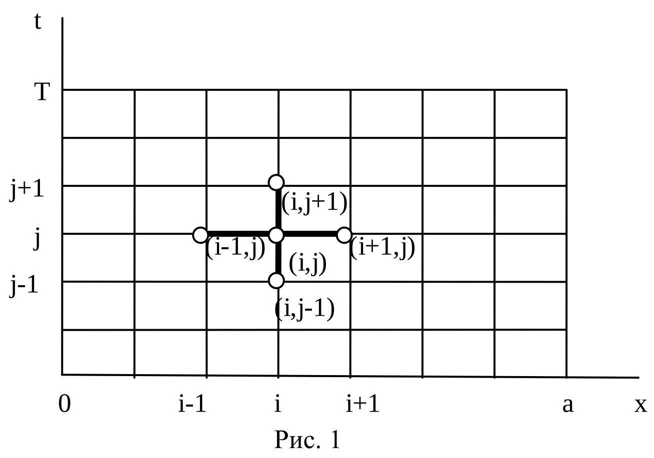


Рис. 1

Для простоты в данной лабораторной работе заданы нулевые граничные

условия, т.е. $\mu_1(t) \equiv 0,\ \mu_2(t) \equiv 0$. Значит, в схеме (5) $u_{0,j} = 0,\ u_{n,j} = 0$ для всех j. Схема (5) называется трёхслойной потому, что функции $u(x,t)$ на трёх временных слоях: с номерами $j-1,\ j,\ j+1$. Схема (5) явная, т.е. позволяет в явном виде выразить $u_{i,j}$ через значения u с предыдущих двух слоёв.

Численное решение задачи состоит в вычислении приближённых значений $u_{i,j}$ решения $u(x,t)$ в узлах $i = 1,\dots,n,\ j = 1,2,\dots,m.$ Алгоритм решения основан на том, что решение на каждом следующем слое ($j = 1,2,3,\dots,n$) можно получить пересчётом решений с двух предыдущих слоёв ($j = 0,1,2,3,\dots,n-1$) по формуле (5). На нулевом временном слое ($j = 0$) решение известно из начального условия $u_{i,0} = f(x_i)$.

Для вычисления решения на первом слое ($j = 1$) в данной лабораторной работе принят простейший способ, состоящий в том, что если сложить

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) \approx \frac{u(x,\tau) - u(x,0)}{\tau}, \qquad (6)$$

то $u_{i,1} = u_{t,0} + \tau g(x_i),\ i = 1,2,\dots,n.$ Теперь для вычисления решения на следующих слоях можно применить формулу (5). Решение на каждом следующем слое получается пересчётом решений с двух предыдущих слоёв по формуле (5).

Описанная выше схема аппроксимирует задачу (1) – (3) с точностью $\mathrm{O}(\tau + h^2)$. Невысокий порядок аппроксимации по τ объясняется использованием слишком грубой аппроксимации для производной по t в формуле (6).

Схема устойчива, если выполнено условие Куранта $\tau < h$. Это означает, что малые погрешности, возникающие, например, при вычислении решения на первом слое, не будут неограниченно возрастать при переходе к каждому новому временному слою. При выполнении условий Куранта схема обладает равномерной сходимостью, т.е. при $\tau, h \to 0$ решение разностной задачи равномерно стремится к решению сходной смешанной задачи (1) – (3).

Недостаток схемы в том, что как только выбрана величина шага сетки h в направлении x, появляется ограничение на величину шага по переменной t. Если необходимо произвести вычисления для большого значения величины T, то может потребоваться большое количество шагов по переменной t. Указанный недостаток характерен для всех явных разностных схем.

Тема: РЕШЕНИЕ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА МЕТОДОМ СЕТОК.

