

Полная кратность разнесения сигналов в системах с многоканальной передачей и приемом сигналов при коррелированных рэлеевских замираниях

В.П. ТУЗЛУКОВ

Передача сигналов в соответствии с диаграммой направленности антенны и их сложение в месте приема являются простыми в реализации линейными операциями, позволяющими получать значительный выигрыш при эксплуатации многоканальных систем при пространственном разнесении сигналов. В настоящее время отмечается растущий интерес к исследованию и эксплуатации подобной технологии в системах с частотным разделением каналов, использующих ограниченную глубину обратной связи от приемной стороны к передающей. Подобные технологии используют множество векторов диаграммы направленности антенны, что затрудняет вывод математического выражения для вероятности ошибки в строгом виде и определение приемлемых границ сверху и снизу. Необходимо гарантировать выбор векторов диаграммы направленности передающей антенны и сложения сигналов в месте приема так, чтобы достигалась полная кратность разнесения сигналов.

Ключевые слова: Диаграмма направленности антенны, коррелированные замирания, разнесенный прием, многоканальные системы, рэлеевский канал.

The transmission of signals in accordance with the antenna pattern and their combination at the receiving point are simple in the implementation and linear in nature operations that make it possible to obtain a significant gain when operating multichannel systems with spatial diversity of signals. At present, there is a growing interest in researching and operating such a technology in systems with frequency division channels, using a limited depth of feedback from the receiving side to the transmitter. Such technologies often use multiple vectors of the antenna pattern, which makes it difficult to derive a mathematical expression for the error probability in pure form and to determine acceptable boundaries from above and below. It is necessary to guarantee the selection of the vectors of the radiation pattern of the transmitting antenna and the combination of signals at the receiving site in such a way that the full diversity of the signals is achieved. Therefore, it is very important to clearly define the necessary and sufficient conditions ensuring the full diversity of the signal diversity under the condition of the presence of correlated Rayleigh fading in the communication channel.

Keywords: beam forming, correlated Rayleigh fading, diversity methods, MIMO systems, Rayleigh channel.

Введение. Передача сигналов в соответствии с диаграммой направленности передающей антенны и их сложение в месте приема являются линейными процедурами, повышающими мощность сигнала и уменьшающими уровень флуктуаций в месте приема при наличии замираний в канале связи [1]. В течение последних 50 лет основное внимание в исследованиях передачи сигналов в соответствии с диаграммой направленности передающей антенны и их сложения в месте приема было направлено на применение систем с одноканальным/многоканальным входом и многоканальным/одноканальным выходом, используя методы многоканальной обработки сигналов. Для подобных систем математический анализ и получение строгого математического выражения вероятности ошибки в общем виде представляет собой трудную математическую задачу. В [2] было предложено строгое математическое определение вероятности ошибки для нескольких частных случаев, широко используемое для сравнения методов передачи сигналов в соответствии с диаграммой направленности передающей антенны, многоканальной обработки сигналов, сложения сигналов в месте приема, и анализа передачи сигналов по каналу связи с учетом замираний сигнала.

Последние несколько лет большой интерес вызывает анализ систем связи с многоканальной передачей и обработкой сигналов в месте приема, использующих одновременно множество передающих и приемных антенн [3], [4]. В этих системах многоканальная передача сигналов в соответствии с диаграммой направленности передающей антенны и сложение их приемной антенной осуществляется одновременно. Вектора диаграммы направленности передающей антенны и сложения сигналов в месте приема при многоканальной обработке должны быть согласованы [5]–[8]. Получение строгого математического выражения для вероятности ошибки, которое можно было бы без особого затруднения анализировать при мно-

гоканальной передаче сигналов в соответствии с диаграммой направленности передающей антенны и их сложении в месте приема при многоканальной обработке приемной антенной, является сложной, но решаемой задачей. В связи с этим, асимптотические определения коэффициента усиления антенной решетки и кратности разнесения сигналов при передаче/приеме сигналов часто используются для сравнения различных методов разнесенного приема сигналов.

