Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

# АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ФИЗИКИ И ТЕХНИКИ

## Материалы I Республиканской научной конференции студентов, магистрантов и аспирантов

(Гомель, 17 апреля 2012 года)

В двух частях

Часть 1

Гомель ГГУ им. Ф. Скорины 2012 «Актуальные вопросы физики и техники», I Республиканская научная конференция студентов, магистрантов и аспирантов, (2012, Гомель). I Республиканская научная конференция студентов, магистрантов и аспирантов «Актуальные вопросы физики и техники», 17 апреля 2012 г. : [материалы] : в 2 ч. Ч. 1 / редкол. : А. В. Рогачев (гл. ред.) [и др.]. – Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2012. – 248 с.

ISBN 978-985-439-652-1 ISBN 978-985-439-650-7 (Ч. 1)

В сборник вошли материалы докладов, представленные на I Республиканской научной конференции студентов, магистрантов и аспирантов «Актуальные вопросы физики и техники».

Адресуется научным сотрудникам, преподавателям, аспирантам, магистрантам, студентам.

#### Редакционная коллегия:

А. В. Рогачев (гл. ред.), О. М. Демиденко, И. В. Семченко,
С. А. Хахомов, А. Н. Сердюков, Ю. В. Никитюк, А. Л. Самофалов,
В. В. Андреев, Е. А. Дей, В. Д. Левчук, А. В. Воруев,
В. Н. Мышковец, В. Е. Гайшун, Е. Б. Шершнев, Т. П. Желонкина

ISBN 978-985-439-652-1 ISBN 978-985-439-650-7 (4.1) © УО «Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины», 2012

## ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ					
Рогачев А.В.	– ректор УО «ГГУ им. Ф. Скорины», д.х.н.,				
	профессор, член-корреспондент НАН Беларуси				
ЧЛЕНЫ ПРОГРАММНОГО КОМИТЕТА					
Демиденко О.М.	– проректор по научной работе УО «ГГУ				
	им. Ф. Скорины», д.т.н., профессор				
Семченко И.В.	– проректор по учебной работе УО «ГГУ				
	им. Ф. Скорины», д.фм.н., профессор				
Хахомов С.А.	– проректор по учебной работе УО «ГГУ				
	им. Ф. Скорины», к.фм.н., доцент				
Максименко Н.В.	– профессор кафедры теоретической физики				
	УО «ГГУ им. Ф. Скорины», д.фм.н., профессор				
Бойко А.А.	– проректор по научной работе ГГТУ				
	им. П.О. Сухого, к.фм.н., доцент				

## ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ	
Сердюков А.Н.	– профессор кафедры оптики УО «ГГУ
-	им. Ф. Скорины», д.фм.н., профессор, член-
	корреспондент НАН Беларуси
ЗАМ. ПРЕДСЕДАТІ	ЕЛЯ
Никитюк Ю.В.	– декан физического факультета УО «ГГУ
	им. Ф. Скорины», к.фм.н., доцент
ЧЛЕНЫ ОРГКОМИ	TETA:
Дерюжкова О.М.	– заместитель декана физического факультета
_	УО «ГГУ им. Ф. Скорины» по научной работе,
	к.фм.н., доцент
Коваленко Д.Л.	– заместитель декана физического факультета
	УО «ГГУ им. Ф. Скорины», к.фм.н., доцент
Алешкевич Н.А.	– заведующий кафедрой оптики УО «ГГУ
	им. Ф. Скорины», к.фм.н., доцент
Андреев В.В.	– заведующий кафедрой теоретической физики
-	УО «ГГУ им. Ф. Скорины», к.фм.н., доцент
Левчук В.Д.	– заведующий кафедрой АСОИ УО «ГГУ
•	им. Ф. Скорины», к.т.н., доцент
Мышковец В.Н.	– заведующий кафедрой радиофизики и электро-
	ники УО «ГГУ им. Ф. Скорины», к.фм.н., доцент

Шершнев Е.Б.	– заведующий кафедрой общей физики УО «ГГУ		
	им. Ф. Скорины», к.т.н., доцент		
Бабич А.А.	– заведующий кафедрой «Высшая математика»		
	ГГТУ им. П.О. Сухого, к.фм.н., доцент		
Астахов П.В.	– начальник кафедры естественных наук Гомель-		
	ского инженерного института МЧС Республики		
	Беларусь, к.фм.н., доцент		
ОТВЕТСТВЕННЫЙ	СЕКРЕТАРЬ		
Самофалов А.Л.	– заместитель декана физического факультета УО		
-	«ГГУ им. Ф. Скорины» по НИРС		

## СЕКЦИИ КОНФЕРЕНЦИИ

#### 1. «Новые материалы и технологии»

#### Председатели:

Мышковец Виктор Николаевич, к.ф.-м.н., доцент Гайшун Владимир Евгеньевич, к.ф.-м.н., доцент

#### 2. «Моделирование физических процессов» Председатели:

Андреев Виктор Васильевич, к.ф.-м.н., доцент Дей Евгений Александрович, к.ф.-м.н., доцент

## 3. «Автоматизация исследований»

#### Председатели:

Левчук Виктор Дмитриевич, к.т.н., доцент Воруев Андрей Валерьевич, к.т.н., доцент

#### 4. «Методика преподавания физики» Председатели:

Шершнев Евгений Борисович, к.т.н., доцент Желонкина Тамара Петровна, ст. преподаватель

## ПОРЯДОК РАБОТЫ КОНФЕРЕНЦИИ

#### 17 апреля 2012 г.

**9<sup>00</sup>– 11<sup>00</sup> –** регистрация участников – корпус 5, фойе второго этажа (ул. Советская, 102).

 $11^{00} - 12^{00}$  – открытие конференции, пленарное заседание – корпус 5, ауд. 2-24 (ул. Советская, 102).

 $12^{00} - 15^{00} -$ работа секций.

16<sup>00</sup> – экскурсия в дворцово-парковый ансамбль Румянцевых и Паскевичей (сбор у корпуса 5, ул. Советская, 102).

#### Регламент

Доклады на пленарном заседании	 до 30 минут
Доклады и сообщения в секциях	 до 10 минут
Участие в дискуссиях	 до 5 минут

## МЕСТА РАБОТЫ СЕКЦИЙ

- 1. **«Новые материалы и технологии»** Корпус 5, ул. Советская, 102, ауд. 2-3.
- 2. «Моделирование физических процессов» Корпус 5, ул. Советская, 102, ауд. 2-24.
- 3. «Автоматизация исследований» Корпус 5, ул. Советская, 102, ауд. 4-10.
- 4. «Методика преподавания физики» Корпус 5, ул. Советская, 102, ауд. 4-18.

### ПЛЕНАРНОЕ ЗАСЕДАНИЕ

1. Рогачев А.В. Ректор Гомельского государственного университета имени Франциска Скорины, член-корреспондент НАН Беларуси.

Открытие конференции.

2. Сердюков А.Н. Член-корреспондент НАН Беларуси.

Научная школа Ф.И. Федорова на Гомельщине.

#### Секция 1 «Новые материалы и технологии»

Председатели:

Мышковец Виктор Николаевич, к.ф.-м.н., доцент, Гайшун Владимир Евгеньевич, к.ф.-м.н., доцент

А.Е. Анисимова, А.Г. Матвеева (УО «МГПУ имени И.П. Шамякина», Мозырь) Науч. рук. Г.В. Кулак, д.ф.-м.н., профессор

## АКУСТООПТИЧЕСКАЯ ДИАГНОСТИКА ВОЛН ЛЭМБА НИЗШИХ ПОРЯДКОВ

Введение. В работе [1] исследовано отражение и пропускание световых волн на границе раздела двух сред, возмущенной поверхностной ультразвуковой (УЗ) волной. Показано, что основной вклад в эффективность дифракционного рассеяния вносит не фотоупругий эффект, а искривление границы твердого полупространства синусоидальной формы. В некоторых случаях, однако, при достаточно большой глубине проникновения акустической волны вглубь материала следует учитывать также и фотоупругий эффект [2]. В работе [3] экспериментально исследована акустооптическая (АО) диагностика волн Лэмба различных порядков пластинки при их распространении и отражении от края пластинки из плавленого кварца. При этом теоретическое исследование ограничено, однако, лишь анализом геометрических соотношений при дифракции света на волнах Лэмба.

В настоящей работе теоретически исследовано отражение света от слоя, возмущенного основными волнами Лэмба: симметричной ( $s_0$ ) и антисимметричной ( $a_0$ ).

**Теоретические результаты и обсуждение.** Положим, что плоскопараллельный слой толщиной h с показателем преломления  $n_2$  расположен в воздухе ( $n_1=1$ ). Начало системы координат *XYZ* расположено на верхней границе слоя, а ось *Y* перпендикулярна плоскости падения. При  $h \le \Lambda_s$ , где  $\Lambda_s$  – длина волны объемной сдвиговой УЗ волны в слое, в нем распространяется незначительное количество мод Лэмба. При этом основные моды Лэмба  $s_0$  и  $a_0$  локализуются лишь в поверхностном слое толщиной ~ $\Lambda_s$ .

Дисперсионные уравнения для волн Лэмба находятся с использованием непрерывности УЗ смещений и напряжений на границах слоя [4]. Смещения слоя и поверхностей (z=0, h) для симметричной моды Лэмба имеют вид:

$$U_{z} = U_{0} \left(\frac{q}{K}\right) \left[\frac{sh[q(h/2 - z)]}{sh(qh)} - \frac{2K^{2}}{(K^{2} + S^{2})} \frac{sh[q(h/2 - z)]}{sh(sh)}\right] sin(Kx - \Omega t), \quad (1)$$

где  $U_0$  – амплитуда УЗ волны;  $K = \Omega/\upsilon$  ( $\Omega$ – циклическая частота,  $\upsilon$ – фазовая скорость УЗ волны);  $q = (K_2 - K_l^2)^{1/2}$ ,  $s = (K^2 - K_s^2)^{1/2}$ , где  $K_l = \Omega/\upsilon_l$ ,  $K_s = \Omega/\upsilon_s$  ( $\upsilon_l$  ( $\upsilon_s$ ) – фазовая скорость продольной (сдвиговой) УЗ волны). Поле смещений слоя и поверхности (z=0, h) для антисимметричной моды Лэмба дается соотношением:

$$U_{z} = U_{0}\left(\frac{q}{K}\right) \left[\frac{ch[q(h/2 - z)]}{ch(qh)} - \frac{2K^{2}}{(K^{2} + S^{2})}\frac{ch[q(h/2 - z)]}{ch(sh)}\right]sin(Kx - \Omega t).$$
(2)

Фазовую скорость симметричной и антисимметричной моды Лэмба находим из соотношений соответственно:

$$\frac{th(sh)}{ch(qh)} = \frac{4K^2qs}{(K^2 + S^2)^2}, \quad \frac{th(sh)}{th(qh)} = \frac{(K^2 + S^2)^2}{4K^2qs}.$$
 (3)

Углы отражения и преломления света в различных дифракционных порядках даются соотношениями [1]:

$$\sin\theta_r^p = \sin\theta - \frac{p\lambda_0 f}{n_2 \upsilon}, \ \sin\theta_t^p = \sin\theta - \frac{p\lambda_0 f}{n_2 \upsilon},\tag{4}$$

где  $\lambda_0$  – длина световой волны в вакууме, f – частота ультразвука;  $p=0,\pm 1,\pm 2,...$  – порядок дифракционного максимума;  $\theta$  – угол падения света.

С использованием результатов работы [1] несложно записать амплитудные коэффициенты отражения для TE –  $(r_{\perp}^{p})$  и TM –  $(r_{\parallel}^{p})$  – поляризованных составляющих падающего света

$$r_{\perp,\parallel}^p = r_{\perp,\parallel} J_p(2ka_m \cos\theta), \qquad (5)$$

где  $r_{\perp,\parallel}$  – френелевский коэффициент отражения для ТЕ- и ТМ- поляризованных составляющих падающего света при отсутствии УЗ возмущения поверхности слоя;  $k = 2\pi n_2 / \lambda_0$  – волновое число падающего света,  $a_m$  – амплитуда смещения поверхности соответствующей моды Лэмба.

Энергетические коэффициенты отражения  $R^{p}_{\perp,//}$ дифрагированных волн для антисимметричных волн Лэмба даются соотношением [1]:

$$R_{\perp,\parallel}^{p} = \frac{4R_{p}^{\perp,\parallel}\sin^{2}(\delta_{p}/2)}{\left[(1 - R_{p}^{\perp,\parallel})^{2} + 4R_{p}^{\perp,\parallel}\sin^{2}(\delta_{p}/2)\right]},$$
(6)

где  $R_p^{\perp,\parallel} = \left| r_{\perp,\parallel}^p \right|^2$  – энергетические коэффициенты отражения от границы двух сред;  $\delta_p = 4\pi n_2 \cos \theta_t^p / \lambda_0$  – набег фазы световой волны при про-хождении в слое.

При отражении света от нижней границы слоя в случае симметричной моды Лэмба амплитудный коэффициент отражения испытывает фазовый сдвиг на  $\pi$  рад., поэтому энергетический коэффициент отражения дается соотношением:

$$R_{\perp,\parallel}^{p} = \frac{4R_{p}^{\perp,\parallel}\cos(\delta_{p}/2)}{\left[(1 - R_{p}^{\perp,\parallel})^{2} + 4R_{p}^{\perp,\parallel}\sin^{2}(\delta_{p}/2)\right]}.$$
(7)

Очевидно, что энергетические коэффициенты пропускания дифрагированных световых волн даются соотношениями:  $T_{\perp,\parallel}^p = 1 - R_{\perp,\parallel}^p$ .

Численные расчеты проводились для слоя из плавленого кварца (SiO<sub>2</sub>), расположенного в воздухе. Полагалось, что длина световой волны  $\lambda_0=0,63$  мкм, частота УЗ волны f=7МГц, фазовая скорость основной моды Лэмба  $\upsilon=3409$  м/с;  $n_2=1,46$ .

На рисунке 1 представлены зависимости энергетического коэффициента отражения  $R_{\perp}^{p}$  (*p*=0,1,2,3) от амплитуды смещения *a<sub>m</sub>* поверхности слоя для антисимметричной (а) и симметричной (б) моды Лэмба нулевого порядка.



Рисунок 1 – Зависимость энергетического коэффициента отражения  $R_{\perp}^{p}$  от амплитуды смещения поверхности слоя  $a_{m}$  для низшей антисимметричной (а) и симметричной (б) моды Лэмба для различных дифракционных порядков p: 1–0, 2=1, 3–2, 4–3 (θ=5°,  $\lambda_{0}$ =0,63 мкм,  $n_{2}$ =1,46,  $\upsilon$ =3403 м/с, f=7 МГц,  $SiO_{2}$ )

Из рисунка следует, что энергетический коэффициент отражения  $R_{\perp}^{0}$  достигает максимального значения ~ 0,11. При наличии деформации начинают проявляться побочные дифракционные максимумы. Наибольшее значение коэффициента отражения  $R_{\perp}^1 \approx 0,039$  достигается для  $a_m \approx 10^{-7}$  м; амплитуды второго и третьего дифракционных порядков соответственно равны:  $R_{\perp}^2 \approx 0,015$  и  $R_{\perp}^3 \approx 0,002$ . Данные особенности отражательной способности модулированного слоя хорошо согласуются с теорией Рамана – Ната акустооптической дифракции в согласованном слое [1]. Поведение коэффициента отражения для дифракции на симметричной моде (s<sub>0</sub>) качественно не отличается от случая дифракции на антисимметричной моде  $(a_0)$ . Однако, как показано на рисунке 1 б, энергетические коэффициенты отражения значительно ниже. Например, максимальный коэффициент отражения первого порядка дифракции составляет  $R_{\perp}^1 \approx 0,005$  при  $a_{\rm m} \approx 10^{-7}$  м. Такая особенность АО дифракции на симметричной моде Лэмба объясняется значительным (противофазным) рассогласованием отражательных способностей верхнего и нижнего слоя.

Заключение. При дифракции света на основных модах Лэмба возникают дифракционные порядки в отраженном и прошедшем свете. При этом картина дифракции аналогична дифракции Рамана – Ната в согласованных акустооптических структурах. Эффективность дифракции на антисимметричной основной моде значительно выше эффективности дифракции на симметричной моде. Установлено, что моды Лэмба низших порядков могут быть исследованы (диагностированы) за счет дифракции света на искривлениях верхней и нижней поверхностей слоя.

#### Литература

1. Ярив, А. Оптические волны в кристаллах / А. Ярив, П. Юх – М.: Мир, 1987. – 616 с.

2. Яковкин, Н.Б. Дифракция света на акустических волнах/ Н.Б. Яковкин, Р.В. Петров. – Новосибирск, 1979. – 194 с.

3. Diodati, P. Lamb wave reflection at the plate edges / P. Diodati, G.Tassi, A. Alippi // Appl. Phys. Lett.  $-1985. - V.47. - N_{2} 6. - P. 573-575.$ 

4. Викторов, И. А. Физические основы применения ультразвуковых волн Рэлея и Лэмба в технике / И. А. Викторов. – М.: Наука, 1966. – 167 с.

#### А.В. Белкин, И. В. Приходько (УО «БелГУТ», Гомель) Науч. рук. А.С. Неверов, д.т.н., профессор

## АНТИКОРРОЗИОННЫЙ КОМПОЗИЦИОННЫЙ МАТЕРИАЛА НА ОСНОВЕ ПОЛИОЛЕФИНОВ И ОТРАБОТАННОЙ СМАЗКИ

В работе рассмотрен вопрос создания композиционного полимерного материала на основе ПЭНД пластифицированного отработанной железнодорожной смазкой Буксол, в состав которой входит смесь минеральных масел, и введен дополнительно ингибитор коррозии. Материал, помимо барьерной функции, способен выделять пластификатор, содержащий ингибитор, что позволяет минимизировать воздействие агрессивной среды. В работе изучен механизм интенсификации отделения жидкой фазы из композита в зависимости от температуры его эксплуатации, что позволяет управлять данным процессом.

При создании в металле градиента температуры возникает разность потенциалов, что влияет на процесс коррозии. Это обусловлено тем, что сталь главным образом состоит из мельчайших кристалликов железа, цементита  $Fe_3C$  и углерода. При контакте с агрессивной средой на поверхности металла образуются микрогальванические элементы. Поскольку соотношение интенсивности протекания катодных и анодных процессов в нагретом и холодном сосудах различается, между двумя по-разному нагретыми металлическими пластинами возникает разность потенциалов и чем больше отличие температур, тем быстрее идет разрушение металла [1]. Однако, возрастание температуры влияет и на интенсивность синерезиса пластификатора и ингибитора из защитной полимерной пленки.