Рассмотрим смешанную задачу для однородного уравнения теплопроводности. Задача состоит в отыскании функции $u(x,t)$, удовлетворяющей $D=\{(x,t)\,|\,0<x<a, 0<t\le T\}$ уравнению

$$\frac{\partial u}{\partial t}=k\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\left(k=const>0\right), \tag{1}$$

начальному условию

$$u(x,0)=f(x) \tag{2}$$

и краевым условиям первого рода

$$u(0,t)=\mu_1(t),\ u(a,t)=\mu_2(t). \tag{3}$$

К задаче (1)-(3) приводит, в частности, задача о распространении тепла в однородном стержне длины a, на концах которого поддерживается заданный температурный режим. Краевые условия второго и третьего рода в данной лабораторной работе не рассматриваются. Замена переменных $t\to kt$ приводит уравнение (1) к виду

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

поэтому в дальнейшем будем считать $k=1$.

Построим в области $D=\{(x,t)\,|\,0\le x\le a, 0\le t\le T\}$ равномерную сетку с шагом h в направлении x и шагом τ — в направлении t (рис. 1). Обозначим узлы сетки через $(x_1,t_1),\ldots,(x_i,t_j),\ldots$, а приближённые значения функции $u(x,t)$ в этих узлах — u_{ij}. Тогда $x_i=ih,\ i=0,1,\ldots,n$, $h=a/n,\ t_j=j\tau,\ j=0,1,\ldots,m,\ \tau=T/m$.

Аппроксимируем уравнение (1) на четырехточечном шаблоне, который изображён на рис. 1 жирными линиями. В результате получаем неявную двухслойную разностную схему:

$$\lambda u_{i+1,j}-(1+2\lambda)u_{ij}+\lambda u_{i-1,j}=-u_{i,j-1}, \tag{4}$$

которая аппроксимирует уравнение (1) с погрешностью $O\left(\tau+h^2\right)$. Здесь $\lambda=\tau/h^2$.

Схема (4) аппроксимирует уравнение (1) только во внутренних узлах сетки, поэтому число уравнений в схеме (4) меньше числа неизвестных u_{ij}. Недостающие уравнения получают из краевых условий

$$u_{0j}=\mu_1(t_j), u_{nj}=\mu_2(t_j). \tag{5}$$

Схема (4)-(5) неявная, поэтому значения u_{ij} находят как решение системы линейных уравнений (4). Для решения системы (4) можно применять любой алгоритм решения систем линейных уравнений, однако система (4) обладает трёхдиагональной матрицей и рациональнее всего решать её методом прогонки. Таким образом, решив систему разностных уравнений, найдём значения функции u на временном слое j, если известно решение на временном слое $j-1$.

Итак, алгоритм численного решения задачи имеет следующий вид. На нулевом временном слое $(j=0)$ решение известно из начального условия $u_{i0}=f(x_i)$. На каждом следующем слое искомая функция определяется как решение системы (4)-(5).

Замечательным свойством неявной схемы (4) является её устойчивость при любых значениях параметра $\lambda=\tau/h^2>0$. Преимущества схемы (4) особенно ощутимы при сравнении с явной схемой, которая получается при аппроксимации уравнения (1) на шаблоне, изображённом на рисунке 2.

Явная схема оказывается устойчивой только при $\lambda\le 1/2$, т.е. при $\tau\le h^2/2$. Это означает, что вычисления по явной схеме придётся вести с очень малым шагом по τ, что конечно может привести к большим затратам машинного времени. В неявной схеме вычисления на одном шаге требуют больше операций, чем в явной схеме, но зато величину шага τ можно выбрать как угодно большой без риска нарушить устойчивость схемы. Всё это позволяет значительно уменьшить машинное время, необходимое для решения задачи. Схема (4) обладает сходимостью. Это означает, что при h, $\tau\to 0$ решение разностной задачи (4)-(5) стремится к точному решению смешанной задачи (1)-(3).