Кратность разнесения (число независимых копий сигнала) была определена для многоканальных систем специфического назначения в соответствии с диаграммой направленности при передаче сигналов и их сложении в месте приема, используя каналы без запоминания данных и с некоррелированными рэлеевскими замираниями. К таким специфическим системам относятся системы с многоканальной обработкой сигналов: оптимальная передача и оптимальное сложение сигналов в месте приема [5], [9]; выборочное разнесение при передаче и оптимальное сложение сигналов в месте приема [6]; одинаковый коэффициент передачи и оптимальное сложение сигналов в месте приема [7]; одинаковый коэффициент передачи и выборочное сложение разнесенных сигналов в месте приема [7]; одинаковые коэффициенты передачи и сложения сигналов в месте приема [7]; ступенчатая диаграмма направленности передающей антенны [7], [8]. Для каждой из этих систем диаграмма направленности передающей антенны выбирается из некоторого множества возможных векторов диаграммы направленности, а вектор сложения сигналов в месте приема выбирается из некоторого множества возможных векторов сложения. Эти множества могут быть бесконечными или конечными, например, квантованные методы [7], [8]. За исключением настоящей статьи, точные характеристики для множества возможных векторов диаграммы направленности передающей антенны и сложения сигналов в месте приема, гарантирующие полную кратность разнесения сигналов в месте приема при передаче и приеме сигналов в условиях коррелированных рэлеевских замираний в канале связи, еще не получены. По этой причине, в настоящей статье мы определяем необходимые и достаточные условия для выбора множества векторов формирования диаграммы направленности передающей антенны и сложения сигналов в месте приема, которые обеспечивают полную кратность разнесения (полный набор независимых копий сигнала) при передаче сигналов по каналам связи без памяти данных и с коррелированными рэлеевскими замираниями. Некоррелированные рэлеевские замирания рассматриваются здесь как частный случай.

Математический анализ выполняется для произвольных методов модуляции передаваемых сигналов, где кратность разнесения сигналов, используя системы с оптимальными передачей и сложением сигналов в месте приема и с выборочным разнесением, используя каналы связи без запоминания данных и некоррелированными рэлеевскими затуханиями, задается для определения числа передающих и приемных антенн. Предполагаем линейное сложение сигналов в месте приема и используем модель рэлеевских замираний в канале связи из [9]–[11]. Результаты моделирования вероятности ошибки для систем с конечным числом передающих и приемных антенн подтверждают справедливость наших теоретических исследований. Моделирование осуществлялось генерированием случайных выборок векторов диаграммы направленности передающей антенны и сложения сигналов в месте приема.

Анализ модели системы. Мы рассматриваем многоканальную систему с M_t передающими и M_r приемными антеннами и канал связи без памяти данных с рэлеевскими замираниями. Используя диаграмму направленности передающей антенны и методы сложения сигналов в месте приема, принимаемый сигнал есть $y_k = (\mathbf{z}^* \mathbf{H} \mathbf{w}) s_k + \mathbf{z}^* \mathbf{n}$, где s_k – одномерный вещественный ($s_k \in \mathcal{R}$) или комплексный ($s_k \in \mathcal{C}$) символ, переданный по k -му каналу; \mathbf{H} – матрица коэффициентов канала связи размером $M_r \times M_t$; \mathbf{w} – $1 \times M_t$ вектор-столбец формирования диаграммы направленности передающей антенны; \mathbf{z} – $1 \times M_r$ вектор-столбец сложения сигналов в месте приема; \mathbf{n} – $1 \times M_r$ вектор-столбец аддитивного шума канала связи; символ $*$ обозначает сопряженное транспонирование. Полагаем, что элементы n_p вектор-столбца \mathbf{n} распределены в соответствии с нормальным законом $\mathcal{GN}^\circ(0, \sigma_n^2)$ с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_n^2 . Все элементы вектор-столбца \mathbf{n} независимы меж-

ду собой, т. е., элемент n_p независим от элемента n_q , если $p \neq q$. Полагаем, что передаваемая группа сигналов должна быть нормализована так, что энергия передаваемого сигнала равна $\mathcal{E} = E_{s_k} [|s_k|^2]$, и символ $|\cdot|$ обозначает абсолютную величину. Сигналы, передаваемые по разным каналам связи, некоррелированы между собой, $E_{s_k, s_l} [s_k^* s_l] = 0$ при $k \neq l$.