Важнейшим фактором, определяющим эксплутационные свойства пластифицированных материалов, является совместимость входящих в их состав полимеров и пластификаторов. Совместимостью, по существу, определяется возможность использования того или иного вещества в качестве пластификатора. Совместимость – сложившийся в технологической практике термин, характеризующий способность компонентов образовывать друг с другом смеси с удовлетворительными механическими свойствами [2]. Часто под этим термином понимают термодинамическую совместимость полимера и пластификатора, т.е. способность образовывать однофазные смеси. В обычных условиях термодинамическая совместимость полимеров и пластификаторов – непременное условие пластификации. Однако на практике широко применяют как хорошо совместимые, так и ограниченно совместимые чаще всего с полиэтиленом пластификаторы. Наиболее характерной особенностью наполненных жидкостями полимеров является синерезис – самопроизвольное отделение жидкой фазы. Синерезис может происходить непосредственно в процессе формирования образцов, а также в готовых сформированных образцах. Процесс прекращается в области, соответствующей времени испытания  $2 \cdot 10^4 - 2 \cdot 10^5$  с, которое соизмеримо со временем протекания релаксационных процессов в ПЭ. Это позволяет связать синерезис в системах ПЭ – минеральное масло с внутренними напряжениями в образцах, возникающими в процессе формирования последних.

Интенсивность процесса существенно зависит от температуры изготовления образцов. Температура формирования образцов варьируется в пределах от температуры плавления композиционного материала 120 °C (прессование под давлением) до температуры разложения полиэтилена 190 °C. Полученные результаты позволяют заключить, что температура, при которой сформирован образец, непосредственно влияет на интенсивность синерезиса жидкой фазы из композита. Минимальное значение температуры формования минимизирует процесс синерезиса за счет отсутствия в полученном материале внутренних напряжений.

С возрастанием температуры формования отделение ММ из образца с течением времени значительно интенсифицируется. По-видимому, это опять же связано с вязкостью расплава. Т.е. чем меньше вязкость (выше температура формования), тем больше вероятность возникновения внутренних напряжений. Именно, концентрация этих напряжений влияет на интенсивность процесса.

Поскольку температура эксплуатации композиционного материала является определяющим фактором для протекания процесса синерезиса. Были проведены исследования влияния температурных условий на работу образца. Наиболее распространенный вариант – эксплуатация при комнатной температуре. Два других значения были выбраны из следующих соображений. Температура стеклования ПЭНД составляет 80 °C. Поэтому, одно значение взято ниже этой точки и составляет 60±5 °C, другая – выше (100±5 °C). Для поддержания постоянной температуры использовали сушильный шкаф СНОЛ – 5. Температура, при которой выдерживается образец, влияет на интенсивность процесса. В диапазоне до температуры стеклования наблюдается максимально-интенсивное отделение жидкой фазы, обусловленное интенсификацией диффузионных процессов, протекающих в полимерном материале.

Увеличение температуры выше температуры стеклования ведет к замедлению синерезиса. Вероятно, это происходит потому, что материал испытывает температурное расширение, и на нем происходит уменьшение концентрации внутренних напряжений. При этих условиях жидкая фаза находится внутри полимерной матрицы не выделяясь на поверхность. Помимо того процесс синерезиса – управляемый процесс. Полимерный образец выполненный из ПЭ (80 %) и MM (20 %), полученный методом горячего прессования помещался в сушильный шкаф при температуре (100±5 °C). Как свидетельствуют результаты, на данном участке наблюдается стабильное незначительное изменение массы материала. Затем сушильный шкаф был отключен и образцам, оставленным внутри, была предоставлена возможность остывать до комнатной температуры. Это значительно интенсифицировало процесс. Помещение образцов в исходные условия позволило замедлить (стабилизировать) синерезис.

Таким образом, можно сделать вывод, что регулируя температуру среды можно управлять интенсивностью процесса отделения жидкой фазы, а главное регулировать количество отделяемого пластификатора.

На производстве встречаются машины и механизмы, работающие в условиях, при различные части одного и того же устройства имеют разную температуру. При наличии агрессивной окружающей среды это может не только вызвать коррозию но и послужить условием для интенсификации коррозионного процесса. Основной целью данной работы является создание нового композиционного материала на основе полиэтилена и отработанной пластичной смазки (в соотношении 20 % Буксола и 80 % ПЭНД) с хорошими защитными антикоррозионными и физико-механическими свойствами. Изучен процесс синерезиса жидкой фазы из композиции в зависимости от температуры эксплуатации защищаемых устройств. То есть, рассмотрена управляемость подачи ингибитора коррозии содержащегося в пластификаторе композиционного материала на защищаемую поверхность.

#### Литература

1. Неверов, А. С. Влияние градиента температуры на электрохимическую коррозию / А. С. Неверов, И. В. Приходько, Ж. Н. Громыко // Материалы. Технологии. Инструменты. – Т. 14 (2009), № 4. – С. 77–80.

2. Печерский, Г. Г. Создание и исследование полимерных антикоррозионных композиционных материалов / Г. Г. Печерский, И. В. Приходько, А. С. Неверов // полимерные композиты и трибология (ПОЛИКОМТРИБ-2011): тезисы докладов международной научнотехнической конф. – Гомель: ИММС НАН Б 2011. – С. 177.

## **П.С. Богдан (БНТУ, Минск)** Науч. рук. **М.Г. Киселев,** д.т.н., профессор

#### ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ СХЕМЫ МОДИФИКАЦИИ ИСХОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРОВОЛОЧНОГО ИНСТРУМЕНТА

Представляет интерес применение проволочного инструмента для разрезания и вырезания деталей из хрупких высокопрочных неэлектропроводных материалов, исходная поверхность которого модифицирована таким образом, что она приобретает режущую способность, а также повышается ее способность к удержанию абразивных частиц, попадающих в зазор между ней и обрабатываемой поверхностью. Выполнение последнего условия позволит повысить производительность операций разделения хрупких неметаллических материалов проволочным инструментом с применением свободного абразива.

С точки зрения простоты реализации и универсальности предпочтение следует отдать электроконтактной обработке (ЭКО). В отличие от классической электроэрозионной обработки она не требует применения сложных следящих систем для поддержания постоянной величины межэлектродного промежутка, а также использования специальных генераторов импульсов.

Для осуществления процесса электроконтактной обработки необходимо обеспечить прерывистое контактирование поверхностей проволоки и электрода-инструмента, включенных в цепь источника питания постоянного тока. В результате между ними возникают разряды электрического тока, вызывающие разрушение металлических поверхностей заготовки и электрода-инструмента. Характер действующих разрядов (искровой или дуговой) при прочих равных условиях зависит от длительности их действия, которая, в свою очередь, определяется частотой прерывания электрической цепи. Поэтому для реализации различных условий протекания процесса электроконтактной обработки используемый вибратор должен обеспечивать изменение (регулирование) частоты прерывания электрической цепи. Помимо этого, он должен иметь простую конструкцию и высокую надежность в условиях длительной работы. С учетом этих требований, авторами предложены две технологические схемы электроконтактной обработки поверхности поверхности проволочного инструмента, отличающиеся типом применяемого вибратора.

На рисунке 1 представлена технологическая схема с использованием электромагнитного вибратора.



Рисунок 1 – Технологическая схема электроконтактной обработки поверхности проволочного инструмента с электромагнитным вибратором

Она включает систему перемотки проволоки 1, состоящую из двух одинаковых катушек 2 и 3, имеющих приводы их вращательного движения и систему натяжения проволоки. В зависимости от направления ее перемотки включается привод одной катушки, а вторая в это время подтормаживается, чем обеспечивается натяжение проволоки, и наоборот. В процессе движения проволока с помощью двух направляющих втулок 4 и 5 подается к узлу электроконтактной обработки. Он состоит из стальной плиты 6 на которой через электроизолирующую (текстолитовую) прокладку 7 закреплена стальная пластина 8, выполняющая роль токовода На ее рабочей поверхности выполнен паз 9 глубиной 0,3–0,5 диаметра проволоки (рисунок 1б), посредством которого обеспечивается ее базирование в процессе обработки.

На стойке 10 смонтирован электромагнитный вибратор 11, в частности это может быть реле постоянного тока, на якоре которого закреплен инструмент 12 с плоской рабочей поверхностью. Вибратор установлен на направляющих, допускающих его регулировочное перемещение в вертикальном направлении при настройке узла электроконтактной обработки на рабочий режим. Частота колебаний инструмента, совершаемых перпендикулярно обрабатываемой поверхности проволоки и определяющая частоту следования электрических импульсов задается и регулируется с помощью блока управления вибратором (БУВ). На плите 6 закреплена ванночка 12 для сбора диэлектрической жидкости (масло, дистиллированная вода и пр.), подаваемой в зону обработки капельно или поливом. Проволока и инструмент включены в электрическую цепь (рисунок 1а), состоящую из источника питания постоянного тока ИП, конденсатора С, включенного параллельно контактирующим электродам, и токоограничивающего резистора R.

На рисунке 2 представлена технологическая схема электроконтактной обработки поверхности проволочного инструмента с использованием электромеханического вибратора.



Рисунок 2 – Технологическая схема электроконтактной обработки поверхности проволочного инструмента с электромеханическим вибратором

Она включает узел перемотки проволоки 1, состоящий как и в предыдущем случае, из двух катушек 2 и 3, обеспечивающих необходимое ее натяжение в процессе обработки, направляющих втулок 4 и 5, одна из которых одновременно выполняет роль токоподвода. Электромеханический вибратор состоит из электродвигателя постоянного тока 6 с регулируемой частотой вращения, на валу которого установлена стальная зажимная оправка 7, в которой закреплены тонкие проволоки 8, выполняющие роль вращающихся электродовинструментов. С помощью токосъемника 9 они подключаются к одному из полюсов источника питания ИП, а второй – через направляющую втулку 4 к проволоке. Между собой электродвигатель и обрабатываемая проволока электрически изолированы.

Предложенные технологические схемы позволяют проводить электроконтактную обработку проволочного инструмента, в результате которой на последнем образуется режущая поверхность, состоящая из совокупности лунок, образованных в результате расплавления и испарения металла в месте прохождения электрического разряда.

#### О.В. Бойправ, М.Р. Неамах, Р.Т. Аль-Саиди (БГУИР, Минск) Науч. рук. Т.В. Борботько, д.т.н., профессор

#### ЭКРАНЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С ГЕОМЕТРИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ НА ОСНОВЕ ПОРОШКООБРАЗНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Современная радиоэлектронная аппаратура включает в себя генераторное оборудование, работающее на различных несущих частотах, преобразователи и счетчики импульсов, генераторы развертки, а также источники других колебаний несинусоидальной формы. В большинстве случаев рядом с такими устройствами находятся чувствительные радиоприемники, функционирующие на тех же несущих частотах, усилители малых напряжений, чувствительные импульсные узлы [1].

В связи с этим на сегодняшний день стоит необходимость в решении задачи обеспечения электромагнитной совместимости радиоэлектронных устройств. Данное решение подразумевает разработку экранирующих электромагнитное излучение (ЭМИ) материалов, отвечающих требованиям эффективности, технологичности и невысокой стоимости.

Все экраны ЭМИ делятся на несколько типов: резонансные, градиентные и экраны с геометрически неоднородной поверхностью (ГНП).

Функционирование экранов резонансного типа основано на явлении суперпозиции отраженных от нескольких поверхностей волн. К главным их недостаткам относится узкополосность, устранению которой способствуют экраны градиентного типа. Они представляют собой многослойные структуры с плавным или ступенчатым изменением комплексной диэлектрической проницаемости по мере проникновения ЭМИ вглубь конструкции. Однако экраны этого типа отличаются большой массой и являются наиболее сложными с точки зрения реализации.

Обозначенных двух недостатков лишены экраны с ГНП, обладающие определенной геометрией наружной или внутренней сторон в виде выступающих шипов, пирамид. Эти неоднородности способствуют преобразованию падающей электромагнитной волны в поверхностную, которая в дальнейшем погашается в поверхностном слое [2].

В настоящее время одними из наиболее приемлемых материалов, используемых для изготовления экранов ЭМИ, являются ферриты. Они характеризуются высокой технологичностью и большими значениями магнитной проницаемости  $\mu''$ , которая позволяет обеспечить лучшее согласование поглощающего слоя со свободным пространством [3]. Этими же свойствами, наряду с низкой стоимостью, обладает и шлам очистки

ваграночных газов (ШОВГ), представляющий собой порошкообразное соединение оксидов металлов: железа, кремния, кальция, натрия, магния и т.д.

Целью настоящей работы является исследование характеристик (коэффициентов отражения и передачи, уровней проходящей мощности ЭМИ) экранов с ГНП, изготовленных на основе ШОВГ с различным размером фракций в частотном диапазоне 0,8...18 ГГц.

При изготовлении экранов использовался ШОВГ с размером фракций 5 мкм, 20 мкм и 30 мкм. Толщина полученных образцов составила 50 мм.

Частотные зависимости коэффициентов передачи изготовленных экранов приведены на рисунке 1.



Рисунок 1 – Частоные зависимости коэффициентов передачи экранов с ГНП, изготовленных на основе ШОВГ с разным размером фракций

Установлено, что из всех образцов наиболее эффективными являются экраны с ГНП, изготовленные на основе ШОВГ с размером фракций 20 и 30 мкм: в диапазоне частот 3...18 ГГц значения их коэффициентов передачи составляют –15...–30 дБ при значениях коэффициентов отражения –10...–15 дБ.

Способность среды подавлять ЭМИ определяется ее электрическими и магнитными свойствами, к которым относятся удельная электропроводность, диэлектрическая и магнитная проницаемости.

Размер фракций порошкообразных соединений оксидов металлов влияет на величины удельного электрического сопротивления, магнитной и диэлектрической проницаемостей порошкообразных соединений оксидов металлов: при увеличении размера фракций увеличивается значение магнитной проницаемости, а значит, и возрастает уровень магнитных потерь энергии ЭМИ в порошке.

Кроме того, при увеличении размера фракций увеличивается размер диэлектрического слоя между ними, что приводит к увеличению диэлектрической проницаемости материала, ведущей к росту диэлектрических потерь энергии ЭМИ в нем [4].

Этими явлениями и объясняется улучшение эффективности экранирования с возрастанием размера частиц ШОВГ.

Экраны с ГНП, изготовленные на основе ШОВГ с размером фракций 30 мкм, весьма эффективно подавляют мощность ЭМИ. На рисунке 2 отображены изменения уровней проходящей через этот образец мощности ЭМИ с ростом частоты при равных значениях входной (падающей) мощности.



Рисунок 2 – Частотные зависимости проходящей мощности ЭМИ через экран с ГНП, изготовленный на основе ШОВГ с размером фракций 30 мкм

Таким образом, размер фракций ШОВГ влияет на экранирующие характеристики данного материала. Это позволяет формировать на его основе конструкции экранов ЭМИ с требуемыми значениями коэффициентов передачи и отражения. Данные конструкции приемлемо использовать для внутренней отделки выделенных помещений.

#### Литература

1. Волин, М. Л. Паразитные процессы в радиоэлектронной аппаратуре. – Изд. 2-е, перераб. и доп. / М. Л. Волин. – М.: Радио и связь, 1981. – 296 с.

2. Алексеев, А. Г. Физические основы технологии Stealth / А. Г. Алексеев, Е. А. Штагер, С. В. Козырев. – СПб.: ВВМ, 2007. – 284 с.

3. Ковнеристый, Ю. К. Материалы, поглощающие СВЧ-излучения / Ю. К. Ковнеристый, И. Ю. Лазарева, А. А. Раваев. – М.: Наука, 1982 – 162 с.

4. Шольц, Н. Н. Ферриты для радиочастот / Н. Н. Шольц,

## К. А. Пискарев. – М.: Энергия, 1966. – 259 с. **В.Н. Бышко (БГУ, Минск)** Науч. рук. **Ю.М. Покотило,** к.ф.-м.н., доцент

#### ВЛИЯНИЕ РАДИАЦИОННЫХ ДЕФЕКТОВ НА ПРОЦЕСС ФОРМИРОВАНИЯ И СВОЙСТВА ВОДОРОДНЫХ ДОНОРОВ В КРЕМНИИ

В настоящем сообщении приводятся результаты исследования влияния радиационных дефектов, введенных электронным облучением, на формирование и свойства Н-доноров в эпитаксиальном кремнии. С этой целью образцы были предварительно имплантированы протонами для внедрения в кристалл атомарного водорода, а затем были подвергнуты электронному облучению и термообработке в различных режимах.

Исследования проводились на (Mo-Si) диодах Шоттки. Облучение ионами H<sup>+</sup> с энергией 300 кэВ, дозой  $1 \cdot 10^{15}$  см<sup>-2</sup> и электронами 4,5 МэВ проводилось с планарной стороны. Параметры РД определялись методом нестационарной емкостной спектроскопии (DLTS). В нашем случае отношение времен выборок  $t_2/t_1=5$ , частота измерительного моста 1 МГц, а напряжение смещения переключалось от 0 до -5 В, что соответствует глубине сканирования базового слоя x=(1,2-2,1) мкм. Распределение концентрации электронов в базе диодов определялось стандартным C-V-методом на частоте 1,2 МГц.

На рисунке 1 представлены спектры DLTS для образцов, полученные после облучения протонами и дополнительного облучения электронами. Облучение протонами, как видно из анализа приведенных данных, приводит к образованию комплексов вакансия-кислород (А-центр, пик 1), вакансия-кислород-водород (VOH-центр, пик 2) и вакансия-атом легирующей примеси (Е-центр, пик 3). Из анализа рисунка 1 видно, что после дополнительного облучения электронами спектр DLTS значительно изменился за счет образования дополнительных радиационных дефектов. Из сравнения спектров DLTS после облучения протонами (сплошная кривая на рисунке 1) и после облучения электронами (штриховая кривая ) видно, что амплитуда высокотемпературного пика 4 (T ~ 238 K) возросла примерно на порядок. Пик 5 (Т ~ 163 К) смещен относительно DLTS-пика VOH – комплекса (T ~ 176 К, кривая 1) в область более низких температур. Следует также отметить, что после облучения протонами в спектре DLTS наблюдается А – центр (Т ~ 93 К, пик 1). Из рисунка видно, что А-центр присутствует в малой концентрации. Однако, после облучения электронами А-центр отсутствует (см. штриховую кривую).