2.1 Перечень лабораторных работ по дисциплине «Методы решения задач моделирования в технике»

1. Решение технических задач, используя приближенное решение граничных задач Коши методом Эйлера.
2. Решение технических задач, используя приближенное решение граничных задач Коши методом Рунге-Кутта.
3. Решение технических задач, используя приближенное решение граничных задач Коши методом прогноза и коррекции
4. Методы Ньютона–Рафсона для решения нелинейных задач.
5. Решение краевой задачи дифференциального уравнения второго порядка методом прогонки. Техническая задача
6. Решение технических задач методом сеток. Задача Дирихле для уравнения Лапласа
7. Решение смешанной задачи для уравнений гиперболического типа методом сеток.
8. Решение смешанной задачи для уравнений параболического типа методом сеток.
9. Численное решение технических задач.

2.2 Задания для лабораторных работ по дисциплине «Методы решения задач моделирования в технике»

Задание 1. Методом Эйлера на отрезке [0;1] с шагом h=0,1 решить задачу Коши для системы второго порядка

$$\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dx} = y_2 \\ \dfrac{dy_2}{dx} = -0{,}02e^{0{,}8x} \end{cases}$$

при начальных условиях

$$\begin{cases} y_1(0) = 0, \\ y_2(0) = 0{,}33. \end{cases}$$

Задание 2. Методом Рунге-Кутта на отрезке [0;3] с шагом h=0,1 решить задачу Коши для системы второго порядка

$$\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dx} = y_2 \\ \dfrac{dy_2}{dx} = -0{,}02e^{0{,}8x} \end{cases}$$

при начальных условиях

$$\begin{cases} y_1(0) = 0, \\ y_2(0) = 0{,}5. \end{cases}$$

Задание 3. Методом прогноза и коррекции на отрезке [0;1] с шагом h=0,1 решить задачу Коши:

$$y' = x + y, \quad y(0) = 1.$$

Задание 4. Методом Ньютона-Рафсона решить нелинейную краевую задачу:

$$-y''(x) = 1 + y^2(x),\ x \in [0,1],\ y(0) = y(1) = 0.$$

Задание 5. Методом прогонки на отрезке $[x_0, x_k]$ с точностью eps = 0,001 решить краевую задачу для дифференциального уравнения второго порядка.

$$y''(x) - xy'(x) + (2x+1)y(x) = 0.8x^2,$$
$$y(x_0) - 0.5y'(x_0) = 1,\ y'(x_k) = 2,\ x_0 = 1,\ x_k = 3$$

Задание 6. Решить на сетке из 10 узлов по x и 10 узлов по y задачу Дирихле для уравнения Лапласа:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \quad x \in [0,1], \quad y \in [0,1],$$

$$u(0,y) = y^2, \quad u(x,0) = x^3, \quad u(1,y) = \cos y + (2 - \cos 1)/y, \quad y \in [0,1], \quad u(x,1) = x + 1, \quad x \in [0,1].$$

Задание 7. Используя метод сеток, составить решение смешанной задачи для уравнения колебания струны

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

с начальными условиями $u(x,0) = f(x)$, $u_t(x,0) = \Phi(x)$ $(0 \le x \le 1)$ и краевым условиями $u(0, t) = \varphi(t)$, $u(1, t) = \psi(t)$.

Решение выполнить с шагом $h = 0,1$; $0 \le t \le 0,5$.

Вариант 1. $f(x)=x(x+1)$, $\Phi(x) = \cos(x)$, $\varphi(t) = 0$, $\psi(t) = 2(t+1)$.