Множества, из которых выбираются вектора диаграммы направленности передающей антенны и сложения сигналов в месте приема, играют важную роль. Множество, по которому оптимизируется функция стоимости, называется допустимым множеством оптимизации [12]. Мы будем называть множество всех возможных векторов диаграммы направленности передающей антенны допустимым множеством формирования направления передаваемых сигналов, а множество всех возможных векторов сложения сигналов в месте приема допустимым множеством векторов сложения сигналов в месте приема. Например, система с выборочным разнесением использует допустимое множество формирования направления передаваемых сигналов, состоящее из столбцов единичной матрицы размером $M_r \times M_r$, и допустимое множество векторов сложения сигналов в месте приема, состоящее из столбцов единичной матрицы размером $M_t \times M_t$. Коррелированность рэлеевских замираний в канале связи для многоканальной системы может быть представлено следующей моделью замираний: $\mathbf{H} = \sqrt{\mathbf{R}_R} \mathbf{G} \times \sqrt{\mathbf{R}_T}$, где $\mathbf{R}_R = \sqrt{\mathbf{R}_R^* \mathbf{R}_R}$ и $\mathbf{R}_T = \sqrt{\mathbf{R}_T \mathbf{R}_T^*}$ – ковариационные матрицы в месте приема и передачи сигналов, соответственно; \mathbf{G} – матрица, элементы которой $g_{p,q}$ являются случайными величинами нормального закона распределения с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией $\mathcal{CN}(0, \sigma_n^2)$. Элементы матрицы \mathbf{G} не зависят друг от друга. Аналогичная модель была предложена в [9] и экспериментально подтверждена в [10]. Эта модель также предлагается стандартом IEEE 802.11 [13].

В настоящей работе мы полагаем, что \mathbf{R}_R и \mathbf{R}_T – матрицы полного ранга. Если $\mathbf{R}_T = \mathbf{I}_{M_t}$, \mathbf{I}_{M_t} – единичная матрица размером $M_t \times M_t$, и $\mathbf{R}_R = \mathbf{I}_{M_r}$, \mathbf{I}_{M_r} – единичная матрица размером $M_r \times M_r$, модель представляет собой множество передающих и приемных систем при некоррелированных рэлеевских замираниях в канале связи. Аналогично как для систем с коррелированными, так и для систем с некоррелированными рэлеевскими замираниями, канал связи моделируется как квазистатический канал с замираниями. Вектора \mathbf{z} и \mathbf{w} выбираются для каждого канала с целью минимизации вероятности ошибки. При фиксированной матрице \mathbf{H} принимаемый сигнал будет обладать следующим отношением сигнал/помеха

$$Q_r = \frac{|\mathbf{z}^* \mathbf{H} \mathbf{w}|^2 \mathcal{E}}{\|\mathbf{z}\|_2^2 \sigma_n^2} = \frac{\mathcal{G}_r \mathcal{E}}{\sigma_n^2}, \quad (1)$$

где $\|\cdot\|_2$ – евклидова норма; \mathcal{G}_r – эффективный коэффициент усиления канала связи системы с одноканальными входом и выходом. Заметим, что (1) представляет собой мгновенное или текущее значение отношения сигнал/помеха в смысле матрицы \mathbf{H} .

Усреднение значения отношения сигнал/помеха выполняется по шуму и переданному символу. Для любого данного символа средняя энергия, зависящая от диаграммы направленности передающей антенны, определяется как $\|\mathbf{w}\|_2^2 \mathcal{E}$. Для корректного сравнения мощности переданных символов полагаем $\|\mathbf{w}\|_2 = 1$. Выражение (1) также изменяется, если вектор \mathbf{z} умножается на любое ненулевое комплексное число. Без потери общности, полагаем $\|\mathbf{z}\|_2 = 1$. После выбора векторов направленности диаграммы передающей антенны и сложения сигналов в месте приема, наша модель есть система с одноканальными входом и выходом с замираниями $\mathbf{z}^* \mathbf{H} \mathbf{w}$ и шумом $\mathbf{z}^* \mathbf{n}$ в канале связи и эффективным коэффициентом усиления канала связи

$$\mathcal{G}_r = |\mathbf{z}^* \mathbf{H} \mathbf{w}|^2. \quad (2)$$

Полагаем, вектор-столбцы \mathbf{z} , \mathbf{w} , матрица \mathbf{H} известны точно в месте приема. При передаче сигналов требуется информация о векторе-столбце \mathbf{w} . Подобный аналитический подход применяется для систем при отсутствии информации о матрице \mathbf{H} в месте передачи сигналов

Вектор-столбец \mathbf{w} определяется в месте приема. Используя ограниченную обратную связь, информация о векторе-столбце \mathbf{w} передается передатчику. Мгновенное значение вероятности ошибки для произвольного типа модуляции переданного сигнала выражается условной вероятностью ошибки на символ $P_s(\text{ошибка} | Q_r)$ для канала связи с аддитивным белым гауссовским шумом при данном отношении сигнал/помеха в месте приема. Эта функция убывает с ростом Q_r . Средняя вероятность ошибки на символ $P_s^{ou} = E_{\mathbf{H}}[P_s(\text{ошибка} | Q_r)]$ определяется математическим ожиданием по отношению к матрице \mathbf{H} . Для минимизации условной вероятности ошибок полагаем, что приемное устройство выбирает вектора \mathbf{w} и \mathbf{z} так, что отношение сигнал/помеха в (1) максимальное. Тогда приемник посылает передатчику оптимальный вектор-столбец \mathbf{w} диаграммы направленности передающей антенны. Заметим, что в этом случае, если допустимое множество векторов диаграммы направленности передающей антенны конечно, то вектор-столбец \mathbf{w} может быть передан передатчику по обратной связи, используя ограниченное число бит.