Рисунок 1 – Спектры DLTS после облучения протонами (сплошная) энергией 300 кэВ дозой 1<sup>.</sup>10<sup>15</sup> см<sup>-2</sup>, после облучения электронами (штриховая) энергией 4,5 МэВ дозой 1<sup>.</sup>10<sup>15</sup> см<sup>-2</sup>

Спектр DLTS, представленный на рисунке 1 (штриховая кривая), существенно отличается от спектров DLTS, наблюдающихся после облучения только электронами [1]. Действительно, доминирующим дефектом в этом случае является А – центр, наблюдаются также оба зарядовых состояния дивакансии и Е – центр. При высоких дозах электронов преобладающим дефектом после облучения электронами является дивакансия [2]. После введения водорода методом химического травления в спектре DLTS появляется VOH – комплекс [1].

Из рисунка 1 установлено, что скорость введения высокотемпературного пика 4 (T ~ 238 K)  $2,5\cdot10^{-2}$  см<sup>-1</sup>, пика 5 (T ~ 163 K)  $2,7\cdot10^{-3}$  см<sup>-1</sup>.В работе [2] показано, что скорость введения дивакансии  $3\cdot10^{-2}$  см<sup>-1</sup>, Скорости введения дефектов близки, следовательно DLTS-пик при T ~ 238 K принадлежит однозарядовому состоянию дивакансии. Скорость введения VOH – комплекса ~ $1\cdot10^{-2}$  см<sup>-1</sup> [1], следовательно пик T ~ 163 K (кривая 2) не принадлежит VOH. Значит в спектре, представленном на рисунке 1, доминирует дивакансия, а A – центр и VOH отсутствуют. Таким образом, после облучения протонами и дополнительного облучения электронами из спектра DLTS удаляются A – центр с VOH – комплексом и вводится дивакансия.



1-до облучения; 2, 5 – после облучения протонами и отжига при 100  $^{0}$ C 6 часов; 3 – облучение электронами; 4 – закалка от 200  $^{0}$ C в воду

Рисунок 2 – Профили распределения концентрации электронов для образца, представленного на рисунке 1

Из анализа данных рисунок 2 и сопоставления с литературными данными [3] следует, что дополнительное облучение электронами не влияет на концентрацию электронов проводимости (ср.кривые 2 и 3), а также на процесс перестройки бистабильных водородных доноров (см. кривые 4 и 5).

#### Литература

1.Козлов, В. А. Легирование полупроводников радиационными дефектами при облучении протонами и альфа-частицами / В. А. Козлов, В. В. Козловский // ФТП. – 2001. – Т. 35.– № 7.– С. 769–795.

2. Brotherton, S. D. Defect production and lifetime control in electron and Y- irradiated silicon / S. D. Brotherton, P. Bradley // J. Appl.Phys. – 1982. – V. 53. –  $N_{2}$  8. – P. 5720–5732.

3.Покотило, Ю. М. Формирование водородных доноров в эпитаксиальном кремнии, имплантированном протонами / Ю. М. Покотило [и др.] // Неорганические материалы. – 2009. – Т. 45. – № 11. – С. 1285–1290.

# А.Ю. Вашуров (БГУИР, Минск)

Науч. рук. Е.В. Телеш, ст. преподаватель

### ОСАЖДЕНИЕ АЛМАЗОПОДОБНЫХ ПОКРЫТИЙ ИЗ ИОННЫХ ПУЧКОВ

Алмазные и алмазоподобные покрытия (АПП) широко применяются для защиты поверхности окон лазеров, просветления инфракрасной оптики, для упрочнения режущего инструмента, изготовления эффективных теплоотводов [1]. Существующие методы формирования таких покрытий основаны на ионном распылении графита и деструкции углеводородов на подложке. В данной работе для получения покрытий использовался метод прямого осаждения углерода из ионных пучков.

Экспериментальные исследования проводили на установке вакуумного напыления ВУ-1А, оснащенной модернизированным ионным источником на основе ускорителя с анодным слоем, зондовым контролем и системой эмиссионного спектрального анализа состава ионного пучка. Измерение энергии ионов проводилось с использованием многосеточного зонда. На рисунке 1 представлен внешний вид ионного пучка.



Рисунок 1 – Внешний вид ионного пучка

Анализ эмиссионных спектров излучения показал наличие линий атомарного углерода, ионов углерода, азота и OH<sup>+</sup> (рисунок 2). Установлено, что для всех применяемых газов интенсивность пиков атомарного углерода значительно ниже интенсивности пиков от ионов углерода, что свидетельствует об эффективных процессах деструкции и ионизации.



Рисунок 2 - Спектр излучения пучка ионов из метана

Измерение энергии ионов показало, что она зависит от напряжения на диафрагме. При ускоряющем напряжении первичного ионного пучка 3 кВ и токе разряда 100 мА, энергия ионов вторичного ионного пучка составила около 50 эВ. При этом напряжение на диафрагме изменялось от 0 до 20 В. Повышение напряжения на диафрагме приводило к соответственному увеличению энергии ионов. При  $U_{d}$ =100 В энергия ионов составляла 130 эВ. Для формирования качественных АПП энергия конденсирующихся на подложке частиц должна находиться в диапазоне 20–60 эВ.

Формирование покрытий осуществляли осаждением из ионных пучков метана и пропана. Покрытия наносились на неподвижную подложку. В качестве последней использовались стекло, кремний германий. Толщина покрытий составляла около 0,3 мкм. Условия осаждения были следующими: остаточное давление  $-2 \cdot 10^{-5}$  мм рт. ст., рабочее давление  $- 6 \cdot 10^{-4}$  мм рт. ст., ускоряющее напряжение – 3,4 кВ, ток разряда – 100 мА, напряжение на диафрагме – 15 В, температура подложки – 30 <sup>о</sup>С. Покрытия имели окраску от желтоватого до коричневого цвета. Пленки имели плохую прозрачность в видимом диапазоне (T=50 %), но переходе в инфракрасную область пропускание увеличивается. По спектральной зависимости отражения был определен коэффициент преломления покрытий, который находился в диапазоне 2,2...2,4.

Покрытия из алмазоподобного углерода толщиной ~1,1 мкм были нанесены на поверхность германиевой подложки. На рисунке 3 приведена зависимость пропускания системы АПП/германий от длины волны падающего излучения.



Рисунок 3– Спектральная зависимость пропускания системы АПП/германий

Анализ этой зависимости позволяет сделать вывод о перспективности использования полученных покрытий для просветления германиевой оптики инфракрасного диапазона.

Полученные покрытия были исследованы с применением рамановской спектроскопии. Пики, соответствующие графитовой фазе (1580 см<sup>-1</sup>) не были обнаружены. Ряд пиков подтвердили наличие аморфного углерода. Пик (1333 см<sup>-1</sup>) соответствовал алмазной фазе. Были также сняты ЭПР-спектры, измеренные на спектрометре Radiopan-SE/x на частоте 9,3 ГГц. Они показали наличие ярко выраженного сигнала с g=2,00286, что свидетельствует об образовании структуры  $\alpha$ –C. Полученные результаты свидетельствуют о высоком проценте содержания алмазной фазы в покрытиях.

Для измерения механических характеристик покрытия наносились на подложки из кремния. Измеренная на трибометре ТАУ-1Н износостойкость составила 1240 циклов истирания. Для сравнения покрытие из нитрида алюминия выдержало лишь 150 циклов истирания.

Измерение микротвердости покрытий дало результаты от 1145 до 2155HV. Исследование адгезии покрытий методом отрыва липкой ленты показало, что покрытия имели отличное сцепление со всеми использованными в экспериментах подложками.

#### Литература

1. Алмаз в электронной технике: Сб.ст. / Отв. ред. В. Б. Квасков. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 248 с.

### **Е.Г. Данченко (УО «БелГУТ», Гомель)** Науч. рук. **П.Н. Богданович,** д.т.н. профессор

#### ПРИМЕНЕНИЕ ПРИСАДОК ОТЕЧЕСТВЕННОГО ПРОИЗВОДСТВА ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ СВОЙСТВ ЖИДКИХ И ПЛАСТИЧНЫХ СМАЗОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ

В настоящее время прогресс в области машиностроения непосредственно связан с качеством применяемых смазочных материалов (СМ) в рабочих узлах машин. Существующие на данный момент СМ, как жидкие, так и пластичные, сами по себе уже не могут удовлетворять жестким требованиям, предъявляемым к ним современными машинами. Поэтому актуальной является задача улучшения основных эксплуатационных свойств СМ с помощью присадок.

В последнее десятилетие индустрия присадок в странах СНГ находилась в затянувшемся кризисном состоянии. Многие профильные производства с распадом СССР оказались в тяжелейших условиях и вскоре были закрыты. На этом фоне все более активные усилия по завоеванию рынка СНГ стали предпринимать зарубежные производители присадок. Однако высокая стоимость закупаемых присадок иностранных марок неизбежно приводит к удорожанию процесса производства готовых СМ [1]. Поэтому в настоящее время весьма привлекательной выглядит перспектива замены присадок иностранного производства на отечественные аналоги, что позволит, в конечном счете, существенно снизить себестоимость СМ отечественного производства и даст возможность конкурировать на мировом рынке с ведущими производителями СМ [2].

Данная работа была посвящена изучению жидких и пластичных СМ, модифицированных присадками отечественного производства, с целью создания новых смазочных систем с повышенными триботехническими свойствами.

Для достижения этой цели были поставлены следующие задачи:

 определить влияние концентрации присадок на противоизносные и противозадирные свойства жидких и пластичных СМ;

 определить влияние концентрации присадок на коэффициент трения СМ при различных режимах нагружения.

В исследованиях применялись различные по физико-механическим свойствам, химическому составу и строению СМ. В качестве базовых СМ были использованы: индустриальное масло И-40А (ГОСТ 20799-88), масло моторное ТНК 15W-40, масло вазелиновое (ГОСТ 3164-78); пластичные СМ "Литол-24" (ГОСТ 21150-87) и "Солидол жировой" (ГОСТ 1033–79).

Для модификации жидких и пластичных СМ были использованы сульфонатные присадки С-300 (ТУ ВҮ 390401182.023-2010) и ССК-400 (ТУ ВҮ 390401182.022-2009). Испытания жидких СМ проводили на серийной машина трения СМТ-1[3] по схеме «вал-частичный вкладыш», а также на торцевой машине трения по схеме «штифт-диск» пар сталь 45сталь 45. Смазывающие свойства пластичных и жидких СМ (показатель износа и критическая нагрузка) определяли на четырёхшариковой машине по ГОСТ 9490–75 [4].

Показано, что введение в СМ сульфонатных присадок отечественного производства приводит к значительному улучшению триботехнических характеристик. Так, при проведении испытаний на машине трения СМТ-1 чистых СМ и СМ, содержащих присадки, было установлено, что при добавлении присадок происходит значительное снижение коэффициента трения f для индустриального (И-40А) и вазелинового масла. В отдельных случаях снижение коэффициента трения составляло 30 %. Для моторного масла ТНК 15W-40 снижение не столь значительно, как для двух предыдущих масел, так как в его состав изначально уже включены присадочные материалы.

При испытаниях на четырехшариковой машине трения выявили, что при добавлении присадок как в жидкие, так и в пластичные СМ происходит возрастание нагрузочной способности, которая превышает нагрузочную способность чистых аналогов в 2–2,5 раза. При добавлении присадок в СМ происходит значительное повышение их противоизносных свойств, о чём свидетельствует уменьшение диаметра пятна износа с ростом концентрации присадок в составе смазок. Следует также отметить, что минимального износа и максимальной нагрузочной способности среди жидких СМ удалось добиться при введении присадки ССК-400 в количестве 5 об. % в индустриальное масло И-40А, что делает его наиболее перспективным, среди испытанных образцов.

При проведении испытаний на торцевой машине трения, на которой определялось влияние нагрузки на коэффициент трения при различных концентрациях присадок, определили, что введение присадок сопровождается уменьшением коэффициента тренияя f в 2–4 раза, что подтверждает данные, полученные при испытаниях на машине трения СМТ-1. С возрастанием концентрации присадочных материалов коэффициент трения продолжает уменьшаться, однако такое уменьшение ощутимо только до концентрации присадок, равной 3 %. При дальнейшем увеличении содержания присадочных материалов будет только уменьшаться время, за которое происходит стабилизация коэффициента трения.

Таким образом, на основании полученных данных можно с достаточной уверенностью сказать, что при введении сульфонатных присадок отечественного производства в смазочные материалы существенно улучшаются триботехнические свойства СМ.

#### Литература

1. Журнал «Масла@Лукойл» № 13 / издательсво ООО «ЛЛК-Интернейшн», февраль 2008. – 18 с.

2. Шулдыков, Р. А. Смазочные материалы на основе промежуточных продуктов нефтепереработки и жидкокристаллических соединений: дис.: 05.02.04 / Р. А. Шулдыков. – Гомель, 2004. – 137 с.

3. Смазочные материалы: Антифрикционные и противоизносные свойства. Методы испытаний: Справочник / Р. М. Матвиевский, В. Л. Лашхи, И. А. Буяновский и др. – Москва: Машиностроение, 1989. – 224 с.

4.ГОСТ 9490–75. Материалы смазочные жидкие и пластичные. Метод определения смазывающих свойств на четырёхшариковой машине. – Государственный стандарт СССР: издательство стандартов – 1982. – 14 с.

**Ю.А. Дышлевич (БГУ, Минск)** Науч. рук. **Ю.М. Покотило,** к.ф.-м.н., доцент

#### ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ СУБМИКРОННЫХ п<sup>+</sup>-СЛОЕВ В СПЛАВАХ SiGe, ИМПЛАНТИРОВАННЫХ ИОНАМИ

Облучение пучками протонов и последующая термообработка кремния приводят к формированию п+слоя, локализованного в области проецированной длины пробега ионов [1]. В настоящем сообщении исследуются условия формирования и свойства таких слоев в кристаллах Si и твердых растворов Si<sub>1-x</sub>Ge<sub>x</sub> (x=5,5 %).

Исследования проводились на диодных кремниевых (Mo-Si) и твердых растворов кремний-германий (Au-SiGe) структурах Шоттки (удельное сопротивление базы,легированной фосфором, в обоих типах кристаллов ~1 Ом·см), облученных через металлический контакт низкоэнергетическими протонами (доза D=10<sup>15</sup> см<sup>-2</sup>, энергия – 300 кэВ). Для сравнения использовалось также облучение гамма-квантами <sup>60</sup>Со и электронами с энергией 6 МэВ. Измерения электронных профилей осуществлялось стандартным методом С-V характеристик (рабочая частота – 1 МГц) при комнатной температуре. Параметры дефектов с глубокими уровнями определялись из измерений спектров DLTS. Образцы отжигались в кварцевой трубке на воздухе.

Из анализа, представленных на рисунок 1, профилей распределения Н-доноров, следует, что при одинаковой дозе и энергии протонов в образцах различных типов максимумы распределений смещены и для образца SiGe профиль более размытый.



Тип облучения: 1, 2 – протоны; 3 – протоны + электроны. Термообработка: 1–3 – 350 °C 20 мин. Доза облучения протоны – 1<sup>-</sup>10<sup>15</sup> см<sup>-2</sup>, электроны – 1<sup>-</sup>10<sup>15</sup> см<sup>-2</sup>.

### Рисунок 1 – Профили распределения водородосодержащих доноров в кристаллах SiGe (1) и Si (2, 3)

Смещение максимумов распределения Н-доноров связаны, очевидно, с неодинаковыми длинами проецированного пробега протонов, имплантированных в базу диодов через металлические контакты различной толщины. Сплошными линиями на рис.1 представлена аппроксимация полученных данных нормальным (гауссовым) распределением при значениях полуширины (разброса пробегов)  $\Delta R_p = 0,49$  и 1,38 мкм и концентрации Н-доноров в максимуме  $N_{max} = 7.10^{15}$  и 4,2.10<sup>16</sup> см<sup>-3</sup> соответственно для образцов Si и SiGe. C учетом соотношения  $N_{max} = \Phi / [(2\pi)^{1/2} \Delta R_p]$ , Ф – доза облучения, видно, что эффективность образования Нгде в образцах SiGe в три раза ниже чем в чистом кремнии. доноров Причиной уширения профиля распределения Н-доноров в SiGe может быть дополнительное рассеяние на атомах германия так как относительная ширина профиля зависит от отношения массы иона к массе атома мишени.

Для выяснения причин снижения эффективности образования Н-доноров в SiGe нужно исследовать образование сопутствующих имплантации радиационных дефектов (РД), которые, согласно [2], могут влиять на процесс формирования доноров. На рисунок 2 представлены спектры DLTS для образцов Si и SiGe, облученных протонами, а также дополнительно облученных электронами и гамма-квантами.



Вид облучения:  $1 - H^+$ ;  $2 - \gamma$ ;  $3 - H^+ + \gamma$ ;  $4 - H^+ + e$ ;  $5 - H^+$ 

Рисунок 2 – Спектры DLTS для Si (1-4)и SiGe (5)

Параметры центров, найденные из зависимостей Аррениуса при записи спектров с различными длительностями окон регистрации, приведены в таблице.

Номер	Энергия уровня,	Сечение	Темпера-	Идентификация
пика	эВ	захвата,	тура	
		$10^{-15} \text{ cm}^2$	отжига,	
			°C	
1	$E_{c}$ -(0,165±0,05)	5±2	350	(V-O) <sup>0/-</sup> ,А-центр
2	E <sub>c</sub> -0,31	1,6	250	V-О-Н- центр
3	E <sub>c</sub> -0,5	4,4	250	(P-V) <sup>-/0</sup> , Е-центр
4	$E_{c}$ -(0,42±0,01)	1±0,3	150	(P-V) <sup>-/0</sup> , Е-центр

Из анализа этих данных следует, что наблюдаются в основном три типа радиационных дефектов – А-, V-O-H- и Е-центры. Обращает на себя внимание очень низкая концентрация дефектов в Si, облученном протонами (на рис. значения увеличены в 4 раза). Это связано с пассивацией РД атомами водорода, что подтверждается наличием V-O-H-центра

(А-центр + водород) в этом случае. В образцах SiGe концентрация дефектов выше и отсутствует V-O-H-центр. Обращает на себя внимание смещение в область более низких температур (см. рисунок 2) пика 3, по сравнению с пиком 4. Это связано с влиянием полей упругих напряжений, возникающих в решетке кремния за счет присутствия атомов германия, на энергию ионизации Е-центра [3]. Следовательно, примесь германия существенно влияет на свойства радиационных дефектов и, в том числе, может служить ловушкой для внедренных атомов водорода. Таким образом, снижение эффективности формирования Hдоноров в SiGe обусловлено конкурирующим процессом захвата водорода атомами германия с образованием электрически неактивных комплексов.

#### Литература

1. Абдулин Х. А., Горелкинский Ю. В., Мукашев Б. Н., Токмолдин С. Ж. // ФТП. – 2002. – Т. 36. – № 3. – С. 257.