Задание 8. Используя метод сеток, составить решение смешанной задачи для дифференциального уравнения параболического типа

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x,t), u = u(x,t)$$

с заданными начальными условиями $u(x,0) = u_0(x)$

и краевыми условиями $u(0,t) = u_1(t), u(1,t) = u_2(t)$, где $x \in [0,1], t \in [0, 0.02]$

Решение выполнить при $h = 0.1$ по симметрической схеме $\sigma = 0.5$

№	$u(x,0)$	$u_1(t)$	$u_2(t)$	$f(x,t)$
1	x(1-x)+0.5	1-10t	0.3685	t(1-x)+0.5

Задание 9. Найти методом Галеркина приближенное решение краевой задачи

$$y'' + y = 1$$

$$y(0) = 0 \quad y(1) = 1$$

3.1 Перечень вопросов к зачету по дисциплине «Методы решения задач моделирования в технике»

1 Методы моделирования задач в технике. Основные понятия
2 Основные этапы исследования поведения деформируемых тел.
3 Матричные формулы для решения краевых задач в технике
4 Основные уравнения
5 Обобщённый метод начальных параметров
6 Численные методы решения задачи Коши для систем (технических задач) Метод Эйлера
7 Приближенное решение задачи Коши методом Рунге-Кутта
8 Метод прогонки для решения краевых задач в матричном виде.
9 Решение краевой задачи для линейного дифференциального уравнения второго порядка методом прогонки
10 Метод Ньютона – Рафсона при решении нелинейных задач в технике
11 Сеточные методы для решения многомерных краевых задач
12 Метод сеток (метод конечных разностей)
13 Применение сеток для решения одномерных краевых задач
14 Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа
15 решение смешанной задачи для уравнения гиперболического типа методом сеток
16 СУРС по теме «Вариационные методы.Приближённое решение дифференциальных уравнений методом Релея-Ритца»
17 Приближённое решение задачи Коши методом Эйлера и
18 Решение краевой задачи для линейного дифференциального уравнения второго порядка методом прогонки
19 Приближённое решение задачи Коши методом прогноза и коррекции
20 Решение системы нелинейных уравнений методом Ньютона
21 Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа методом сеток
22 Решение смешанной задачи для уравнения гиперболического типа методом сеток
23 Решение смешанной задачи для уравнения параболического типа методом сеток

3.2 Образец тестовых заданий по дисциплине «Методы решения задач моделирования в технике»

Пример тестовых заданий по теме: «Понятие о моделировании. Математическое моделирование технических систем»

1. Математическое моделирование это средство для
а) изучения свойств реальных объектов в рамках поставленной задачи
б) упрощения поставленной задачи
в) поиска физической модели
г) принятия решения в рамках поставленной задачи
д) нет верных ответов

2. Какой модели быть не может?
а) вещественной, физической
б) идеальной, физической
в) вещественной, математической
г) идеальной, математической
д) нет верных ответов

3. По поведению математических моделей во времени их разделяют на
а) детерминированные и стохастические
б) **статические и динамические**
в) непрерывные и дискретные
г) аналитические и имитационные
д) нет верных ответов

4. Что такое математическая модель?
а) точное представление реальных объектов, процессов или систем, выраженное в математических терминах и сохраняющее существенные черты оригинала
б) точное представление реальных объектов, процессов или систем, выраженное в физических терминах и сохраняющее существенные черты оригинала
в) **приближенное представление реальных объектов, процессов или систем, выраженное в математических терминах и сохраняющее существенные черты оригинала**
г) приближенное представление реальных объектов, процессов или систем, выраженное в физических терминах и сохраняющее существенные черты оригинала
д) нет верных ответов

5. Какие виды математических моделей получаются при разделении их по принципам построения?
а) **аналитические, имитационные**
б) детерминированные, стохастические
в) стохастические, аналитические
г) детерминированные, имитационные
д) нет верных ответов

6. С чего обычно начинается построение математической модели?
а) с построения и анализа простейшей, наиболее грубой математической модели рассматриваемого объекта, процесса или системы
б) с построения и анализа математической модели, которая наиболее полно

соответствует рассматриваемому объекту, процессу или системе
в) с анализа математической модели рассматриваемого объекта
г) с построения физической модели
д) нет правильного ответа