Вывод точного математического выражения для вероятности ошибки P_s^{ou} при произвольных подходах к алгоритмам сложения сигналов в месте приема является большой проблемой. Эта проблема может быть решена. Используем полный набор передающих M_t и приемных M_r антенн независимо от замираний в канале связи, характерных для систем с многоканальными входом и выходом. Введем ограничения на кратность разнесения сигналов при формировании диаграммы направленности передающей антенны и сложения сигналов в месте приема. В этом случае, эти системы обладают кратностью разнесения сигналов D и коэффициентом усиления антенной решетки A , если средняя вероятность ошибки на символ уменьшается пропорционально $A(\mathcal{E}/\sigma_n^2)^D$ при $(\mathcal{E}/\sigma_n^2) \rightarrow \infty$. Для многих специфических случаев было показано, что системы с оптимальными передачей и сложением сигналов в месте приема и выборочным разнесением для многоуровневой фазовой и квадратурной амплитудной модуляции сигналов [5], [12] обеспечивают полную кратность разнесения сигналов в месте приема. Системы с выборочным разнесением с многоуровневой фазовой и квадратурной амплитудной модуляции сигналов анализировались в [14] и [15], соответственно.

Необходимые и достаточные условия. Рассмотрим необходимые и достаточные условия формирования допустимых множеств векторов диаграммы направленности передающей антенны и сложения сигналов в месте приема. Используем эффективный коэффициент канала связи (2) вместо отношения сигнал/помеха на входе приемного устройства.

Теорема: Система связи, использующая диаграмму направленности антенны и сложение переданных сигналов в месте приема при наличии канала связи без памяти данных и коррелированных рэлеевских замираний, обеспечивает полную кратность разнесения тогда и только тогда, когда векторы диаграммы направленности антенны заполняют допустимое множество \mathcal{G}^{M_t} и векторы сложения сигналов в месте приема заполняют допустимое множество \mathcal{G}^{M_r} .

Доказательство: Докажем достаточность условий. Полагаем, что вектора диаграммы направленности антенны и сложения сигналов в месте приема заполняют допустимые множества \mathcal{G}^{M_t} и \mathcal{G}^{M_r} , соответственно. Кратность разнесения сигналов всегда будет меньше или равна $M_t \times M_r$, потому, что существует только $M_t \times M_r$ независимых параметров замирания. Обозначим допустимое множество векторов диаграммы направленности антенны \mathcal{W} и допустимое множество векторов сложения сигналов в месте приема \mathcal{Z} . Мы можем определить невырожденную (обратимую) матрицу $\mathbf{B} = \sqrt{\mathbf{R}_T} \mathcal{W} = \sqrt{\mathbf{R}_T} [\mathbf{w}_1 \mathbf{w}_2 \cdots \mathbf{w}_{M_t}]$, где $\mathbf{w}_i \in \mathcal{W}$ для $\forall i$. Аналогично, можно определить невырожденную (обратимую) матрицу $\mathbf{C} = \sqrt{\mathbf{R}_R^*} \mathcal{Z} = \sqrt{\mathbf{R}_R^*} [\mathbf{z}_1 \mathbf{z}_2 \cdots \mathbf{z}_{M_r}]$, где $\mathbf{z}_i \in \mathcal{Z}$, $\forall i$. Так как матрицы невырожденные или обратимые, мы можем определить декомпозицию сингулярного числа каждой матрицы $\mathbf{B} = \mathbf{V}_L \mathbf{\Lambda} \mathbf{V}_R$ и $\mathbf{C} = \mathbf{U}_L \mathbf{F} \mathbf{U}_R$, где \mathbf{V}_L и \mathbf{V}_R – унитарные матрицы размером $M_t \times M_t$; $\mathbf{\Lambda}$ – диагональная матрица с элементами $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_{M_t} > 0$; \mathbf{U}_L и \mathbf{U}_R – унитарные матрицы размером $M_r \times M_r$; \mathbf{F} – диагональная матрица с элементами $f_1 \geq f_2 \geq \dots \geq f_{M_r} > 0$. Для этой системы