2. Покотило Ю. М. и др.// Неорганические материалы – 2009. – Т. 45 – № 11 – С. 1285.

3. Monakhov E. V., Kuznetsov A Yu., Svensson B. G. // J. Appl. Phys. – 2000. – Vol. 87. – P. 4629.

#### **Е.В. Заяц (УО «ГГТУ им. П.О. Сухого», Гомель)** Науч. рук. **Н.В. Иноземцева,** к.т.н., доцент

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ НАГРЕВА В ЗОНЕ КОНТАКТА ПОКРЫТИЙ С МАТЕРИАЛОМ ОСНОВЫ ПРИ ПЛАКИРОВАНИИИ

Процесс нанесения на металлическую основу металлического слоя покрытия путем совместной пластической деформации основы и плакирующего материала является достаточно перспективным вследствие высокой производительности и малой энергоемкости. Качество соединения между плакирующим и плакируемым материалом в значительной степени зависит от температуры в процессе их соединения пластической деформацией. Поэтому анализ величины тепловыделения от пластической деформации в зоне соединения при плакировании требует специального изучения. Это особенно актуально в случаях осуществления плакирования без дополнительного нагрева обрабатываемых материалов.

Следует отметить, что энергия, расходуемая на процесс плакирования и передаваемая от рабочих инструментов на совместно пластически деформируемые металлы, т.е., расходуемая на пластическую деформацию, перераспределяется на несколько энергий, а именно на фрикционное тепловыделение, деформационное тепловыделение и на увеличение энергии упругой деформации.

Таким образом, часть любой механической энергии деформации превращается в теплоту. И это превращение по теории К.А. Кочергина [1] физически определяется сдвигами относительно друг друга элементарных кристаллов, зерен (кристаллитов), макроскопических объемов металла. Согласно его теории сдвиг металла в целом подчиняется макромасштабным измерениям и поэтому может оцениваться величиной температуры сдвига. Недостатками этой теории является то, что величина температуры в контакте зависит от времени межзеренного сдвига, что затрудняет практическое использование и учитывается только межзеренный сдвиг, что неправомерно, т.к. присутствует и внутризеренный сдвиг, роль которого более существенна в механизме пластической деформации металлов.

Пластическая деформация металла происходит в результате размножения и движения дислокаций. То есть при соединении материалов в твердой фазе на контактную поверхность выходят дислокации. В этих местах на контактных поверхностях возникают активные центры. Соединяемые металлы при плакировании испытывают пластическую деформацию, которая сопровождается выделением теплоты. Величина подогрева зависит от интенсивности пластической деформации. Тогда согласно теории Ю.Л. Красулина [2] и теории теплопроводности температура нагрева в зоне контакта разнородных материалов определяется:

$$T = \frac{2 \cdot q \sqrt{a_1 \cdot a_2} \cdot t}{\lambda_1 \sqrt{a_2} + \lambda_2 \sqrt{a_1}} ; \quad q = \rho_g \cdot q_g, \quad \exists \mathsf{M} \mathsf{M}^2 \mathsf{c}$$
(1)

где  $\rho_g$  – плотность дислокаций на поверхности металлической основы в зоне соединения с порошковым слоем, м<sup>-2</sup>;  $q_g$  – тепловая мощность элементарного источника тепла в месте выхода дислокации к поверхности в зоне соединения, с учетом времени выделения этой мощности, равного порядка  $10^{-11}$  с,  $q_g = 4,56 \cdot 10^{-9}$  Дж/с, где  $a_1$  – температуропроводность металла плакируемой основы, м<sup>2</sup>/с;  $a_2$  – температуропроводность металла плакирующего слоя, м<sup>2</sup>/с;  $\lambda_1$  – теплопроводность металла плакирующего слоя, м<sup>2</sup>/с;  $\lambda_2$  – теплопроводность металла плакирующего слоя, вт/м·К; t – время процесса совместного пластического деформирования металлической основы и порошка плакирующего покрытия, с.

Недостатками этой зависимости является то, что отсутствует взаимосвязь величины температуры на контакте от скорости деформации, что также затрудняет использование этой зависимости.

Для устранения этого недостатка предложено ввести зависимость плотности дислокации от скорости деформирования. Для этого выразим величину  $\rho_g$  от скорости деформирования:

$$\rho_g = \frac{\gamma}{b \cdot v_g}, \, \mathrm{M}^{-2} \tag{2}$$

где  $\gamma$  – скорость деформации сдвига на поверхности контакта металлической основы с порошком, с<sup>-1</sup>; b-вектор Бюргерса, м;  $\upsilon_g$  – средняя скорость пробега дислокаций, м/с.

Величину  $v_g$  можно определить из [3]:

$$\upsilon_g = \frac{\upsilon_n \cdot \gamma_{\max} \cdot (\gamma_{\max} + 2) \cdot 10^6}{2 \cdot l \cdot b \cdot \rho_g \cdot (\gamma_{\max} + 1)}, \, \text{M/c}$$
(3)

где  $\upsilon_n$  – скорость процесса деформирования, м/с; l – длина очага деформации, м;  $\gamma_{\text{max}}$  – максимальная угловая деформация на поверхности металлической основы в зоне соединения,  $\gamma_{\text{max}} = \sqrt{3} \cdot \varepsilon_{\text{max}}$ , где  $\varepsilon_{\text{max}}$ максимальная главная деформация.

Исходя из (2)

$$\gamma = \rho_g \cdot b \cdot \upsilon_g, \, c^{-1} \tag{4}$$

Подставляя в (4) выражение (3) получим:

$$\gamma = \frac{\upsilon_n \cdot \gamma_{\max} \cdot (\gamma_{\max} + 2) \cdot 10^6}{2 \cdot l \cdot (\gamma_{\max} + 1)}, c^{-1}$$
(5)

Скорость пробега дислокаций определяется по формуле:

$$\upsilon_g = \upsilon_{36} \cdot \exp\left(-\frac{A}{\tau \cdot T}\right), \, \text{M/c}$$
(6)

где  $\upsilon_{36}$  – скорость звука в материале, где движутся дислокации, для металла  $\upsilon_{36} = 5 \cdot 10^3$  м/с;  $\tau$  – действующее касательное напряжение, в зоне образования соединения, мПа; *T* – абсолютная температура в очаге деформации, *K*; *A* – константа материала, *мПа* · *K*.

Величина топределяется для конкретной схемы деформации.

Подставляя выражения (5) и (6) в (2) получим:

$$\rho_g = \frac{\upsilon_n \cdot \gamma_{\max} \cdot (\gamma_{\max} + 2) \cdot 10^6}{2 \cdot l \cdot (\gamma_{\max} + 1) \cdot b \cdot \upsilon_{36} \cdot \exp\left(-\frac{A}{\tau \cdot T}\right)}, \,\mathrm{M}^{-2}$$
(7)

Анализ зависимости (7) совместно с (1) показывает, что при постоянных физико-механических характеристиках обрабатываемых материалов величина нагрева в зоне соединения при плакировании тел тем больше, чем выше скорость деформирования, сдвиговая деформация и время процесса деформирования. Это подтвердилось проведением экспериментальных исследований по плакированию обратным выдавливанием, а также может качественно соответствовать практическому опыту.

#### Литература

1.Кочергин, К. А. Контактная сварка / К. А. Кочергин. – Л. : Машиностроение, 1987 – 256 с.

2. Красулин, Ю. Л. Микросварка давлением. / Ю. Л. Красулин, Г. В. Назаров. – М.: Металлургия, 1976 – 160 с.

3. Новиков, И. И. Дефекты кристаллической решетки металлов / И. И. Новиков – М.: Металлургия, 1968 – 320 с.

#### В. Н. Ильницкая (УО «БГПУ им. М. Танка», Минск) Науч. рук. К.А. Саечников, к.ф.-м.н., доцент

#### РАЗРАБОТКА КОНСТРУКЦИИ И ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕНЕРАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛАЗЕРА НА КРАСИТЕЛЕ Р-6Ж В ТВЕРДОЙ МАТРИЦЕ С ЛАЗЕРНОЙ НАКАЧКОЙ

Лазерное излучение в силу своих специфических характеристик (монохроматичность, когерентность, направленность, мощность и др.) находит широкое применение в различных областях науки и техники. Для каждой конкретной задачи используется тот или иной тип лазера со своими наборами генерационных параметров. В этом ряду не последнее место занимают лазеры на красителях в силу возможности осуществления плавной перестройки частоты генерации в пределах полосы усиления красителя.

Известно, что для перестройки частоты лазерного излучения широко используются призменные системы или дифракционные решетки, а для дальнейшего сужения спектральной ширины линии применяются интерферометры Фабри-Перо. Однако, при работе с лазерами на растворах органических красителей возникают определенные трудности, связанные с низкой фотоустойчивостью используемых растворов красителей и выбором их концентрации, которую в процессе работы приходится корректировать.

В данной работе предложен компактный лазер на красителе Р-6Ж в матрице полиметилметакрилата с накачкой второй гармоникой твердотельного лазера АИГ:Nd3+ фирмы LOTIS-TII. Обсуждается конструкция лазера и оптимальное схемное решение системы. Измерены генерационные характеристики лазерного излучения.

Особое внимание при измерении генерационных характеристик уделялось исследованию спектральной ширины линии лазерного излучения в пределах его полосы перестройки. Использование спектральных приборов старого поколения (с визуальной, фотографической регистрациями и др.) не обеспечивает необходимую точность и мобильность в работе. Поэтому, для измерения спектральной ширины лазерного излучения предлагается использовать автоматизированный комплекс, включающий малогабаритный спектрометр на ПЗС-линейке с компьютерной регистрацией и обработкой результатов (прибор разработан и изготовлен на физическом факультете БГУ). Спектрометр был протестирован по линиям неоновой лампы. Результаты показали, что спектральное разрешение в пределах полосы генерации лазера на красителях составляет порядка 0,3 нм.

Измерен диапазон перестройки лазерного излучения и исследовано влияние энергии накачки и геометрии прохождения лучей в лазере на красителе на спектральную ширину линии лазерного излучения. Показано, что спектральная ширина лазерного излучения варьируется в пределах от 0,5 до 2 нм, что, главным образом, определяется величиной энергии накачки.

Для дальнейшего сужения спектральной линии лазерного излучения предлагается использование внутрирезонаторного интерферометра Фабри-Перо. Приводятся его оптические параметры и оптимальная геометрия расположения в схеме лазера на красителе. Представлены предварительные результаты влияния интерферометра Фабри-Перо на генерационные характеристики лазерного излучения.

Таким образом, в работе предложен компактный лазер на красителе. Р-6Ж в твердой матрице с лазерной накачкой. Исследованы его генерационные характеристики. Для исследования спектральных характеристик использован автоматизированный комплекс на основе малогабаритного спектрометра на ПЗС-линейке. Показано, как влияет на спектральную ширину лазерного излучения энергия накачки, геометрия прохождения световых пучков в схеме лазера на красителе и накачивающего пучка, а также размещение внутри резонатора лазера интерферометра Фабри-Перо.

#### **А.В. Коновалова (БГУ, Минск)** Науч. рук. **Н.М. Казючиц, И.И. Азарко,** к.ф.-м.н.

#### ПАРАМАГНИТНЫЕ ДЕФЕКТЫ В МОНОКРИСТАЛЛАХ СИНТЕТИЧЕСКОГО АЛМАЗА СТМ «АЛМАЗОТ»

Алмаз является уникальным природным минералом, занимающим исключительное положение в современной цивилизации. Он незаменим в некоторых приложениях электроники, атомной энергетики, биологии, медицины и приборостроения. По этой причине во многих странах мира развивается производство синтетических алмазов. В Республике Беларусь синтетические монокристаллы алмаза производятся на РУП «Адамас БГУ». Продукция предприятия имеет наименование сверхтвердый материал (СТМ) «Алмазот». СТМ «Алмазот» выращивают в беспрессовых аппаратах высокого давления типа «разрезная сфера» из растворенного в расплавленном металле углерода. Наиболее часто при выращивании алмазов используется расплав никеля и железа. Кристаллизация алмаза из растворенного в металле углерода происходит при более низких давлениях и температурах, чем прямой переход графита в алмаз. В ростовой камере поддерживаются необходимые условия для термодинамической стабильности алмаза: Р=5-6 ГПа и температура Т=1400-1600 °С. Процесс лавление синтеза осуществляется в течение 70 часов. В процессе синтеза с высокой точностью поддерживаются требуемые температура и давление. Синтезируемые кристаллы имеют кубооктаэдрическую форму и массу до 2 карат. На рисунке 1а приведены фотографии типичных кристаллов СТМ «Алмазот».

Выращивание монокристаллов алмаза при высоких давлениях и температурах (в англоязычной литературе – НРНТ-метод) сопровождается их неконтролируемым легированием примесями азота и металлов-растворителей (железа и никеля). Азот попадает в кристалл из материалов реакционной ячейки, которые адсорбируют его из воздуха. Металлические примеси захватываются растущим кристаллом из расплава. Азот и металлические примеси ухудшают потребительские качества алмазов. В связи с этим, уменьшение автолегирования синтетических алмазов является актуальной задачей как с научной, так и с практической точки зрения.

Обычно для снижения концентрации азота в алмазе в ростовую систему вводят дополнительные вещества, так называемые, геттеры, свя-
зывающие азот в устойчивые нитриды. Однако при этом геттеры взаимодействуют с углеродом с образованием карбидов, которые активно захватываются растущим кристаллом, что ухудшает его качество. Альтернативным способом уменьшения количества азота в кристаллах алмаза может быть уменьшение его концентрации в материалах реакционной ячейки.

Целью данной работы является исследование влияния отжига элеметов реакционной ячейки на автолегирование кристаллов синтетического алмаза металлическими примесями и азотом.

Для дегазации элементов реакционной ячейки проводился их отжиг в смеси газов Ar+H<sub>2</sub> при температуре 800 °C в течение 120 мин. Под действием термодиффузии часть атмосферного азота и кислорода в порах и на поверхности элементов ячейки была заменена атомами аргона и водорода. После отжига материалы помещались в атмосферу смеси газов Ar+H<sub>2</sub> и находились там вплоть до сборки реакционной ячейки. Синтез монокристаллов CTM «Алмазот» проводился при стандартных P-T-параметрах. На рисунке 16 приведены фотографии кристаллов, синтезированных по модифицированной технологии.

Исследования кристаллов СТМ «Алмазот» и вырезанных из них пластин проводились методом электронного парамагнитного резонанса (ЭПР). Из анализа спектров ЭПР проводился расчет концентрации двух типов парамагнитных дефектов: изолированного азота в узлах кристаллической решетки (С-дефект) и парамагнитного никеля.

Средние концентрации парамагнитных дефектов в кристаллах, синтезированных по стандартной и модифицированной технологии, приведены на рисунке 1.

Для исследования однородности кристаллов СТМ «Алмазот» некоторые из них были распилены на пластины. На рисунке 2 показаны фотография кристалла № 4672 со схемой раскроя и фотографии полученных пластин. Из измерения и анализа спектров ЭПР были получены численные значения концентрации технологических примесей азота и никеля для различных пластин, результаты расчета приведены на гистограммах 2в и 2г, соответственно. Можно видеть, что концентрации азота и никеля уменьшаются в направлении от центра кристалла к его периферии.





Средняя концентрация парамагнитного азота 4,32 · 10<sup>18</sup> спин/г Средняя концентрация парамагнитного никеля 1,67 · 10<sup>18</sup> спин/г

Средняя концентрация парамагнитного азота 1,30·10<sup>18</sup> спин/г Средняя концентрация парамагнитного никеля 4,90·10<sup>17</sup> спин/г

Рисунок 1 – Фотографии кристаллов СТМ «Алмазот», выращенных:

а) – по стандартной технологии синтеза;

б) – с использованием предварительного отжига элементов реакционной ячейки в смеси инертных газов



а) – Схема раскроя кристалла СТМ «Алмазот» № 4672 на пластины;

б) – фотографии изготовленных пластин;

в), г) – гистограммы распределения концентрации парамагнитных азота и никеля в кристалле, соответственно

Таким образом, кристаллы СТМ «Алмазот» характеризуются неоднородным распределением примесей азота и никеля. Максимальное содержание этих примесей наблюдается в центральной области кристалла в окрестности затравки. Высокотемпературный отжиг элементов реакционной ячейки в смеси газов Ar+H<sub>2</sub> снижает концентрацию парамагнитных азота и никеля в синтезированных кристаллах, как минимум, в три раза.

Результаты представят практический интерес для РУП «Адамас БГУ» при разработке технологии синтеза беспримесных кристаллов алмаза.

## **А.Н. Конопацкий (УО «БелГУТ», Гомель)** Науч. рук. **В.П. Казаченко,** к.ф.-м.н., доцент

# РАЗРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ ДЛЯ МЕХАНИЧЕСКИХ И ТРИБОТЕХНИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ МАТЕРИАЛОВ

Среди актуальных проблем современного транспорта особое место занимают снижение износа и повышение долговечности узлов трения. Износ сопряженных деталей обусловливается в основном протекающими в поверхностных слоях физико-химическими процессами, одной из причин которых являются знакопеременные деформации этих слоев. В связи с этим совершенствуются методы определения параметров фрикционного взаимодействия, в том числе напряженно-деформированного состояния контакта. Ряд работ посвящен наиболее сложной для математического описания стадии перехода от трения покоя к трению скольжения, т.е. контакту в режиме предварительного смещения.

Исследования предварительного смещения позволяют сделать важные заключения о природе трения, в частности, дать физическое обоснование понятию неполной силы трения, называемой также силой предварительного смещения.

Процесс предварительного смещения управляет износом и долговечностью соединений с натягом, фрикционных передач (вариаторов, трансмиссий), узлов железнодорожного транспорта (пара «колесорельс», поглощающих аппаратов). Предварительное смещение оказывает значительное влияние на износ пар трения, работающих в режиме реверсивного движения (например, направляющих металлорежущих станков).

Трудности изучения трения в режиме предварительного смещения на стандартизованном трибологическом оборудовании [1] связаны с

необходимостью высокоточного измерения усилий и, в особенности, перемещений, поскольку величина последних даже в сопряжениях из твердых материалов (металлы, керамика) измеряется микрометрами. В большинстве известных публикаций трибоиспытания проводились на разработанных и изготовленных авторами установках. Как правило, в них, за редким исключением, определялись макроскопические характеристики трения (смещения, усилия, коэффициенты трения покоя и движения), а объектом исследования являлись в основном металлы [2], реже полимеры [3]. Для детального изучения процесса предварительного смещения необходимо определять локальные контактные параметры (давления, проскальзывание) и объемное напряженно-деформированное состояние тел сопряжения, что возможно на основе сочетания экспериментальных и теоретических методов исследования.