7. Численный метод предполагает решение в бесконечном цикле итераций. Когда следует прервать процесс вычисления?
а) в момент, когда решение будет меняться от итерации к итерации менее чем на 1%
б) когда будет достигнута заданная степень точности
в) в случае если число начнет расти
г) в случае если число стало отрицательным
д) нет правильного ответа

8. Какая задача не поддается точному решению на ЭВМ в виде формул?
а) интегральное уравнение 1-го порядка
б) дифференциально-интегральная система уравнений
в) система нелинейных уравнений
г) все указанные поддаются
д) нет верных ответов

9. В чем состоит суть компьютерного моделирования?
а) на основе математической модели с помощью ЭВМ проводится серия вычислительных экспериментов, т.е. исследуются свойства объектов или процессов, находятся их оптимальные параметры и режимы работы, уточняется модель
б) в создании математической модели исследуемых объектов
в) посредством рассмотрения исследуемых объектов с помощью ЭВМ проводится серия вычислительных экспериментов, т.е. исследуются свойства объектов или процессов, находятся их оптимальные параметры и режимы работы, и составляется математическая модель
г) в создании точной копии исследуемых объектов
д) нет верных ответов

10. Какие процессы должны отражать математические модели в задачах проектирования или исследования поведения реальных объектов, процессов или систем?
а) **реальные физические нелинейные процессы, протекающие в реальных объектах**
б) реальные математические нелинейные процессы, протекающие в реальных объектах
в) реальные физические линейные процессы, протекающие в реальных объектах
г) реальные математические линейные процессы, протекающие в реальных объектах
д) нет верных ответов

Учреждение образования
«Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
ГГУ им. Ф. Скорины
________________ И.В. Семченко
(подпись)
07.06.2017
(дата утверждения)

Регистрационный № УД-13-2017-97/уч.

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МОДЕЛИРОВАНИЯ В ТЕХНИКЕ

Учебная программа учреждения высшего образования по учебной дисциплине для специальности
1-31 03 03-02 Прикладная математика (научно-педагогическая деятельность
специализация1-31 03 03-02 04 Численные методы

2017 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта Республики Беларусь ОСВО 1-31 03-03-2013 Высшее образование. Первая ступень. Специальность 1-31 03 03 Прикладная математика (по направлениям) и учебного плана №G 31`-06-13 от 29.08..2013

СОСТАВИТЕЛЬ:

В.В Можаровский профессор кафедры вычислительной математики и программирования учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», доктор технич. наук, профессор

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой вычислительной математики и программирования учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

(протокол № 10 от 24. 05 2017 г.);

Научно-методическим советом учреждения образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

(протокол № _8_ от _07. 06. 2017 г.)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

На современном этапе развития техники возникают задачи, связанные с разработкой проектирования технических устройств на базе реализации вычислительных методов математического моделирования. Для широкого развития работ в данном направлении, необходимо готовить специалистов, владеющих знаниями в области как численных методов расчета, применяемых в различных отраслях техники, так и элементарными сведениями об эксплуатации технических конструкций.

Особенно важно уметь применять изучаемые методы математического моделирования на базе современных методов численного расчета для решения конкретных примеров, используемых в технике. При этом важно уметь перейти от физической модели к математической модели с целью реализации методов математического моделирования. Как известно, «Метод математического моделирования, сводящий исследования явлений внешнего мира к математическим задачам, занимает ведущее место среди других методов исследования, особенно с появлением ЭВМ» (Математическая энциклопедия, т.3, стр.575, изд. Советская энциклопедия, - М,: 1982) В связи с этим необходимо разрабатывать новые спецкурсы, в которых отражены были бы вопросы моделирования нелинейных и линейных систем, реализацию решений технических задач на ПЭВМ, отработка навыков расчета.

Все, вышеотмеченное показывает необходимость изучения данной дисциплины. Имеется обширная литература по данному предмету (см. литературу). Однако кроме теоретических предпосылок и основ решения задач возникает необходимость научить студентов создавать алгоритмы и программы, с помощью которых можно решить практические задачи и проблемы, особенно это, важно на современном этапе развития в связи с введением экономоёмких технологий при разработке современных машин и устройств.