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_r &= \max_{\mathbf{w} \in \mathcal{W}^e} \max_{\mathbf{z} \in \mathcal{Z}} |\mathbf{z}^* \mathbf{H} \mathbf{w}|^2 \geq \max_{1 \leq p \leq M_r} \max_{1 \leq q \leq M_t} |\mathbf{z}_p^* \mathbf{H} \mathbf{w}_q|^2 = \max_{1 \leq p \leq M_r} \max_{1 \leq q \leq M_t} |(\mathbf{U}_R)_p^* \mathbf{F} \mathbf{U}_L^* \mathbf{G} \mathbf{V}_L \mathbf{\Lambda} (\mathbf{V}_R)_q|^2 \\ &\stackrel{d}{=} \max_{1 \leq p \leq M_r} \max_{1 \leq q \leq M_t} |(\mathbf{U}_R^* \mathbf{F} \mathbf{G} \mathbf{\Lambda} \mathbf{G}_R)_{(p,q)}|^2 \geq \frac{1}{M_t M_r} f_{M_r}^2 \lambda_{M_t}^2 \max_{1 \leq p \leq M_r} \max_{1 \leq q \leq M_t} |g_{p,q}|^2, \end{aligned} \quad (3)$$

где $(\mathbf{A})_p$ – p -й столбец матрицы \mathbf{A} ; $(\mathbf{A})_{p,q}$ – (p,q) -й элемент матрицы \mathbf{A} ; $\stackrel{d}{=}$ – означает эквивалентность в распределении. В (3) используется инвариантность комплексных стандартных (нормальных) матриц по отношению к унитарному преобразованию. При выводе (3) использовались преобразования из [16]. Отмечая, что максимум по всем элементам $|g_{p,q}|^2$ есть эффективный коэффициент канала связи для систем с выборочным разнесением, вероятность ошибки равна $P_s^{ou} \leq E_G[P_s(\text{ошибка} | (M_t M_r)^{-1} f_{M_r}^2 \lambda_{M_t}^2 Q_{rSD})]$, где $Q_{rSD} = \max_{1 \leq p \leq M_r} \max_{1 \leq q \leq M_t} |g_{p,q}|^2 \mathcal{E} / \sigma_n^2$. Мы получили вероятность ошибки на символ для некоррелированных рэлеевских замираний в канале связи для системы с выборочным разнесением с коэффициентом $(M_t M_r)^{-1} f_{M_r}^2 \lambda_{M_t}^2$, который обеспечивает кратность $M_t M_r$. Таким образом, доказано, что рассматриваемая система связи обладает кратностью разнесения сигналов порядка $M_t M_r$.

Докажем необходимое условие. Пусть подмножество S_{q_r} , покрываемое векторами из допустимого множества \mathcal{W}^e , после умножения на $\sqrt{\mathbf{R}_T}$ имеет размерность M_{q_r} . Пусть подмножество S_z , покрываемое векторами из допустимого множества \mathcal{Z} , после умножения на $\sqrt{\mathbf{R}_R}$ имеет размерность M_z . При условии $M_{q_r} M_z < M_t M_r$ можно определить матрицу \mathbf{V} размером $M_t \times M_{q_r}$, покрывающую подмножество S_{q_r} , и матрицу \mathbf{U} размером $M_r \times M_z$, покрывающую подмножество S_z , полагая $\mathbf{V}^* \mathbf{V} = \mathbf{I}_{M_{q_r}}$ и $\mathbf{U}^* \mathbf{U} = \mathbf{I}_{M_z}$. Для обеих матриц мы можем создать квадратичные унитарные матрицы $\bar{\mathbf{V}}$ и $\bar{\mathbf{U}}$, соединяя в цепочку ортогональные векторы размером $M - M_{q_r}$ и $M_r - M_z$ с матрицами \mathbf{V} и \mathbf{U} , соответственно. Следовательно,