В связи с этим, целью данной работы являлось создание экспериментальной установки для исследования явления предварительного смещения, а также определение трибомеханических характеристик металлополимерного контакта при совместном действии нормальной и касательной нагрузок.

Для достижения этих целей были поставлены следующие задачи:

 – анализ существующих конструкций стендов для изучения явления предварительного смещения и разработка схемы экспериментальной установки;

- изготовление деталей и сборка экспериментальной установки;

- тестирование установки в режиме предварительного смещения;

- экспериментальное исследование контактного взаимодействия.

Предложенная методика определения параметров предварительного смещения, а также коэффициентов трения скольжения покоя и движения, основана на использовании стандартизованного оборудования для механических испытаний Instron 5567 и Conten 94C, имеющихся в ИММС НАН Беларуси, и является развитием подхода, описанного в [4].

В связи с тем, что резинотехнические изделия широко используются на транспорте в качестве колесных движителей, уплотнений, демпфирующих элементов, подрельсовых прокладок и т.д., испытуемым материалом являлась резина. В качестве контртела использовали стандартные меры твердости. На одной из поверхностей исследуемого образца имелось рифление с целью определения влияния анизотропии рельефа поверхности на параметры предварительного смещения. На основании проведенных экспериментов установлен характер влияния на процессы трения скорости скольжения тел и состояния поверхности, что позволяет сделать следующие выводы:  При низких скоростях скольжения возникают фрикционные автоколебания. Амплитуда колебаний уменьшается с ростом скорости скольжения. При высоких скоростях скольжения фрикционные автоколебания отсутствуют.

– В ряде случаев имеют место затухающие тангенциальные колебания, предположительно обусловленные несовпадением величин сил трения покоя и скольжения.

 С увеличением скорости скольжения в условиях проведенного эксперимента наблюдается уменьшение силы трения скольжения и максимальной силы трения покоя.

#### Литература

1. Ясь, Д. С. Испытания на трение и износ. Методы и оборудование / Ясь Д. С., В. Б. Подмоков, Н. С. Дяденко – Киев: Техника, 1971.

2. Максак, В. И. Предварительное смещение и жесткость механического контакта – М.: Наука, 1975. – 203 с.

3. Богданович, П. Н. Предварительное смещение в металлополимерном фрикционном контакте / П. Н. Богданович // Доклады НАН Беларуси. – Т. 49, № 6. – 2005. – С. 106–109.

4. Шилько, С. В. Методика и результаты исследования металлополимерного контактного сопряжения в условиях предварительного смещения / С. В. Шилько, Л. П. Кухорев // Трение и износ. – 2007. – Т. 28, № 1. – С. 101–109.

# **Н.В. Маркова (БГУИР, Минск)** Науч. рук. **В.П. Василевич,** к.т.н., профессор

# СВЕТОВАЯ ДЕГРАДАЦИЯ В КРЕМНИЕВЫХ СОЛНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ

В процессе облучения фотоэлементов солнечным светом имеет место нежелательный процесс – вынужденная световая деградация (light induced degradation, LID), которая снижает эффективность фотоэлектрического преобразования солнечных элементов.

Появление световой деградации в фотоэлементах происходит вследствие образования соединения В-О на стадии производства кремниевых кристаллов, которое приводит к уменьшению объемного времени жизни неосновных носителей заряда в кремнии.

В процессе выращивания кристаллов по методу Чохральского[1], жидкий кремний вступает в контакт с газом, небольшое количество которого вклинивается в решеточную структуру полупроводникового элемента. Всегда два атома кислорода диффундируют через решетку кремниевого кристалла в форме димера и не вызывают никаких повреждений. Деградация происходит только, когда кислород соединяется с бором – акцептором в структуре полупроводника.

Катализатором начала фотоэлектрического эффекта является свет. Как только атом бор теряет свою дырку, освобождается энергия. Димер кислорода притягивается к бору, который представляется в решетке как одиночный отрицательно заряженный ион, тогда как димер – двойной положительно заряженный. Соединение В-О образует свой собственный энергетический уровень в решетке кремния и может захватывать электроны и дырки, которые затем становятся утраченными для фотоэлектрического процесса (рисунок 1)[2].



Рисунок 1 – Образование соединения В-О

Значение деградации линейно зависит от концентрации бора в решетке кремния и квадратично возрастает с ростом концентрации кислорода[1].

Исключить возможность образования соединений В-О в кремниевых подложках и тем самым избежать LID эффекта можно следующими способами:

в качестве альтернативы р-примеси бора можно использовать галлий;

 – получение монокристалла кремния методом зонной плавки (концентрация кислорода невысокая)

 выращивание монокристаллического кремния по методу Чохральского в магнитном поле[3];

увеличение сопротивление пластин до более 1 Ом см;

– переход на производство и эксплуатацию солнечных элементов n-типа.

#### Литература

1.Damiani, B. Light induced degradation in promising multi-crystalline silicon materials for solar cell fabrication / B. Damiani, K. Nakayashiki and others // Proceedings of 3rd World Conference on Volume 1, Issue, 11–18 May 2003 Page(s): 927–930 Vol. 1.

2.Schmidt, J. Mechanisms of Light-Induced Degradation in c-Si Solar Cells / J. Schmidt, K. Bothe, D. Macdonald, J. Adey, R. Jones, D. W. Palmer // The 4th International Symposium on Advanced Science and Technology of Silicon Materials (JSPS Si Symposium) 22–26 Nov., 2004, Kona – Hawaii, USA.

3.Schmidt, J. The Selection and performance of monocrystalline silicon substrates for commercially viable 20% efficient LID-free solar cells / J. Schmidt, K. Bothe, and R. Hezel // 19th European PV Solar Energy Conference, Paris, 2004.

# В.Н. Морозов (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель) Науч. рук. В.Г. Пинчук, д.т.н., профессор

## ФИЗИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИСЛОКАЦИОННОЙ СТРУКТУРЫ ФЕРРОМАГНЕТИКОВ МЕТОДОМ ФЕРРОМАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА

В реальных кристаллах даже в состоянии термодинамического равновесия имеются дефекты кристаллической решетки, определяющие многие физические свойства. Знание реальной структуры кристаллических материалов позволяет не только выяснить структуру самих дефектов и влияние их на физические свойства твердых тел, но и создать предпосылки в направлении улучшения качества и создания материалов с заданными свойствами.

В ферромагнетиках существенное влияние на магнитные свойства, в частности на ширину линии ( $\Delta H$ )ферромагнитного резонанса (ФМР) оказывают линейные дефекты кристаллического строения – дислокации. Эти дефекты определяют многие физические свойства кристаллов: пластическую деформацию, накопление скрытой энергии деформации, упругость и хрупкость. Взаимодействие дислокаций между собой и с другими дефектами в основном определяет критерии диспергирования решетки и ееразрушения за счет формирования микротрещин, пор, двойников и других элементов микроразрушения[1].

Влияние дислокаций на ∆*Н* проявляется в веществах с константой магнитострикции отличной от нуля. Это обстоятельствосвязано с тем, что в силу магнитострикции градиенты упругих напряжений вокруг дислокаций вызывают заметные градиенты внутреннего магнитного поля в материале. Последние, в свою очередь, приводят к разбросу резонансных частот, а при фиксированной частоте электромагнитного поля генератора СВЧ – к уширению линии ФМР [1].

Сущность явления ФМР связана с взаимодействием внешнего электромагнитного излучения СВЧ – диапазона со спиновой системой ферромагнетика и избирательным поглощением этого излучения системой спинов при совпадении собственных частот системы и внешнего излучения. Резонансное условие определяется соотношением [2]:

$$\omega_{pes} = \gamma H_0, \tag{1}$$

где  $\mathcal{O}_{pes}$  – круговая частота поля СВЧ,  $\gamma$  – гидромагнитное отношение,  $H_0$  – напряженность внешнего магнитного поля (электромагнита).

При наличии градиентов магнитного поля внутри ферромагнетика, обусловленных упругими полями дислокации условие ферромагнитного резонанса изменится и будет определяться следующим соотношением [2]:

$$\omega_{pes} = \gamma (H_0 + H_{NOK}) \tag{2}$$

Поле  $H_0 + H_{_{лок}} = H_{_{эф\phi}}$  называется эффективным полям резонанса. Из соотношения (2) очевидно, что к основному резонансному условию (1) добавляются резонансы на локальных магнитных полях дефектов. В этом случае резонансная кривая поглощения будет расширяться в зависимости от количества дефектов и их расположения в кристаллической решетке. Таким образом ФМР является прецизионнымметодом неразрушающего контроля ферромагнетиков.

Согласно спин-волновым представлениям все дефекты кристалла, размеры которых находятся в пределах спин-волнового спектра, будут существенно уширять линии ФМР. В эксперименте на частоте генератора СВЧ порядка10 ГГц реализуется спектр спиновых волн порядка  $10^{-5} \div 10^{-6}$  см, соизмеримый с протяженностью упругих полей дислокаций. Этими результатами определяется избирательность применяемого метода [3].

Для проведения исследований был создан радиоспектрометр ФМР, блок-схема которого приведена на рисунке 1.



Рисунок 1 – Блок-схема спектрометра ФМР

Применение этой схемы обусловлено спецификой регистрации спектров ФМР в металлических образцах. Спектрометр представлял собой волноводную мостовую схему с отражательным прямоугольным резонатором, в котором возбуждались колебания  $TE_{103}$ . рабочая частота составляла 9,4 ГГц. Источником СВЧ – энергии служил клистрон K–59. Использование отражательного резонатора исключало искажение картины возбуждаемого в нем поля металлическим образцом в силу того, что образец являлся частью одной из стенок резонатора, а также позволило применить мостовые схемы на ферритовом циркуляре или двойном тройнике, значительно повышающие чувствительность спектрометра. Для реализации высокой однородности магнитного поля, питания электромагнита осуществлялось от стабилизированного источника. Исследования определили линейную зависимость между уширением линииФМР и плотностью дислокаций.

#### Литература

1.Барьяхтар, В. Г. Влияние дислокаций на ширину линий однородного ферро- и антиферромагнитного резонансов / В. Г. Барьяхтар, М. А. Савченко, В. В. Тарасенко // ЖЭТФ. – 1968. – Т. 54. – В. 5. – С. 1603–1612.

2. Пинчук, В. Г. Особенности изменения дислокационной структуры никеля при трении / В. Г. Пинчук, Б. А. Савицкий, А. С. Булатов // Поверхность. Физика, химия, механика. – 1983. – № 9. – С. 72–75.

3.Пинчук, В. Г. Структурные аспекты микропластической деформации и разрушения металлов при трении / В. Г. Пинчук, С. В. Короткевич, С. О. Бобович // Деформация и разрушение металлов. – 2007. – № 9. – С. 23–28.

## О.А. Петрова-Буркина (ГНУ «ИТА НАН Беларуси», Витебск) Науч. рук. В.В. Рубаник, к.ф.-м.н., доцент

# ЭЛЕКТРОСОПРОТИВЛЕНИЕ НИКЕЛИДА ТИТАНА ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ НАГРЕВЕ

Никелид титана обладает комплексом уникальных свойств: псевдоупругостью, сверхэластичностью, антикоррозионной стойкостью и т.п. Из них наибольший интерес представляет эффект запоминания формы – самопроизвольное восстановление образцом, деформированном при температурах ниже температур мартенситных превращений, своей исходной геометрической формы при нагреве. Этот эффект обнаружен во многих металлах и сплавах, но наиболее ярко он проявляется в никелиде титана.

Ранее было установлено, что в случае нестационарного нагрева проволоки из никелида титана, т.е. движения зоны нагрева вдоль образца, возникает постоянная по величине и направлению термоЭДС, называемая термокинетической. Наведение такой ЭДС в никелиде титана, обладающем эффектом памяти формы, обусловлено протеканием термоупругих фазовых переходов в зоне нагрева [1]. Еще одной характеристикой, чувствительной к фазовым переходам, исследованию которой посвящена данная работа, является электросопротивление, по изменению которого в процессе фазовых переходов можно с достаточной степенью точности судить о температурах превращений.

Исследования проводили на проволочных образцах никелида титана эквиатомного состава диаметром 0,6 мм. Предварительно образцы подвергались отжигу при температуре 700 °C в течение получаса на воздухе. Характеристические температуры мартенситных переходов, определенные методом дифференциальной сканирующей калориметрии, составили  $M_{\rm H} = 45$  °C,  $M_{\rm K} = 33$  °C,  $A_{\rm H} = 59$  °C,  $A_{\rm K} = 76$  °C, переход реализуется по схеме B2 $\rightarrow$ B19' $\rightarrow$ B2.

Испытания проводили на экспериментальной установке, конструкция которой позволяла перемещать зону нагрева по образцу с заданной скоростью (в нашем случае скорость составляла 0,4 см/с). Места контакта с подводящими проводами термоизолировали. Длина образцов по которой перемещали зону нагрева составляла 30см. Для снятия с поверхности применяли химическое травление окисного слоя В растворе HF+3HNO<sub>3</sub>+6H<sub>2</sub>O. Температуру на поверхности образца контролировали тепловизором с точностью ± 2 °C. Предварительно производили чернение поверхности проволоки. В процессе измерения зона нагрева перемещалась вдоль образца только в одну сторону. На каждом образце измерения повторяли 70 раз, фактически таким образом подвергая материал термоциклированию. Направление перемещения зоны нагрева на рисунках указано стрелкой.

Установлено, что характер поведения электросопротивления при нестационарном нагреве схож с поведением термокинетической ЭДС. При движении зоны нагрева образца с температурой равной или выше температуры обратного фазового перехода в материале, величина электросопротивления возрастает и стабилизируется по абсолютному значению, порядка 60 мкОм см для первого термоцикла (рисунок 1).



Рисунок 1 – Распределение электросопротивления по длине образца при термоциклировании

При термоциклировании образца наблюдается два экстремума значений электросопротивления, соответствующие началу и окончанию процесса нагрева образца. При этом первый экстремум начинает появляться после 10 цикла измерений, а второй – уже после 5 цикла (рисунок 2). Однако, в отличие от поведения термокинетической ЭДС, термоциклирование образца приводит к изменению не только в процессе нагрева значения электросопротивления с 60 мкОм·см до 80 мкОм·см, но и начального с 73 мкОм·см до 85 мкОм·см (рисунок 1).

Появление экстремумов и уменьшение значения электросопротивления может быть связано с тем, что в исследуемом сплаве никелида титана при термоциклировании фазовый переход осуществляется через ромбоэдричекую R-фазу. Как известно, это приводит к изменению вида температурной зависимости электросопротивления – появлению пика [2]. Еще одной возможной причиной может быть фазовый наклеп никелида титана при мартенситном превращении, т.е. происходит



Рисунок 2 – Изменение электросопротивления от времени для 30 термоцикла

Таким образом, установлено, что движение границы раздела фаз в образцах никелида титана вызывает изменение электросопротивления с 73 мкОм см до 60 мкОм см. Циклирование образца в температурном интервале прямого-обратного мартенситного превращения приводит к изменению значений электросопротивления как в высокотемпературной B2, так и в мартенситной B19'-фазе.

#### Литература

1. Rubanik, V. EMF in TiNi under unsteady heating / V. Rubanik, V. Jr. Rubanik, O. Burkina // International Conference on Martensitic Transformation (ICOMAT 2011), Japan, September 4–9, 2011. – Japan: Osaca. – P. 180.

2. Лободюк, В. А. Термоэдс эквиатомных сплавов Ti-Ni, легированных Cr, Cu и Al / В. А. Лободюк, М.Е. Медюх // Физика металлов и металловедение. – 1995. – Т. 80, № 3. – С. 62–69.

3. Ерофеев, В. Я. Фазовый наклеп при мартенситном превращении никелида титана / В. Я. Ерофеев, Л. А. Монасевич, В. А. Павская, Ю. И. Паскаль // Физика металлов и металловедение. – 1982. – Т. 53, № 5. – С. 963–965.

# Д.В. Петрошевич (УО «ГрГУ им. Янки Купалы», Гродно) Науч. рук. Е.В. Овчинников, к.т.н., доцент

# МОРФОЛОГИЯ НАНОФАЗНЫХ ПОКРЫТИЙ, ПОЛУЧЕННЫХ ПО РАСТВОРНЫМ ТЕХНОЛОГИЯМ

В настоящее время одним из основных факторов, влияющих на эксплуатационный ресурс деталей машин и механизмов, являются коррозионно-химическое изнашивание. Для снижения неблагоприятного влияния этого фактора применяют различные технологические приемы и материалы. Перспективным направлением в области снижения износа и защиты от коррозионно-механического изнашивания оказалось применение специальных защитных покрытий. Основными методами получения таких покрытий являются: плазмохимическое, гальваническое, нанесение покрытий из раствора и псевдоожиженного слоя [14].

Целью данной работы явилось изучение кинетики формирования многослойных композиционных покрытий на базе электролитического хрома, модифицированного ультрадисперсными кластерами синтетического углеродного вещества и фторсодержащими олигомерами и полимерами во взаимосвязи с их эксплуатационными свойствами.

Композиционные покрытия, на основе электролитического хрома, модифицированного кластерами УДА, получили из стандартной ванны, содержащей оксид хрома и серную кислоту. Для поддержания постоянной концентрации модифицирующей добавки в электролите ванна была снабжена мешалкой со скоростью перемешивания 80 об/мин. Температуру ванны регулировали с помощью специального нагревающего устройства.

Поверхность хромалмазных покрытий дополнительно обрабатывали фторсодержащими олигомерами марки "Фолеокс", общей структурной формулой R-R<sub>f</sub>, где R<sub>f</sub> -фторсодержащий радикал (Ф-1, Ф-14, Ф-АК1).

Особенности строения покрытий исследовали методом атомной силовой микроскопии (ACM) на микроскопе NT-206 с разрешающей способностью 510 Å и с помощью растрового электронного микроскопа ISM-50A.

Исследование структуры композиционных покрытий проводили методами рентгеноструктурного анализа и ИК-спектроскопии МНПВО.

Триботехнические испытания проводили на машинах трения, реализующих схему испытаний "вал-частичный вкладыш", "лента-вал" при скоростях скольжения 0,1–1 м/с и удельных нагрузках 0,1–2000 Н. Микротвердость покрытий определяли по стандартной методике на приборе ПМТ-3. Коррозионные испытания проводили согласно ГОСТ 9.311-87.

49

Исследование структуры слоев фолеоксов, адсорбированных на подложке из электролитического хрома, модифицированного УДА, проводили с использованием метода ИКС МНПВО.