Дисциплина вузовского компонента «Методы решения задач моделирования в технике» предназначена для формирования прочных знаний и практических навыков в области математического моделирования, алгоритмизации, применении информационных технологий и программного обеспечения в технике.

Целью дисциплины специализации является формирование понятий и представлений о численных методах решения задач математического моделирования в технике; научить численным методам поиска решений и показать использование этих методов на конкретных примерах. Для достижения поставленной цели требуется решить следующие **задачи**: формирование практических навыков аналитического и численного решения краевых задач одномерного и многомерного поиска, построение алгоритмов решения таких задач. Особое внимание уделяется методам практического решения задач на ПЭВМ. После изучения этого спецкурса студенты должны: знать и уметь использовать на практике современные аналитические и численные методы решения типовых поставленных задач; обладать навыками алгоритмической и программной реализации изучаемых задач.

Задачами дисциплины являются:

– ознакомление студентов с современные аналитические и численные методы решения типовых поставленных задач на основе современных информационных технологий

– анализ возможности использования различных численных методов и языков программирования;

– усвоение основных методов разработки алгоритмов, принципов работы;

– применение навыков программирования для решения технических задач;

– формирование умений и навыков разработки алгоритмов решения различных задач и их реализации на языках программирования.

При изучении спецкурса используются знания дисциплины «Численные методы», «Методы оптимизации», «Элементы функционального анализа» и «Методы программирования».

По окончанию изучения спецкурса студенты сдают зачет, согласно учебному плану специальности.

В результате изучения дисциплины **студент должен:**

знать:

– Математические теории в области «Численных методов»;

– новые современные языки программирования, позволяющие создавать методы расчета технических задач;

уметь:

– проектировать приложения в среде Delphi 7.0 и с помощью других языков программирования;

– использовать современные технологии разработки программ;

– использовать современные средства программирования для создания оригинальных программных продуктов;

владеть:

– новыми современными математическими теориями и языками программирования;

– методами обеспечения заданного уровня качества программ;

– методами отладки программ;

– методами использования библиотечных функций.

Форма получения образования – дневная. Дисциплина изучается студентами 4 курса специальности 1-31 03 03-02 «Прикладная математика (научно-педагогическая деятельность)» в __ семестре. Общее количество часов – 64 (1.5 зач. ед.); аудиторное количество часов — 34, из них: лекции — 12, лабораторные занятия — 18 управляемая самостоятельная работа (УСР) — 4. Форма отчётности — зачет (7 семестр).

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1 Методы решения одномерных линейных задач, используемых в технике.

1 Методы моделирования задач в технике

Понятие о моделировании. Математическое моделирование техсистем. Примеры. Основные этапы исследования деформированных тел.

2 Матричные формы решения основных уравнений краевых задач.

Примеры представления уравнений для изгиба балки на упругом основании. Метод начальных параметров. Алгоритм построения решений.

3 Численные методы решения задачи Коши.

Метод Эйлера и метод трапеции. Метод Рунге-Кутта и метод разложения в ряд Тэйлора. Обобщенный метод начальных параметров. Написать текст программы.

4 Метод прогонки при решении технических задач.

Основные зависимости метода. Последовательность вычислительных операций. Примеры решений.

Раздел 2 Методы решения нелинейных задач в технике

Методы Ньютона–Рафсона для решения нелинейных задач.

Понятие о методе. Примеры решения. Метод шагового нагружения.

Раздел 3 Сеточные методы для решения многомерных краевых задач

1 Метод сеток (конечных разностей)

Интерполирующие полиномы для функции одной переменной. Формулы для определения производных .Задача Дирихле для. оператора Лапласа.

2 Расчет технических задач на основании численного решения уравнения теплопроводности. Начальные и граничные условия. Численные метод решения уравнения теплопроводности.