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_r &= \max_{\mathbf{w} \in \mathcal{W}^e} \max_{\mathbf{z} \in \mathcal{Z}} |\mathbf{z}^* \mathbf{H} \mathbf{w}|^2 \leq \max_{\mathbf{a}: \mathbf{a}^* \mathbf{a} = 1} \max_{\mathbf{d}: \mathbf{d}^* \mathbf{d} = 1} \beta |\mathbf{d}^* \mathbf{U}^* \mathbf{G} \mathbf{V} \mathbf{a}|^2 = \max_{\mathbf{a}: \mathbf{a}^* \mathbf{a} = 1} \max_{\mathbf{d}: \mathbf{d}^* \mathbf{d} = 1} \beta \left| \begin{pmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}^* \bar{\mathbf{U}}^* \mathbf{G} \bar{\mathbf{V}} \begin{pmatrix} \mathbf{a} \\ \tilde{\mathbf{0}} \end{pmatrix} \right|^2 \\ &\stackrel{d}{=} \max_{\mathbf{a}: \mathbf{a}^* \mathbf{a} = 1} \max_{\mathbf{d}: \mathbf{d}^* \mathbf{d} = 1} \beta \left| \begin{pmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}^* \mathbf{G} \begin{pmatrix} \mathbf{a} \\ \tilde{\mathbf{0}} \end{pmatrix} \right|^2 = \beta \|\mathbf{G}_{(1:M_z, 1:M_{q_r})}\|_2^2, \end{aligned} \quad (4)$$

$\beta = \|\mathbf{R}_T\|_2 \times \|\mathbf{R}_R\|_2$, $\mathbf{0}$ и $\tilde{\mathbf{0}}$ – нулевые векторы; $\mathbf{G}_{(1:M_z, 1:M_{q_r})}$ – матрица, образованная из первых M_z строк и M_{q_r} столбцов; \mathcal{G}_r – эффективный коэффициент канала связи для $M_{q_r} \times M_z$ системы с оптимальными передачей и сложением сигналов в месте приема с антенной решеткой, обладающей переменными коэффициентами направленного действия. Тогда, $P_s^{ou} \geq E_G[P_s(\text{ошибка} | \|\mathbf{R}_T\|_2 \times \|\mathbf{R}_R\|_2 Q_{rMRC})]$, $Q_{rMRC} = \|\mathbf{G}_{(1:M_z, 1:M_{q_r})}\|_2^2 \mathcal{E} / \sigma_n^2$. Отметим, $M_{q_r} \times M_z$ система связи с оптимальными передачей и сложением сигналов в месте приема обеспечивает кратность разнесения порядка $M_t \times M_r$. Так как это граничное значение справедливо для произвольного отношения \mathcal{E} / σ_n^2 , можно сделать вывод, что система связи не достигает полного разнесения сигналов.

Результаты моделирования. Моделирование проводилось методом Монте-Карло. Алгоритмы формирования диаграммы направленности антенны и сложения сигналов генерировались случайным образом. Демонстрируется важность полного покрытия допустимого множества \mathcal{G}^M векторами диаграммы направленности антенны. Для системы $M_t = 2$, $M_r = 1$ используется двоичная фазовая модуляция передаваемого сигнала при наличии 2-х допустимых множеств векторов формирования диаграммы направленности передающей антенны. Результаты представлены в виде функциональной зависимости вероятности ошибки на символ от отношения сигнал / помеха на входе приемной антенны (рисунок 1). Первое допустимое множество содержит $\{\mathbf{w}_1\}$. Для этой системы кратность разнесения сигналов равна 1. При моделировании

системы второго порядка использовалось множество $\{\mathbf{w}_1, \sqrt{0.99}\mathbf{w}_1 + \sqrt{0.01}\mathbf{w}_2\}$, где $\mathbf{w}_1^* \mathbf{w}_2 = 0$. Из рисунка 1 видно, что добавление второго вектора с большим значением коэффициента корреляции относительно первого вектора гарантирует полную кратность разнесения сигналов. Вероятность ошибки на символ, когда допустимое множество векторов, формирующих диаграмму направленности передающей антенны, состоит из $\{\mathbf{w}_1, \sqrt{0.99}\mathbf{w}_1 + \sqrt{0.01}\mathbf{w}_2\}$, представлена на рисунке 1 для демонстрации зависимости коэффициента передачи антенной решетки от степени коррелированности между двумя векторами, что хорошо согласуется с [8].