Основные полосы поглощения  $\Phi$ CO  $\Phi$ -1,  $\Phi$ -14 и  $\Phi$ -А находятся в области волновых чисел от 700–1700 см<sup>-1</sup>. Полоса поглощения при 900 см<sup>-1</sup> может быть отнесена к поглощению CF<sub>3</sub>- групп макромолекул  $\Phi$ CO. Полосы поглощения в области 1130-1340 см<sup>-1</sup> принадлежат колебаниям связей C-F и C-F<sub>3</sub>. В отличие от  $\Phi$ -AK1 и  $\Phi$ -1 в спектре  $\Phi$ -14 на подложке из электролитического хрома, модифицированного УДА, наблюдает-ся дополнительная полоса в области 1340 см<sup>-1</sup>. Эта полоса поглощения отсутствует в спектрах пленок  $\Phi$ -14, нанесенных на подложки из меди, алюминия, железа.

Для ФСО марки Ф-А, нанесенного на хромалмазную подложку, в области спектра 1580–1660 см<sup>-1</sup> наблюдается интенсивная, размытая полоса поглощения, которую можно отнести к поглощению аминных групп -NH<sub>2</sub>; -NH. Интенсивная полоса 1680 см<sup>-1</sup>, которая наблюдается при нанесении Ф-1 на медную, железную подложку и идентифицируются как полоса поглощения, принадлежащая солям металла (COO)<sub>2</sub>Me, фактически не проявляется. Слабая полоса поглощения при 780 см<sup>-1</sup> может быть отнесена к поглощению групп CF<sub>3</sub> в аморфных областях. Увеличение толщины покрытия ФСО приводит к повышению контрастности спектров МНПВО ФСО. При этом следует отметить неоднозначность изменения оптических плотностей полос поглощения с увеличением толщины слоя ФСО, что свидетельствует об оптической неоднородности слоев ФСО разной толщины и может быть объяснено ориентационной неоднородностью пленок в зависимости от их толщины.

Обычно в пленках фторсодержащих олигомеров на металлических подложках проявляются ориентационные эффекты. Одним из механизмов, объясняющих эффект ориентации ФСО на поверхности металла, является изменение в процессе механической обработки свойств и структуры приповерхностных слоев. Характер этих изменений, распространяющихся нередко на значительную глубину (до нескольких микрон), зависит от исходных свойств металла, от метода механической обработки и режима.

Исходя из данных АСМ, морфология поверхности электролитического хрома, модифицированного УДА, представляет собой поверхность типа «шагреневой кожи». Зернообразные фрагменты, образующие данную поверхность, имеют средний латеральный размер 4,8×2,4 мкм. Необходимо отметить, что в зернах имеются кластерные внедрения, повидимому, ультрадисперсных кластеров синтетического углеродного вещества. Согласно известных литературных данных размер субзерен ультрадисперсных кластеров УДА составляет ~0,04 мкм. Согласно электронно-микроскопическим исследованиям, порошок ультрадисперсного алмаза состоит из скоплений зерен, средний размер которых из различных партий порошков составляет 30–80 Å. Зерна в скоплениях связаны между собой низкоупорядоченной формой углерода, которая располагается в виде связующей матрицы по границам алмазных зерен. Толщина прослоек между зернами, оцениваемая по электронным микрофотографиям, составляет ~10–20 Å. Таким образом, зерна ультрадисперсных кластеров алмаза могут образовать устойчивые структуры на 10–100 раз больших средних размеров единичных зерен и включения из данных образований в зерна электролитического хрома, и наблюдается на снимках АСМ.

Нанесение фторсодержащих олигомеров на исходную поверхность из модифицированного электролитического хрома, приводит к образованию пологого рельефа с отсутствием отчетливых очертаний. Значения среднего арифметического отклонения профиля Ra, уменьшается с 226,9 нм (для исходной подложки) до 52,9 нм (для подложки с ФСО). Нанесение ФСО приводит к уменьшению значений R<sub>max</sub> в 4–5 раза.

Таким образом, исходя из полученных данных, можно сделать вывод о том, что при нанесении фторсодержащих олигомеров на поверхность из покрытия из электролитического хрома происходит образование нанокомпозиционных покрытий. При этом в результате хемсорбционного взаимодействия пленки фторсодержащих олигомеров с металлом подложки возможно "залечивание" микродефектов поверхности, являющихся источниками коррозионно-механического изнашивания.

#### Литература

1. Власов, В. М. Работоспособность упрочненных трущихся поверхностей. / В. М. Власов. – М., Машиностроение, 1987. – 304 с.

2. Ящерицын, П. И. Работоспособность узлов трения машин. / П. И. Ящерицын, Ю. В. Скорынин. – Минск: Наука и техника, 1984. – 288 с.

3. Ткачук, Б. В. Получение тонких полимерных покрытий из газовой фазы. / Б. В. Ткачук, В.М. Колотыркин – М.: Химия, 1977. – 216 с.

4. Струк, В. А. Структура тонких пленок фторсодержащих олигомеров, модифицированных углеродными кластерами / В. А. Струк, Е. В. Овчинников, В. В. Русецкий // III Белорусский семинар по сканирующей зондовой микроскопии, Гродно. – С. 96–99.

# В.Д. Подколзин (УО «БелГУТ», Гомель) Науч. рук. А.П. Павленко, к.т.н., доцент

# КОМПОЗИЦИОННЫЙ МАТЕРИАЛ НА ОСНОВЕ СТЕКЛА И КЕРАМИКИ

В качестве стекловидной основы для опробования были выбраны:

1) стекло C52-1 – широко используемые в составах композиционных материалов (КМ) в электронной промышленности;

2) стекло марки C94-1 – широко используется в кинескопном производстве, обладающее высокой прочностью и низкой температурой спекания (Тсп.);

3) стекло системы  $R_2O - RO - SiO_2$  (далее тарное стекло – широко используется в производстве стеклотары).

Исходное стекло измельчалось в фарфоровых барабанах уралитовыми шарами до удельной поверхности ( $S_{yg}$ ) = 500–600 м<sup>2</sup>/кг. С целью предотвращения агрегатирования частиц в барабан добавляли 0,3 масс. % этилового спирта. На окончательной стадии помола к порошку стекла добавляли порошок наполнителя и все перемешивали в течение одного часа. Из порошков композиции на лабораторной шликерной мешалке приготавливались термопластичные шликеры со связкой, состоящей из 95 масс. % парафина и 5 масс. % воска. Расчетное содержание связки в шликерах 13 масс. %. Из шликеров на литьевой машине У-141 были отформованы штабики (5,4х8,5х66,0) мм для измерения свойств полученных материалов. Режим литья подбирался для каждого шликера.

Выжигание связки проводили в печи электрической типа СНОЛ-1,6 в никелевых лодочках в засыпке техническим глиноземом. Скорость подъема температуры до 650 °C устанавливалась 5 °C/мин. Режим спекания подбирался индивидуально для каждого состава. За температуру спекания (T<sub>сп</sub>) условно принята температура термообработки, после которой водопоглощение спека не превышало 0,5 %, то есть материал считался спеченным.

Содержание наполнителя в КМ изменяли от 5 до 50 масс. %

Определены температура спекания, водопоглощение и механическая прочность (при трехточечном изгибе) спеченных материалов.

Установлено, что КМ на основе стекол C52-1 и тарного спекались до практически нулевого значения водопоглощения при весьма низких технологических температурах – 750–900 С, причем Т<sub>сп</sub>. практически одинакова для КМ на основе обоих стекол при одинаковом содержании наполнителя. Более высокая Т<sub>сп</sub>. у КМ на основе стекла C94-1. Совершенно закономерно Тсп. повышалась для материалов с увеличением содержания наполнителя, при этом снижалась усадка материалов за счет уменьшения стекловидной составляющей.

Согласно полученных данных наибольшей механической прочностью на изгиб обладают композиционные материалы на основе стекла системы  $R_2O$ -RO-SiO<sub>2</sub> при содержании наполнителя 30 масс. %, причем разница в значениях  $\sigma_{\rm изг}$  для материалов с 20 и 30 масс. % керамики незначительна. Материалы на основе стекла C52-1 достигает своей максимальной прочности при большем содержании наполнителя – 40 масс. %, в то время как усредненные значения механической прочности этих материалов значительно ниже, чем у КМ на основе тарного стекла.

Из данной группы материалов для дальнейшего опробования и испытаний в виде изолятора выбран материал на основе тарного стекла с 30 масс. % наполнителя Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> (глинозем марки ГК), обладающий максимальной механической прочностью, низкой открытой пористостью, приемлемой температурой спекания. Некоторые свойства полученного материала приведены в таблице.

Показатель	Величина
Термический коэффициент линейного расширения	
ТКЛР, $\alpha \cdot 10^7 K^{-1}$ в интервале температур:	
20–200	94
20–300	92
20–400	93
20–600	93
Температура начала деформации Т <sub>н.д</sub> ., °С	520
Механическая прочность на изгиб $\sigma_{u32}$ , МПа	89
Плотность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	2,61
Объемное электрическое сопротивление lg р	12
Химическая устройчивость по отношению к воде,	
гидролитический класс	П

Таблица 1 – Свойства композиционного материала

## И.Н. Романович, И. В. Приходько, (УО «БелГУТ», Гомель) Науч. рук. В.А. Зыкунов, к.ф.-м.н., доцент

#### ВЛИЯНИЕ ПЛАСТИФИКАТОРА НА ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Создание новых полимерных материалов с заданным сочетанием свойств, в первую очередь с повышенной прочностью, коррозионно- и термостойкостью, а также с пониженным тепловым расширением и низкой стоимостью одно из направлений материаловедения. Требуемые сочетания свойств в основном достигаются созданием полимерных композиционных материалов, компоненты которых при совместной работе способны оказывать синергический эффект.

Наполнители играют важную роль в создании полимерных материалов. Термопластичные полимеры, такие как поливинилхлорид, полистирол, полиэтилен и полипропилен обладают свойствами, удовлетворяющими различным требованиям, поэтому долгое время использовались, в основном, в ненаполненном виде. Однако, наполнение позволяет значительно уменьшить объем используемых исходных полимеров и улучшить свойства материалов на их основе [1]. Наполнение и пластификация позволяют снизить стоимость материалов, ускорить и улучшить процессы формования изделий на их основе вследствие повышения теплопроводности и уменьшения вязкости расплава.

В данной работе предпринята попытка построения фазовых диаграмм систем полимер-растворитель с использованием традиционных для материаловедения методов с построением кривых охлаждения. Измерительная ячейка выполнена из графита – материала не взаимодействующего с полимером химически и не оказывающего каталитического воздействия на протекание в его объеме различных химических реакций. По полученным данным строили кривые охлаждения и находили критические температурные точки. Для чистого полиэтилена отмечен ярко выраженный горизонтальный участок, соответствующий температуре плавления полимера. По мере добавления пластификатора температура начала фазовых превращений снижается. При этом кривые для композиционных материалов с небольшим содержанием пластификатора (10–30 %) имеют вид характерный для систем, образующих при кристаллизации твердые расплавы. Понятие твердые растворы применительно к полимерным системам практически не используется, хотя анализ приведенных кривых охлаждения позволяет заключить, что в системе полиэтилен-минеральное масло однофазные твердые растворы внедрения существуют при содержании пластификатора до 30 %. Для этих концентраций пластификатора характерно резкое изменение многих свойств пластифицированного полиэтилена. При содержании пластификатора в количестве 30 % наблюдается наибольшее относительное удлинение при испытании на разрыв, при концентрации 20÷30 % пластификатора достигается максимальное значение степени кристалличности и модуля упругости. При дальнейшем увеличении концентрации пластификатора указанные характеристики резко снижаются. При содержании пластификатора более 50 % относительная деформация падает практически до нуля (хрупкое разрушение образца). В то же время резко интенсифицируется синерезис. Таким образом, полученные данные показывают возможность применения для полимерных систем пирометрических методов построения диаграмм фазового равновесия, используемых в материаловедении.

Одним из показателей качества полимерных композитов – физикомеханические свойств при поведении испытаний на разрыв пленочных образцов. Как свидетельствуют пирометрические исследования выбранного полимера, его температура плавления составляет 133 °С. Образцы полученные в интервале 100-115 °C практически не имеют механической прочности (хрупкие и ломаются и крошатся при прикосновении). Под воздействием сжимающего давления (5·10<sup>5</sup> Па) и при наличии пластификатора можно получать пленочные образцы при температурах ниже температуры плавления полимерного композиционного материала. Максимальная прочность при испытаниях на разрыв наблюдалась у образцов полученных при температуре 120 °C. По-видимому, при такой температуре вязкость состава максимальна и в растекающейся между подложками расплавленной массе вероятность образования внутренних напряжений минимальна. Это определяет прочность материала. Дальнейшее увеличение температуры формования ведет к снижению вязкости и как следствие образованию внутренних напряжений, снижающих прочность материала, минимум который наблюдается при 150 °C. Увеличение температуры прессования ведет к незначительному росту прочности образцов. Вероятно, это происходит за счет межмолекулярного взаимодействия функциональных групп, образующихся вследствие окисления молекул. Предельная рабочая температура для ПЭНД – 190 °C. При этой температуре ПЭ начинает терять свои свойства, т.к. начинается процесс разложения. Деструкция полимера приводит к снижению прочности материала.

Наличие в материале пластификатора и ингибитора снижает прочностные показатели материала. Таким образом, необходимо провести подбор содержания пластификатора для создания материала с оптимальными свойствами. Составы получали, смешивая порошковый ПЭНД с ММ. Из полученных составов (с содержанием ММ в количестве 0–50 мас. %) методом горячего прессования при температуре 150 °C по-

лучали пленочные образцы, которые также испытывали на прочность. Содержание пластификатора существенно влияет на прочность материала.

Согласно полученным данным зависимость прочности композита от содержания пластификатора имеет практически линейный характер. Увеличение в составе композита содержания ММ более 30 % снижает прочность материала в 2 раза. Таким образом, оптимальный диапазон содержания пластификатора составляет от 0 до 20 мас. %. При данной концентрации ММ прочность композита снижается не более чем на 30 % по сравнению с исходным полиэтиленом.

Свойства наполненного низкомолекулярными жидкостями ПЭНД, обусловленное высокой кристалличностью полимера, формируемой в процессе разделения фаз, фиксируется при охлаждении ниже температуры плавления. Это позволяет, изменяя условия формирования (скорость охлаждения, время выдержки в области аморфного расслоения), регулировать в широких приделах структуру и свойства таких полимеров.

Высокая скорость охлаждения (1 К/с) способствует образованию чрезвычайно мелкопористой структуры с размером пор 0,01–0,1 мкм.

Уменьшение скорости охлаждения вызывает увеличение размеров пор, диаметр которых при скорости охлаждения 0,01 К/с может достигать 10–20 мкм. За пределами области аморфного расслоения (содержание минеральных масел менее 50 %) наблюдается образование композита с порами, диаметр которых достигает 1–5 мкм.

Открытый характер пор в низкомолекулярных материалах на основе ПЭНД, позволяет объяснить данные, полученные при исследовании синерезиса минерального масла из композиционного материала.

#### Литература

1. Власенко, Д. А. Гипсополимерные материалы на основе полиэтилена / Д. А. Власенко, А. С. Неверов, И. В. Приходько, В. М. Шаповалов // Материалы. Технологии. Инструменты. – Т. 15(2010), № 4. – С. 45–49.

2. Громыко, Ж. Н. Исследование поверхностной активности ПЭ пленок, наполненных нефтью / Ж. Н. Громыко, И. В. Приходько // Оптика неоднородных структур 2011 : материалы III междунар. научнопрактической конф. – Могилев : МГУ, 2011. – С. 59–61.

3. Громыко, Ж. Н. Исследование процессов разделения фаз в системах «ПЭ – Нефть методом ИК-спектроскопии » / Ж. Н. Громыко, И. В. Приходько, О. А. Ермолович // Новые функциональные материалы, современные технологии и методы исследования : тезисы докладов республиканской научно-технической конф. молодых ученых – Гомель : ИММС НАН Б 2010. – С. 78–80.

# **А.Р. Свекла (БГУ, Минск)** Науч. рук. **Ю.М. Покотило**, к.ф.-м.н., доцент

# ФОРМИРОВАНИЕ СУБМИКРОННЫХ НИЗКООМНЫХ СЛОЕВ В КРЕМНИИ, ИМПЛАНТИРОВАННОМ НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИМИ ПРОТОНАМИ

Облучение пучками протонов является перспективным физикотехнологическим методом модификации электрофизических параметров кристаллов кремния [1]. Одним из наиболее интересных свойств внедренного водорода является то, что при взаимодействии его с радиационными дефектами в процессе термообработки в тонком слое, локализованном в области проецированной длины пробега ионов, формируются мелкие водородосодержащий HDD и SHD доноры с высокой (до 10<sup>17</sup> см<sup>-3</sup>) концентрацией [2].В настоящей работе исследуются условия формирования и свойства таких слоев в кристаллах Si.

В эксперименте использовались диоды Шоттки на основе эпитаксиального кремния n-типа ( $\rho \approx 1,2$  Ом'см). Толщина легированного фосфором эпитаксиального слоя была около 5 мкм. На лицевую поверхность кремния напылялся Мо и затем для омического контакта Ag. Облучение образцов проводилось ионами H<sup>+</sup> с энергией 300 кэВ (доза 10<sup>15</sup> см<sup>-2</sup>) при комнатной температуре через металлический (Ag-Mo) контакт. Интенсивность потока составляла 3 10<sup>12</sup> ионов/см<sup>-2</sup> с, что полностью исключало нагрев образцов во время облучения. Отжиг был проведен в кварцевой трубе на воздухе. Распределение концентрации электронов в базе диодов определялось стандартным C-Vметодом на частоте 1,2 МГц.

На рисунке 1. представлены типичные распределения концентрации электронов в базе Мо-Si диода Шоттки в исходном состоянии, после облучения и на различных этапах изохронного (20 мин) отжига. Сплошной линией показано расчетное распределение внедренных ионов водорода (N<sub>H</sub>), полученное с помощью программного пакета TRIM. Видно, что непосредственно после облучения (кривая 2) наблюдается увеличение концентрации электронов на величину порядка  $1^{\cdot}10^{16}$  см<sup>-3</sup>. Этот эффект имеет место в тонком базовом слое, где локализован внедренный водород (кривая 6), и связан с формированием водородсодержащих доноров нового типа.