3 Метод сеток для гиперболического типа уравнений. Задача колебания струны

Раздел 4 Вариационные методы при решении технических задач моделирования.

1Метод Ритца.

Основные положения метода. Примеры использования для исследования изгиба балок. Определение упругой линии для балки лежащей на упругом основании.

2 Метод Галеркина для решения краевых задач.

Основные положения метода. Примеры использования метода. Примеры расчета пластин.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Всего часов	Количество аудиторных часов				Материальное обеспечение занятия (наглядные, методические пособия и др.)	Литература	Формы контроля знаний
			лекции	практические (семинарские) занятия	Лабораторные занятия	контролируемая самостоятельная			
1	. **Методы решения одномерных линейных задач, используемых в технике**	16	8	–	8	–			
1.1	*Методы моделирования задач в технике*. . Понятие о моделировании. Математическое моделирование техсистем. Примеры. Основные этапы исследования деформированных тел.	**2**	**2**	–		–		[1 [3] [5] [6] [7] [8] [9]	Защита отчетов по лабораторным работам
1.2	*Матричные формы решения основных уравнений краевых задач.* Примеры представления уравнений для изгиба балки на упругом основании. Метод начальных параметров. Алгоритм построения решений.	**2**	**2**	–		–		[1 [3] [5] [6] [7] [8] [9]	Защита отчетов по лабораторным работам
1.3	*Численные методы решения задачи Коши.* Метод Эйлера и метод трапеции. Метод Рунге-Кутта и метод разложения в ряд Тэйлора. Обобщенный метод начальных параметров.	**6**	**2**	–	**4**	–		[1 [3] [5] [6] [7] [8] [9]]	Защита отчетов по лабораторным работам
1.4	*Метод прогонки при решении технических задач* Основные зависимости метода. Метод прогноза и коррекции. Примеры решений.	**6**	**2**	–	**4**	–		[2] [3] [5] [6]	Защита отчетов по лабораторным работам

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Всего часов	Количество аудиторных часов				Материальное обеспечение занятия (наглядные, методические пособия и др.)	Литература	Формы контроля знаний
			лекции	практические (семинарские) занятия	Лабораторные занятия	контролируемая самостоятельная			
								[7] [8] [9]	
2	Методы решения нелинейных задач в технике.	**2**			**2**			[5] [9]	
2.1	Методы Ньютона–Рафсона для решения нелинейных задач. Понятие о методе. Примеры решения.	**2**			**2**			2] [3] [5] [6] [7	
2.2	Текущий контроль успеваемости студентов по разделу №1,2								Контрольная работа
3	Сеточные методы для решения многомерных краевых задач	12	4	–	8				
3.1	*Метод сеток для решения двумерных краевых задач.* Основные зависимости. Примеры и решения задач параболического типа. Задача Дирихле для оператора Лапласа.	**6**	**2**	–	**4**	–		[2] [3] [5] [6] [7] [8]	Защита отчетов по лабораторным работам Контрольная работа
3.2	*Расчет технических задач на основании численного решения уравнений*. Примеры и решения задач гиперболических типа. Задача колебания струны	**6**	**2**	–	**4**			[2] [3] [5] [6] [7]	Защита отчетов по лабораторным работам

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Всего часов	Количество аудиторных часов				Материальное обеспечение занятия (наглядные, методические пособия и др.)	Литература	Формы контроля знаний
			лекции	практические (семинарские) занятия	Лабораторные занятия	контролируемая самостоятельная			
3.3	Текущий контроль успеваемости студентов по разделу № 2								Защита отчетов по лабораторным работам
4	Вариационные методы при решении технических задач моделирования	**4**	**-**			**4**			
4.1	*Метод Ритца.* Основные положения метода. Примеры использования для исследования изгиба балок. Определение упругой линии для балки лежащей на упругом основании	**2**		–		**2**		1] [3] [5] [6] [8] [9]]	Защита отчетов по лабораторным работам
4.2	*Метод Галеркина для решения краевых задач.* Основные положения метода. Примеры использования метода. Примеры расчета пластин.	**2**		–		**2**		[1] [3] [5] [6] [8] [9]	Защита отчетов по лабораторным работам
	Итого	**34**	**12**		**18**	**4**			
	Текущий контроль успеваемости студентов								зачет