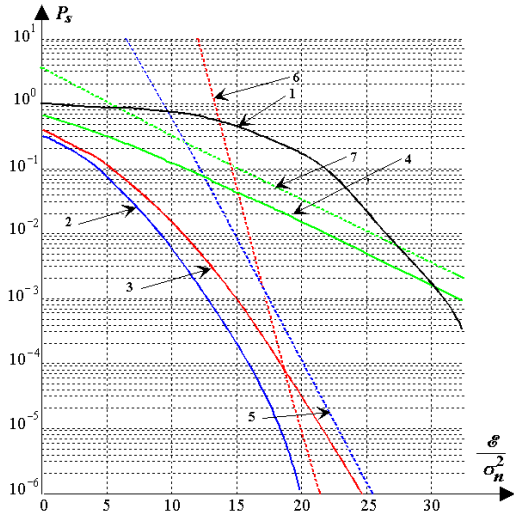


Рисунок 1 – Вероятность ошибки; система $M_t = 2, M_r = 1$: 1 – случайное разнесение, кратность 1; 2 – случайное разнесение, коэффициент корреляции 0,99; 3 – случайное разнесение, коэффициент корреляции 0,95; 4 – асимптотическое разнесение, кратность 1; 5 – асимптотическое разнесение, кратность 2.

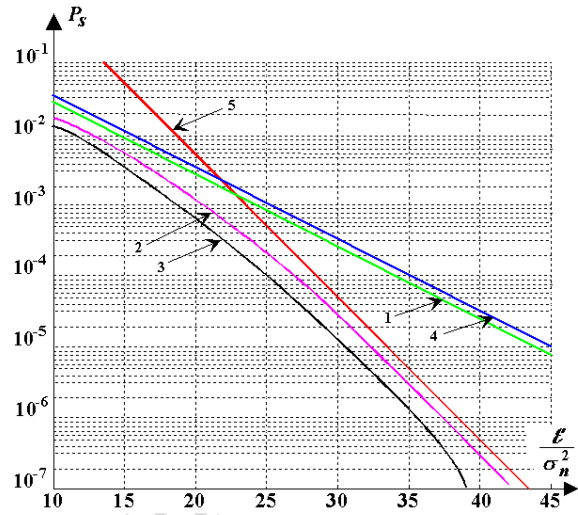


Рисунок 2 – Вероятность ошибки; система $M_t = 4, M_r = 2$: 1 – случайное разнесение, коэффициент корреляции 0,95; 2 – случайное разнесение, кратность 8; 3 – случайное разнесение, кратность 4; 4 – случайное разнесение, кратность 1; 5 – асимптотическое разнесение, кратность 4; 6 – асимптотическое разнесение, кратность 8; 7 – асимптотическое разнесение, кратность 1.

Вероятность ошибки на символ для различных допустимых множеств векторов формирования диаграммы направленности передающей антенны и сложения сигналов в месте приема для системы $M_t = 4, M_r = 2$ при 4-х битовой квадратурной амплитудной модуляции передаваемых сигналов, представлена на рисунке 2. Видно, что кратность разнесения системы, использующей множество $\mathcal{G}^{M_t=4}$ векторов формирования диаграммы направленности передающей антенны и множество $\mathcal{G}^{M_r=2}$ векторов сложения сигналов, равна 8. Если множество векторов формирования диаграммы направленности передающей антенны состоит из 2-мерного подмножества, кратность разнесения сигналов равна 4. Аналогично, когда допустимое множество векторов формирования диаграммы направленности передающей антенны, как и допустимое подмножество векторов сложения сигналов, состоит из одномерного подмножества, кратность разнесения сигналов равна 1. При моделировании используются матрицы полного ранга \mathbf{R}_T и \mathbf{R}_R , генерируемые случайным образом для допустимого множества $\mathcal{G}^{M_t=4}$ векторов формирования диаграммы направленности передающей антенны и для допустимого множества $\mathcal{G}^{M_r=2}$ векторов сложения сигналов в месте приема, для того, чтобы показать экспериментально корректность полученных результатов и для коррелированных рэлеевских замираний в канале связи системы с многоканальными входом и выходом. Из рисунка 2 видно, что рассматриваемая система связи обеспечивает кратность разнесения сигналов, равную 8.

Выводы. Определены необходимые и достаточные условия для выбора допустимых Множеств векторов диаграммы направленности передающей антенны и сложения сигналов в месте приема для обеспечения полной кратности разнесения сигналов при передаче сигнала, используя канал связи без памяти данных и с коррелированными рэлеевскими замираниями. Эти условия позволяют с достаточной легкостью и без проведения моделирования или экс-

перимента определить кратность разнесения сигналов систем связи с диаграммой направленности передающей антенны и сложения сигналов в месте приема, что при аналитическом рассмотрении вызывает очень большие трудности, особенно в случае ограниченной обратной связи. Полученные результаты работы справедливы для любого вида модуляции передаваемого сигнала при доказуемой полной кратности разнесения сигналов в системах с оптимальными передачей и сложением сигналов в месте приема и с выборочным разнесением передающих сигналов, используя канал связи без памяти данных и с некоррелированными рэлеевскими замираниями. В будущем предполагается провести исследования о влиянии допустимых множеств векторов диаграммы направленности передающей антенны и сложения сигналов в месте приема на величину коэффициента направленного действия антенной решетки. Подобное исследование проводилось для систем с многоканальным входом и одноканальным выходом [17] и многоканальными входом и выходом [4] для некоррелированных рэлеевских замираний в канале связи.