Рисунок 1 – Распределение концентрации (N) электронов в базе Mo-Si диода Шоттки в исходном состоянии (1), после облучения (2) и на различных этапах изохронного (20 мин) отжига. T, <sup>0</sup>C: (3) – 175, (4) – 350, (5) – 450, кривая 6 – расчетное распределение внедренных ионов водорода (N<sub>H</sub>),

На рисунке 2 представлены результаты изохронного отжига облученного образца, из которых следует, что обнаруженные доноры отжигаются при 250  $^{0}$ С. При дальнейшем увеличении температуры отжига наблюдается формирование известных HDD и SHD центров [2]. Максимум их концентрации достигается при 350  $^{0}$ С. В интервале температур (375–400)  $^{0}$ С HDD отжигаются, а при T > 400  $^{0}$ С наблюдается только перестраивающихся SHD доноры. Нами также подтверждены обратимые изменения концентрации этих доноров при закалке образцов от 90–200  $^{0}$ С в воду.

Таким образом, в слоях эпитаксиального кремния, имплантированного низкоэнергетическими ионами водорода, обнаружены мелкие водородные доноры, формирующиеся без предварительной термообработки. При T=100–250  $^{0}$ C эти доноры отжигаются, а дальнейшее увеличение температуры отжига приводит к образованию известных HDD и SHD [2] центров.



Рисунок 2 – Зависимость концентрации электронов в базе облученных протонами диодов Шоттки от температуры изохронного (20 мин) отжига

Формирование и отжиг всех трех типов водородных доноров, а также перестройка SHD при циклическом изменении температуры наблюдается в одной и той же базовой области, где локализован пик распределения внедренных ионов. Причем длительные (~10 часов) термообработки образцов при температуре вплоть до 500  $^{0}$ C не приводят к сколько-нибудь заметному диффузионному расплыванию профилей водородсодержащих доноров. Следовательно, механизм формирования и перестройки водородсодержащих доноров не может быть обусловлен диффузией водорода и, вероятнее всего, связан с трансформацией малоподвижных двумерных водородосодержащих структур.

#### Литература

1.Козлов, В. А. Легирование полупроводников радиационными дефектами при облучении протонами и альфа-частицами / В. А. Козлов, В. В. Козловский // ФТП. – 2001. – Т. 35. – № 7. – С. 769–795.

2. Hazdra, P. Radiation defects an thermal donors introduced in silicon by hydrogen and helium implantation and subsequent annealing / P. Hazdra, V. Komarnitskii // Solid state phenomena. – 2008. – V.131–133. – P. 201–206.

## В.А. Свинтилов (УО «БелГУТ», Гомель) Науч. рук. А.П. Павленко, к.т.н., доцент

#### ВЫБОР НАПОЛНИТЕЛЯ ДЛЯ КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА

Композиционные материалы (КМ) на основе стекла и керамики широко используются для изготовления электрических изоляторов, получения вакуумплотных металлостеклянных спаев. Из множества материалов, используемых в качестве наполнителей в КМ, для опробования были выбраны электроплавленный корунд марки КО, глинозем марки ГО, глинозем марки ГК и форстеритовый керамический порошок марки Ф58, – как наиболее хорошо зарекомендовавшие себя ранее в КМ.

В качестве основы стекловидной матрицы, на этом этапе исследований было выбрано стекло системы  $R_2O - RO - SiO_2$ , широко используемое в производстве стеклотары.

Исходное стекло измельчалось в фарфоровых барабанах уралитовыми шарами до удельной поверхности  $(S_{yd.}) = 500-600 \text{ m}^2/\text{кг. } C$  целью предотвращения агрегатирования частиц в барабан добавляли 0,3 масс. % этилового спирта. На окончательной стадии помола к порошку стекла добавляли порошок наполнителя и все перемешивали в течение одного часа. Содержание наполнителя в КМ изменяли от 5 до 50 масс. % Из порошков композиции на лабораторной шликерной мешалке приготавливались термопластичные шликеры со связкой, состоящей из 95 масс. % парафина и 5 масс. % воска. Расчетное содержание связки в шликерах 13 масс. %. Из шликеров на литьевой машине У-141 были отформованы штабики (5,4х8,5х66,0) мм для измерения свойств полученных материалов. Режим литья подбирался для каждого шликера.

Выжигание связки проводили в печи электрической типа СНОЛ-1,6 в никелевых лодочках в засыпке техническим глиноземом. Скорость подъема температуры до 650 °С устанавливалась 5 °С/мин. Режим спекания подбирался индивидуально для каждого состава. За температуру спекания (T<sub>сп</sub>) условно принята температура термообработки, после которой водопоглощение спека не превышало 0,5 %, то есть материал считался спеченным.

В качестве критериев оценки пригодности материалов в качестве изоляторов были выбраны сопротивление изоляции, механическая, прочность на изгиб, водопоглощение и температура спекания.

Опробование показало, что глинозем марки ГО не может быть использован в КМ без предварительной подготовки, включающей в себя предварительный отжиг при 1400 °C в течение примерно 4-х часов и помола в течение 30 часов. Потери в электроэнергии и трудоемкости превосходят выигрыш в стоимости по сравнению с глиноземом марки ГК. Кроме того, при использовании глинозема марки ГО возникают трудности при приготовлении шликеров – содержание термопластичной связки достигает 20–25 %, что ведет к значительному росту усадки материала при спекании.

При использовании в качестве наполнителя глинозема марки ГК, для облегчения синтеза материалов и улучшения их технологических свойств, возникла необходимость введения в состав композиций, содержащих в качестве наполнителя технический глинозем, комплексной добавки на основе ПАВ в количестве 0,01–0,1 масс. %.

Установлено, что все КМ на основе  $Al_2O_3$  имеют удельное сопротивление lg  $\rho = 11-13$ , а на основе форстерита примерно lg  $\rho = 10-11$ , что является приемлемой величиной для диэлектрических материалов.

Анализ свойств полученных материалов показал, что наибольшей механической прочностью обладают КМ, содержащие 30–40 % наполнителя. Наилучшими свойствами обладают материалы, полученные на основе порошков тарного стекла в качестве основы и порошков алунда в качестве наполнителя. Однако, принимая во внимание относительную дороговизну алунда (стоимость алунда марки КО примерно 1,5 \$/кг, стоимость глинозема марки ГК – примерно 0,31 \$/кг), последующие исследования при разработке технологии проводили на материалах, содержащих в качестве наполнителя технический глинозем марки ГК.

# Р.Ю. Сергейчик (УО «ГрГУ им. Янки Купалы», Гродно) Науч. рук. Е.В. Овчинников, к.т.н., доцент

#### НАНОФАЗНЫЕ ЭПОКСИДНО-ПОЛИЭФИРНЫЕ ПОКРЫТИЯ

Порошковые краски используются некоторыми производителями автомобилей для создания промежуточных грунтовочных слоев при получении наружных покрытий, а также для окончательной отделки внутренних деталей. Возрастает применение порошковых материалов для отделки различных автомобильных деталей, где необходима надежная защита наряду с хорошим декоративным видом. Диски колес, бамперы, рамки для зеркал, масляные фильтры, блоки двигателя, корпуса электрических аккумуляторов, рессоры – это лишь некоторые из многих деталей автомобилей, окрашиваемых порошковыми красками. Порошковые лаковые композиции для использования поверх основных наружных покрытий корпусов автомобилей являются альтернативой жидким органорастворимым лакам [1-2].

Целью данной работы является изучение структуры и физикомеханических характеристик покрытий, получаемых на металлических подложках из эпоксидно-полиэфирных композиций, модифицированных минеральными нанофазными модификаторами.

Для проведения испытаний были изготовлены металлические пластины толщиной 1,2 мм из стали 3, на которых формировали покрытия следующего состава: ЭПК 502 (эпоксидно-полиэфирная краска), ЭПК 5021 % SiO<sub>2</sub> (кремня), ЭПК 502 + 3 % SiO<sub>2</sub> (кремня), ЭПК 502 + 5 % SiO<sub>2</sub> (кремня). Кремень (основная составляющая α-кварц (SiO<sub>2</sub>)) является добавкой, которая увеличить функциональной должна физикомеханические характеристики покрытий, формируемых из порошковых красок. Окрашивание исследуемых образцов осуществлялась с помощью установки для нанесения покрытий электростатическим способом ТЕМПО РПЭ-11. Методами ИК-спектроскопии, физико-механического анализа проведены исследования структуры и эксплуатационных характеристик разработанных покрытий. Составляющими эпоксиднополиэфирной краски ЭПК 502 являются эпоксидные и полиэфирные смолы, полосы поглощения в, которых находятся в следующих областях ИК-спектра: полиэфирная отвержденная смола – 708 см<sup>-1</sup>, 748 см<sup>-1</sup>, 903 cm<sup>-1</sup>,1053cm<sup>-1</sup>, 1070 cm<sup>-1</sup>, 1127 cm<sup>-1</sup>, 1159 cm<sup>-1</sup>, 1244 cm<sup>-1</sup>, 1283 cm<sup>-1</sup>, 1370 cm<sup>-1</sup>, 1445 cm<sup>-1</sup>, 1580 cm<sup>-1</sup> 1650 cm<sup>-1</sup>, 1744 cm<sup>-1</sup>, 2118 cm<sup>-1</sup>, 2942 cm<sup>-1</sup>, 298 см<sup>-1</sup>; эпоксидная отвержденная смола – 787 см<sup>-1</sup>, 829 см<sup>-1</sup>, 912 см<sup>-1</sup>, 1037 см<sup>-1</sup>, 1106 см<sup>-1</sup>, 1183 см<sup>-1</sup>, 1245 см<sup>-1</sup>, 1295 см<sup>-1</sup>, 1361 см<sup>-1</sup>, 1383 см<sup>-1</sup>, 1413 см<sup>-1</sup>, 1457 см<sup>-1</sup>, 1509 см<sup>-1</sup>, 1582 см<sup>-1</sup>, 1606 см<sup>-1</sup>, 2870 см<sup>-1</sup>, 2928 см<sup>-1</sup>, 2963 см<sup>-1</sup>, 3036 см<sup>-1</sup>.

Согласно данных ИК-спектроскопии, в спектре ЭПК 502 наблюдается наличие достаточно большого комплекса полос поглощения, лежащих при следующих волновых частотах: 728 см<sup>-1</sup>, 837 см<sup>-1</sup>, 870 см<sup>-1</sup>, 980 см<sup>-1</sup>,

1012  $\text{cm}^{-1}$ , 1040  $\text{cm}^{-1}$ , 1100  $\text{cm}^{-1}$ , 1182  $\text{cm}^{-1}$ , 1242  $\text{cm}^{-1}$ , 1379  $\text{cm}^{-1}$ , 1406  $\text{cm}^{-1}$ , 1505  $\text{cm}^{-1}$ , 1576  $\text{cm}^{-1}$ , 1612  $\text{cm}^{-1}$ , 1713  $\text{cm}^{-1}$ , 2877  $\text{cm}^{-1}$ , 2933  $\text{cm}^{-1}$ , 2971  $\text{cm}^{-1}$ , 3048  $\text{cm}^{-1}$ .

Положение данных полос поглощения в ИК-спектре композиционного порошкового материала в большинстве случаев совпадает с полосами поглощения базовых материалов. Однако, имеются полосы поглощения, которые не идентифицированы для исходных материалов, что позволяет предположить образование нового химического соединения в результате совмещения базовых смол в процессе получения эпоксидно-полиэфирного порошкового материала. Введение в композиционный материал дисперсного кремня не приводит к изменению положения полос поглощения в исследуемых образцах. Происходит изменение отношения оптических плотностей полос поглощения  $D_{1244}/D_{1265}$  при изменении концентрации модификатора в объеме полимер-олигомерной матрицы покрытия, что может свидетельствовать об образовании сетки лабильных физических связей в системе «нанофазный модификатор – молекулы эпоксидно-полиэфирной композиции». В результате данного взаимодействия происходит изменение физико-механических характеристик сформированного покрытия (рисунок 1).



а) исходное покрытие; б) покрытие, модифицированное 5 % SiO<sub>2</sub>

# Рисунок 1 – График зависимости контактного усилия от времени для порошкового состава ЭПК 502

Методом локального динамического индентирования изучены напряженно-деформированные состояния покрытий, полученных на базе эпоксидно-полиэфирных композиций.

Установлено, что введение нанофазного модификатора увеличивает твердость покрытий, при этом сохраняет высокие значения адгезии эпоксидно-полиэфирных соединений к металлической поверхности.

Таким образом, проведен комплексный анализ структурных и физико-механических параметров системы «нанокомпозиционное покрытие – металл». Установлен эффект образования в структуре нанофазного эпоксидно-полиэфирного покрытия сетки лабильных физических связей, приводящих к увеличению физико-механических и коррозионных характеристик. Разработанный состав композиционного нанофазного покрытия на базе смесевых матриц и оптимизированное содержание нанофазного силикатного модификатора в объёме полимер-олигомерной матрицы, находящееся в области 5 мас.%, обеспечивает повышенную адгезионную прочность и твердость нанесенного покрытия. Разработаны

63

и оптимизированы составы и технология формирования нанокомпозиционных покрытий на основе реактивных полимер-олигомерных смесевых матриц, при их формировании методом электростатического осаждения. Разработанные составы защитного покрытия прошли опытную проверку в производстве технологического оборудования, выпускаемого открытым акционерным обществом «Гродторгмаш».

#### Литература

1. Яковлев, А. Д. Химия и технология лакокрасочных покрытий / А. Д. Яковлев. – Санкт-Петербург: Химия, 1989. – 384 с.

2. Композиционные материалы на основе совмещенных матриц для защитных покрытий / Л. В. Ахмадиева [и др.]; под науч. ред. В. А. Струка. – Гродно: ГГАУ, 2009. – 532 с.

#### Д.А. Сильванович (УО «БГПУ им М. Танка», Минск)

Науч. рук. И.С. Ташлыков, д.ф.-м.н., профессор; В.Ф. Гременок, д.ф.-м.н., доцент

# СМАЧИВАЕМОСТЬ И МОРФОЛОГИЯ ТОНКИХ ПЛЕНОК СИСТЕМ CuInGaSe<sub>2</sub>, ОСАЖДАЕМЫХ НА ПОДЛОЖКИ ИЗ РАЗЛИЧНОГО МАТЕРИАЛА

Важной составляющей солнечного элемента (СЭ) является поглощающий слой. В качестве данного слоя среди различных полупроводниковых материалов выделяют твердые растворы CuInGaSe<sub>2</sub> (CIGS). Данные вещества признаны наиболее эффективными для создания СЭ [1]. Эффективность таких элементов составляет около 20 % [2].

В данной работе исследовались образцы поглощающих слоев для солнечных элементов на основе систем CuInGaSe<sub>2</sub>, которые были получены методом термического осаждения на стеклянную (образец 1), кремниевую (образец 2) подложки и подложку из нержавеющей стали (образец 3). Данные о шероховатости и форме поверхности были получены с помощью атомно-силового микроскопа NT 206 [3] с соответствующим компьютерным обеспечением, а данные о гидрофильности поверхности образцов были получены с использованием метода измерения равновесного краевого угла смачивания (РКУС) с погрешностью не более 1°.

Основные характеристики поверхности образцов отображены в таблице, а изображения топографии данных образцов представлены на рисунке 1.

Параметры	Номер образца		
	1	2	3
Проективная площадь $S_N$ , мкм <sup>2</sup>	98,276	98,287	98,276
Полная площадь $S_F$ , мкм <sup>2</sup>	101,794	102,533	100,704
$S_N/S_F$	0,965	0,959	0,976
Шероховатость, нм	77,793	62,874	50,506
Размер кристаллитов, мкм <sup>2</sup>	1,2x1,3	0,3x0,4	1,0x1,2
Высота, нм	140	70	70
РКУС, град.	95	94	92
Подложка	стеклянная	кремниевая	нержавеющая сталь

Таблица – Характеристики поверхности CIGS пленок

Как видно из таблицы, значение шероховатости образцов меняется в зависимости от типа подложки: стеклянная – 77,793 нм (максимальное значение), кремниевая – 62,874 нм и нержавеющая сталь – 50,506 нм (минимальное значение). При осаждении вещества на стеклянную подложку получаются образцы поверхности с размерами зерен порядка ~ 1,2x1,3 мкм<sup>2</sup> и высотой – около 140 нм. На кремниевой подложке формируются поверхности с минимальными размерами зерен ~ 0,3x0,4 мкм<sup>2</sup> с высотой ~ 70 нм. В процессе осаждения на подложку из нержавеющей стали зерна имеют размеры ~ 1,0x1,2 мкм<sup>2</sup>, высота их такая же как и для подложки из нержавеющей стали – около 70 нм. Образование конгломератов из зерен характерно для всех образцов (рисунок 1). Таким образом, можно сделать вывод, что материал подложки влияет не только на значение шероховатости, но и на размеры зерен, причем и шероховатость, и размеры зерен имеют максимальные значения для пленок, напыленных на стеклянную подложку.



Рисунок 1 – Топография поверхности: а) образца 1, b) образца 2, c) образца 3

Измеренный равновесный угол смачивания изменяется в интервале 92° – 95°. Это свидетельствует о том, что поверхности обладают гидрофобными свойствами. Это отражается визуально наблюдаемыми формами капель дистиллированной воды, нанесенных на поверхность изучаемых образцов (рисунок 2). Также видно, что поверхность поглощающего слоя, осажденного на подложку из нержавеющей стали, имеет наименьшее значение РКУС (92°), а для подложки из стекла – максимальное значение (95°).



Рисунок 2 – Изображения капель воды на поверхности: a) образца 1, b) образца 2, c) образца 3

При анализе данных, представленных в таблице в графах – шероховатость – РКУС, можно построить график (рисунок 3), на котором просматривается зависимость РКУС от шероховатости. Т.е. с увеличением шероховатости поверхности значение РКУС увеличивается.



Рисунок 3 – График зависимости РКУС от шероховатости поверхности

При исследовании морфологии и смачиваемости поверхности поглощающих слоев для СЭ на основе твердых растворов CuInGaSe<sub>2</sub> установлено, что шероховатость, размеры зерен зависят от типа подложки. Поверхность образца, осажденного на стеклянную подложку, имеет максимальное значение шероховатости и размеров зерен, а поверхность образца на подложке из нержавеющей стали – минимальное значение шероховатости. Также установлено, что равновесный краевой угол смачивания зависит от типа подложки, поверхности всех образцов обладают гидрофобными свойствами. Увеличение шероховатости поверхности ведет к увеличению РКУС.

#### Литература

1. 19,9 %-efficient ZnO/CdS/CuInGaSe<sub>2</sub> solar cell with 81,2 % fill factor / I. Repins [et. al.] // Progress in Photovoltaics: Research and Applications. – 2008. – Vol. 16. –  $N_{2}$  3. – P. 235–239.