НФОРМАЦИОННО - МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Примерный перечень лабораторных работ

1. Решение технических задач, используя приближенное решение граничных задач Коши методом Эйлера.
2. Решение технических задач, используя приближенное решение граничных задач Коши методом Рунге-Кутта.
3. Решение технических задач, используя приближенное решение граничных задач Коши методом прогноза и коррекции
4. Методы Ньютона–Рафсона для решения нелинейных задач.
5. Решение краевой задачи дифференциального уравнения второго порядка методом прогонки. Техническая задача
6. Решение технических задач методом сеток. Задача Дирихле для уравнения Лапласа
7. Решение смешанной задачи для уравнений гиперболического типа методом сеток.
8. Решение смешанной задачи для уравнений параболического типа методом сеток.
9. Численное решение технических задач

Рекомендуемые формы контроля знаний

1. Тестовые задания
2. Реферативные работы
3. Защита лабораторных работ

Рекомендуемая литература

Основная

1. Применение математических методов и ЭВМ под редакцией А.Н.Останина-Мн: Выш.шк.,1989.
2. Бахвалов Н.С. Численные методы - М: Наука,1973.
3. Демидович Б.П. Основы вычислительной математики – М., Наука, 1966.
4. Чувиковский В.С. Численные методы решения одномерных задач строительной механии корабля. - Л., Судостроение, 1966.
5. Постнов В.А. Численные методы расчетов судовых конструкций - Л., Судостроение, 1977.
6. Алгоритмы и программы решения задач механики твердого тела Под ред. Я.М. Григоренко. - Киев, Навукова думка,1976.
7. Варвак П.М., Варвак Л.П. Метод сеток в задачах расчета строительных конструкций. - М., Стройиздат, 1977.
8. Рихтмайер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач - М., Мир, 1972.
9. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике. - М., Наука,1970.

Дополнительная

10. Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. – М.: Стройиздат, 1982. – 448с.
11. Розин Л.А. Вариационные постановки задач для упругих систем. – Л., Изд-во Ленинградск. ун-та ,1978.
12. Ортега Дж., Пул У. Введение в численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. – М., Наука, 1987.

4.2 Перечень рекомендуемой литературы по дисциплине «Методы решения задач моделирования в технике»

Основная

1. Применение математических методов и ЭВМ под редакцией А.Н.Останина. – Мн: Выш.шк.,1989.
2. Бахвалов Н.С. Численные методы. – М: Наука,1973.
3. Демидович Б.П. Основы вычислительной математики. – М., Наука, 1966.
4. Чувиковский В.С. Численные методы решения одномерных задач строительной механии корабля. – Л., Судостроение, 1966.
5. Постнов В.А. Численные методы расчетов судовых конструкций. – Л., Судостроение, 1977.
6. Алгоритмы и программы решения задач механики твердого тела Под ред. Я.М. Григоренко. - Киев, Навукова думка,1976.
7. Варвак П.М., Варвак Л.П. Метод сеток в задачах расчета строительных конструкций. - М., Стройиздат, 1977.
8. Рихтмайер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. – М., Мир, 1972.
9. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике. – М., Наука,1970.

Дополнительная

10. Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. – М.: Стройиздат, 1982. – 448с.
11. Розин Л.А. Вариационные постановки задач для упругих систем. – Л., Изд-во Ленинградск. ун-та ,1978.
12. Ортега Дж., Пул У. Введение в численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. – М., Наука, 1987.