Литература

1. Anderson, J.B. Antenna arrays in mobile communications: Gain, diversity, and channel capacity / J.B. Anderson // *IEEE Antennas Propagation Magazine*. – 2000. – Vol. 42, № 2. – P. 12–16.
2. Soysal, A. Optimality of beamforming in fading MIMO multiple access channels / A. Soysal, S. Ulukus // *IEEE Transactions on Communications*. – 2009. – Vol. 57, № 4. – P. 1171–1183.
3. Jung, S.-H. Cooperative beamforming scheme using MIMO antenna array / S.-H. Jung // *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*. – 2015. – Vol. 29, Is. 9. – P. 321–335.
4. Liu, Jingui. Non-blind beamforming generalized receiver with DOA estimation in MIMO wireless communications systems / Jingui Liu, V.P. Tuzlukov // *WSEAS Transactions on Communications*. – 2014. – Vol. 13. – P. 402–416.
5. Dighe, P.A. Analysis of transmit-receive diversity in Rayleigh fading / P.A. Dighe, R.K. Mallik, S.S. Jamuar // *IEEE Transactions on Communications*. – 2003. – Vol. 51, № 4. – P. 694–703.
6. Thoen, S. Performance analysis of combined transmit-SC/receive-MRC / S. Thoen, Van der Perre, B. Gyselinckx, M. Engels // *IEEE Transactions on Communications*. – 2001. – Vol. 49, № 1. – P. 5–8.
7. Love, D.J. Equal gain transmission in MIMO wireless systems / D.J. Love, R.W. Heath // *IEEE Transactions on Communications*. – 2003. – Vol. 51, № 7. – P. 1102–1110.
8. Love, D.J. Grassmannian beamforming for MIMO wireless systems / D.J. Love, R.W. Heath, T. Strohmer // *IEEE Transactions on Information Theory*. – 2003. – Vol. 49, № 10. – P. 2735–2747.
9. Balasem, S.S. Beamforming algorithms technique by using MVDR and LCMV / S.S. Balasem, S.K. Tiong, S.P. Koh // *World Applied Programming*. – 2012. – Vol. 2, № 5. – P. 315–324.
10. Schumacher, L. MIMO channel characterization / L. Schumacher, J.P. Kermaol, F. Frederiksen, K.I. Pedersen, A. Algans, P.E. Mogensen // *Technical Report on European IST-1999-11 729 Project METRA*.-2001.
11. Bodhe, S.K. Beamforming techniques for smart antenna using rectangular array structure / S.K. Bodhe, B.G. Hodage, S.D. Nandgaonkar // *International Journal of Electrical and Computer Engineering (IJECE)*. – 2014. – Vol. 4, № 2. – P. 257–264.
12. Wei, Liu. *Wideband beamforming: concepts and techniques* / Wei Liu, S. Weiss. – New York : Wiley & Sons Inc., 2010. – 302 p.
13. *Indoor MIMO WLAN Channel Models* // IEEE 802.11-03/161r2.-2003.
14. Tuzlukov, V.P. Detection of spatially distributed signals by generalized receiver using radar sensor arrays / V.P. Tuzlukov // *WSEAS Transactions on Communications*. – 2015. – Vol. 14. – P. 186–302.
15. Levin, D.Y. On the average directivity factor attainable with a beamformer incorporating null constraints / D.Y. Levin, E.A.P. Habets, S. Gannot // *IEEE Signal Processing Letters*. – 2015. – № 11. – P. 2122–2126.
16. Hadad, E. The binaural LCMV beamformer and its performance analysis / E. Hadad, S. Doclo, S. Gannot // *IEEE Transactions on Audio, Speech and Language Processing*. – 2016. – Vol. 24, № 3. – P. 543–558.
17. Elsamuty, R. Beamforming and angle-of-arrival estimation of square planar antenna array / R. Elsamuty, A.M. Attiya, E. Abdallah, A. Ammar // *Open Journal of Antennas and Propagation*. – 2016. – Vol. 4, № 2. – P. 13–23.