2. Solar cell efficiency tables (version 36) / M.A. Green [et. al.] // Progress in Photovoltaics: Research and Applications.  $-2010. - Vol. 18. - N_{2} 5. - P. 346-352.$ 

3. Суслов, А. А. Сканирующие зондовые микроскопы (обзор) / А.А. Суслов, С.А. Чижик // Материалы, технологии, инструменты. – 1997. – Т. 2. – № 3. – С. 78–89.

## П.С. Сластенов (УО «ГрГУ им. Янки Купалы», Гродно) Науч. рук. Е.В. Овчинников, к.т.н., доцент

#### НАНОКОМПОЗИЦИОННЫЕ СМАЗОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Нанокомпозиционные и нанофазные композиционные смазочные материалы являются востребованной продукцией на рынках Европейского союза, США, СНГ. Применение наносмазок в узлах трения автомобильных агрегатов, токарных патронов позволяет повысить эксплуатационный ресурс данных механизмов. Вместе с тем, стоимость наноразмерных и нанофазных модификаторов достаточно высока, что сдерживает расширение рынка потребления наносмазок. Эффективным противозадирным компонентом смазок для тяжелонагруженных узлов трения являются полимеры и металлополимерные частицы, в т.ч. в виде дисперсных волокон, полученных при переработке технологических отходов производства искусственного меха. Доступность и дешевизна сырья позволяет получить эффективные смазки для тяжелонагруженных узлов трения, например, для применения в условиях холодного деформирования металлических заготовок [1–6].

Представляет интерес использовать в качестве функциональной присадки дисперсные частицы кремня – минерала с повышенной

адсорбционной способностью. Технология получения силикатсодержащих модификаторов данного типа отличаются простотой и технологичностью, что обуславливает низкую стоимость в сравнении с традиционно используемыми низкоразмерными частицами.

Целью данной работы являлось изучение реологических и триботехнических характеристик пластичных смазок, модифицированных нанофазными частицами силикатсодержащих минералов.

В качестве базовых пластичных смазок использовали Литол-24, Циатим-201, Итмол-150Н. Данные смазочные материалы модифицировали нанофазными частицами кремня. Методом ренгеноструктурного анализа установлено, что преобладающей минеральной фазой является  $\alpha$ -кварц, а также  $\alpha$ -тридимит. Согласно имеющихся литературных данных в кремнях может содержаться Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> до 1,6 %; Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> до 0,6 %; CaO до 1 %; Ni-11 г/т, Cu-7,7 г/т, Ti до 120 г/т, Mn-51 г/т, Ba-65 г/т, Zr-12 г/т, B-97 г/т. Триботехнические испытания проводили на машине трения FT-2 при скорости скольжения 1,0 м/с и нагрузке 5 МПа и фитильном способе подведения смазки к зоне трения.

Пластичные смазки представляют собой структурированные коллоидные системы. Физико-механические характеристики данных систем, прежде всего, зависят от особенностей трехмерного структурного каркаса, образующегося из дисперсной фазы, который в своих ячейках удерживает большое количество (80–90 %) дисперсионной среды. Прочность структурного каркаса определяется следующими факторами: силами взаимодействия между его отдельными частицами, между элементами структурного каркаса и дисперсионной средой на границе раздела фаз, числом контактов частиц каркаса в единице объема, электростатическими характеристиками, критической концентрацией ассоциации различных дисперсных систем и других физико-химических факторов.

Пластичные смазки представляют собой сложные реологические системы, для которых характерно сочетание повышенной хрупкости, обусловленной разрывом жестких связей в каркасе, и пластичности, дающей ограниченные, но большие деформации без потери сплошности за пределами критической нагрузки. На рисунке 1 приведена зависимость динамической вязкости базовой пластичной смазки от концентрации нанофазного модификатора.



Рисунок 1 – Зависимость динамической вязкости композиции на базе пластичной смазки Литол-24 от содержания нанофазного модификатора кремня

Полимерная оболочка вокруг каждой нанофазной частицы или кластерных образований препятствует формированию крупных агрегатов, которые могут привести к абразивному воздействию на сопряженные детали пары трения.

Наличие у наночастиц модификатора нескомпенсированных носителей заряда способствует поляризации жидкофазного компонента, расположенного вокруг полярных частиц, введенных в смазку, и полимерного разделительного слоя, который формируется в процессе эксплуатации пары. В результате на поверхности трения образуется экранирующий слой сложного строения, включающий полимерную и олигомерную компоненту.

#### Литература

1. Истинская, Н. И. Топливо масла и технические жидкости. / Н. И. Истинская, В. Л. Кузнецов. – М.: Колос, 1989. – 303 с.

2.Богданович, П. Н. Трение и износ в машинах: учеб. для вузов. / П. Н. Богданович, В. Я. Прушак. – Минск: Выш. шк., 1999. – 374 с.

3. Виппер, А. Б. Зарубежные масла и присадки. / А. Б. Виппер, А. В. Виленкин. – М.: Химия. 1981. – 354 с.

4.Воробьева, С. А. Влияние высокодисперсных металлоплакирующих присадок на антифрикционные и противоизносные свойства моторного масла / С. А. Воробьева // Трение и износ. – 1996. – Т. 17. – № 6. – С. 827–831. 5.Виноградова, И. Э. Противоизносные присадки к маслам. / И.Э. Виноградова. – М.: Химия, 1972. – 272 с.

6.Struk, V. A. Carbon modifier for mineral oils. / V. A. Struk, E. V. Ovchinnikov, S. U. Kukla. // International conference BALTTRIB'99. Kaunas. – 1999. – P. 124–126.

**Т.И. Струк, В.Б. Грицева, А.С. Каленик** (УО «МГПУ им. И. П. Шамякина», Мозырь) Науч. рук. **В.С. Савенко**, д.т.н., профессор

#### МИКРОСТРУКТУРА БРОНЗИРОВАННОЙ СТАЛИ

Введение. В настоящее время кинетическое индентирование как способ неразрушающего контроля охватывает области макро-, микро и наноиндентирования. Линейный размер очагов пластической деформации при этом изменяется более чем в 1000 раз, а объем – более чем в 109раз. Такой масштаб локализации при кинетическом индентировании позволяет находить корреляции между результатами такого испытания и многообразными процессами пластической деформации и разрушения.

Результаты испытания в рассматриваемом методе регистрируются в виде диаграммы вдавливания «нагрузка на индентор Р – глубина отпечатка h» а также в координатах «глубина отпечатка h – время t» при активной деформации; релаксации напряжений или при ползучести. Характерный вид диаграммы вдавливания Р–h показан на рисунке 1.



1 – нагружения; 2 – выдержки под нагрузкой;
3 – разгружения и повторного нагружения



Участок 1 зависит от формы индентора, свойств материала и размеров отпечатка. По участку активного нагружения находят непрерывный ряд значений твердости или микротвердости, измеренной по глубине отпечатка h. Значения твердости и микротвердости отличаются тем, что первая в условиях геометрического подобия отпечатков является константой, характеризующей макроскопически однородный материал, а вторая неоднозначно зависит от размера отпечатка, отражая дискретную природу пластической деформации, а также влияние поверхности как специфического дефекта твердого тела [1].

Длина участка 2 диаграммы зависит от кинетических характеристик материала, скорости нагружения времени выдержки отпечатка под нагрузкой, а его наклон dP/dh численно равен жесткости системы измерения нагрузки, как правило, жесткости пружин динамометра. Участок 3 активного разгружения характеризует упругие свойства материала, а при повторном нагружении того же отпечатка регистрируется петля гистерезисных потерь, количественно выражающая меру обратимости пластической деформации в отпечатке при его циклическом нагружении [2].

#### Экспериментальные методы исследования

Исследования проводились на приборе цифрового микротвердометра MicroMet 5114. Инденторы – пирамида Виккерса, тестовые нагрузки были: 300 гр, 500 гр, 1000 гр, время нагружения: 5–15 с.

Образцы полировались по специальной методике, до достижения однородности полируемой поверхности.

Исследование проводилось перпендикулярно индентируемой плоскости шлифа в ортогональном направлении вектора деформации.

Твёрдость по Бринеллю, находится по значениям предела прочности и текучести материала [3]:

$$\sigma_{\rm A}=\frac{HB}{3}=\frac{10HB}{3},$$

где  $\sigma_{\hat{A}}$  – предел прочности

$$\sigma_{\dot{o}} = \frac{HB}{6} = \frac{10HB}{6},$$

где  $\sigma_{o}$  – предел текучести.

Математический анализ кинематических характеристик позволяет построить с использованием программы Microsoft Office Excel поверхность зависимости глубины отпечатка h от нагрузки P и времени t.



Рисунок 2 – Поверхность зависимости глубина отпечатка h от нагрузки P и времени t

Из рисунка 2 видно, что микротвёрдость материалов матрицы и фазы не зависит от размера отпечатка. Первый участок зависимости представляется горизонтальной прямой с постоянным значением V в интервале h<<x. В этом интервале отношение числа отпечатков, попавших в фазы, к общему числу отпечатков равно их удельным объёмам V<sub>f</sub> и V<sub>m</sub>. Реальные, даже однофазные, материалы могут проявлять рост микротвёрдости с уменьшением размеров отпечатка, который объясняется дискретной природой пластической деформации. Поэтому горизонтальный участок на зависимости V(h) следует рассматривать как частный случай.

На рисунке 3 показаны кривые зависимости микротвёрдости Н от времени t., которое изменялось от 5 до 15 с, при нагрузках 300, 500 и 1000 г.



Рисунок 3 – Зависимость предела прочности от времени
С увеличением нагрузки на индентор микротвёрдость уменьшается, что объясняется масштабным фактором, при увеличении глубины отпечатка.

С ростом времени деформационной нагрузки происходят процессы релаксации деформирующих усилий, сопровождающиеся обратимостью пластической деформации, приводящие к незначительному увеличению микротвёрдости [4].

## Литература

1. Кошкин, В. И. Оценка структуры и механических свойств материалов по статистическим характеристикам микротвердости / В. И. Кошкин – М.: МГИУ, 2001. – 62 с.

2. Булычев, С. И. Испытание материалов непрерывным вдавливанием индентора. / С. И. Булычев, В. П. Алехин // М.: Машиностроение, 1990. – 224 с.

3. Марковец, М. П. Определение механических свойств металлов по твёрдости. – М.: Машиностроение, 1979. – 192 с.

4. Алехин, В. П. Физика прочности и пластичности поверхностных слоёв материалов. – М.: Наука, 1983. – 280 с.

# **Т.И. Струк, В.Б. Грицева, Н.Н. Чемрова** (УО «МГПУ им. И.П. Шамякина», Мозырь) Науч. рук. В.С. Савенко, д.т.н., профессор

# ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА БРОНЗИРОВАННОЙ ПРОВОЛОКИ С СОДЕРЖАНИЕМ УГЛЕРОДА 70–72 С

**Введение**. Метод кинетического индентирования основан на непрерывной регистрации параметров процесса вдавливания индентора в исследуемый образец под действием нагрузки, приложенной перпендикулярно поверхности образца. Определение твердости материала путем внедрения в поверхность образца жесткого индентора привлекает исследователей относительной простотой и возможностью применения для экспресс-оценки текущего состояния металлических конструкций [1].

Величины HM, HV, HB (твердость по Мейеру, Виккерсу и Бринеллю соответственно) принято называть восстановленной твердостью, а аналогичные величины  $HM_h$ ,  $HV_h$ ,  $HB_h$ , рассчитанные по глубине отпечатка h – невосстановленной твердостью. Различие между этими твердостями обусловлено способами измерения отпечатка. Восстановленную

твердость (микротвердость) определяют по площади отпечатка (проекции отпечатка) измеренной оптическим способом, после снятия нагрузки на индентор то есть, при отсутствии упругих деформаций. Измерение глубины отпечатка, при определении невосстановленной твердости, осуществляют под нагрузкой и, следовательно, на величину этой твердости влияют как пластические, так и упругие деформации.

Исследование свойств материалов путем непрерывной регистрации параметров процесса вдавливания индентора позволяет, помимо твердости или микротвердости, определять ряд параметров, характеризующих физико-механические свойства материалов, как традиционных, так и новых, получаемых только при этом испытании: модуль Юнга; кинетику релаксации напряжений или ползучести; структурную неоднородность и пористость; прочность и энергию адгезии покрытий; вязкость разрушения; соотношения между невосстановленной твердостью, измеренной под нагрузкой по глубине отпечатка, и восстановленной твердостью, измеренной по поперечному размеру отпечатка после снятия нагрузки; корреляционные параметры между диаграммами растяжения (сжатия) и диаграммами твердости и др. Методом кинетической микротвердости эти характеристики определяют при неразрушающем воздействии на объекты, включая слоистые материалы или изделия с покрытиями, локальные механические свойства которых проблематично определить другими, даже разрушающими, способами испытания [2].

## Экспериментальная установка и методика исследования

Исследования проводились на приборе цифрового микротвердометра MicroMet 5114. Инденторы – пирамида Виккерса, тестовые нагрузки были: 300 гр, 500 гр, 1000 гр, время нагружения: 5–15 с.

Образцы полировались по специальной методике, до достижения однородности полируемой поверхности.

С помощью программы Autoscan Objects был произведён морфологический анализ изображения образца бронзированной проволоки, который был заранее протравлен.

При анализе изображения использовалась единая общая процедура анализа образца:

1. Фиксация изображения. Захват и ввод изображения в компьютер.

2. Сегментирование. Данная операция обычно выполняется путём установки пороговых значений для каждой фазы регистрируемого образца.

3. Редактирование. Очистка изображения от ложных объектов и корректировка существующих.

4. Калибровка. Задание калибровочного коэффициента в выбранных единицах, который автоматически применяется для любого измерения в элементах изображения.

5. Обработка данных. Измерение заданных характеристик объектов.

6. Формирование отчёта.





При помощи выпадающего списка можно выбрать, на какое количество классов будут разбиваться оцифрованные объекты.

В данном случае разбиение на классы осуществлялось по параметру длина.

С помощью данного параметра определена с представлением в виде гистограмм длина объекта. Она определяется как наибольшее расстояние между двумя точками на контуре объекта (с перебором всех пар) [4].



# Расчет по параметру длина

Рисунок 1 – Гистограммы распределения зерен по классам

Из отчёта видно, разбиение на классы (показаны диапазоны разбиения по площади), а также, сколько объектов принадлежит каждому классу и какую долю они составляют от общего количества [3]. Полученные результаты позволяют определить физико-механические характеристики, микроструктуру и другие эксплуатационные параметры материала, тем самым определяя возможности применения его в ответственных технологических конструкциях.

#### Литература

1. Кошкин, В. И. Оценка структуры и механических свойств материалов по статистическим характеристикам микротвердости / В. И. Кошкин – М.: МГИУ, 2001. – 62 с.

2. Булычев, С. И. Испытание материалов непрерывным вдавливанием индентора. / С. И. Булычев, В. П. Алехин // М.: Машиностроение, 1990. – 224 с.

3. Марковец, М. П. Определение механических свойств металлов по твёрдости. – М.: Машиностроение, 1979. – 192 с.

4. Алехин, В. П. Физика прочности и пластичности поверхностных слоёв материалов. – М.: Наука, 1983.– 280 с.

## Ив.А. Фаняев (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель) Науч. рук. В.П. Кудин, д.т.н., доцент

# МАТРИЧНЫЙ КОММУТАТОР ДЛЯ ПИТАНИЯ ВОСЬМИЭЛЕМЕНТНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ

Антенно-фидерное устройство, обеспечивающее излучение и прием радиоволн, – неотъемлемая часть любой радиотехнической системы. Требования к техническим характеристикам антенных решеток вытекают из назначения радиосистемы, условий размещения, режима работы, допустимых затрат и т.д. Реализуемость необходимых направленных свойств, помехозащищенности, частотных, энергетических и других характеристик антенной решетки во многом зависит от рабочего диапазона волн. Так, в диапазоне СВЧ они могут создавать остронаправленное излучение с лучом шириной до долей градуса и усиливать сигнал в десятки и сотни тысяч раз.

Бурное развитие микроэлектроники отразилось и на антенной технике. В последние годы стали широко использовать микроэлектронные устройства СВЧ, полосковые и микрополосковые (симметричные, несимметричные) линии передачи, в том числе выполненные на них фазовращатели, коммутаторы, вентили, усилители, направленные ответвители и прочие СВЧ-устройства. Потенциальные возможности микроэлектроники в уменьшении массы и объема радиоаппаратуры могут быть реализованы при соответствующем построении антенн, отказе от традиционных их типов и переходе к печатным антенным решеткам.

Для построения многофункциональных антенных систем наиболее приемлемыми для этой цели считаются многолучевые антенные решетки (МАР). Для питания излучающей части МАР используется матричный коммутатор  $M \times N$  каналов или, так называемая, диаграммообразующая схема (ДОС). Известно множество практических схем МАР, наиболее распространенными являются МАР на основе параллельной ДОС (матрица Батлера) и последовательной ДОС (матрица Бласса). Наиболее распространенной из них является матрица Батлера [1–2]. Но классическая схематика матрицы накладывает конструкторскотехно-логические сложности для ее реализации. Поэтому, возникает задача изыскания путей облегчения данной проблемы или же построение новых, простых схем.

Для построения новой схемы, за основу была взята классическая матрица Батлера. Амплитудно-фазовое распределение на выходах коммутатора можно описать следующей формулой:

$$S_{m,n} = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{-j\frac{2\pi}{N}(m-1)(n-1)},$$
(1)

где *N* – число каналов, *m* – номер входа, *n* – номер выхода.

На рисунке 1 приведен матричный коммутатор для питания восьмиэлементной антенной решетки. Цифрами снизу и сверху обозначены соответственно номера входов и выходов, жирными точками – значения фазового сдвига (в градусах) вносимого соответствующим отрезком линии передачи, квадратами обозначены шлейфные мосты с затуханием в 3 дБ. Из рисунка 1, а видно, что электрическая схема имеет 14 пересечений линий передач. Чтобы избавиться от них, коммутатор можно реализовать на трехсторонней плате (рисунок 1, б: синим цветом – нижний слой, красным – верхний слой, черным – средний слой). Вся схема строится на 18 одинаковых шлейфных мостах и 10 щелевых переходах (черные штрихи на рисунке 1, б).



а – электрическая схема; б – топология схемы

Рисунок 1 – Матричный коммутатор на восемь каналов

Для наглядности, на рисунке 2 показан переход со щелевой связью.



а – вид сверху; б – вид сбоку

Рисунок 2 – Переход со щелевой связью

Приведенная в работе ДОС более простая при ее реализации по сравнению [1]. Имеет меньшее количество пересечений по сравнению с матрицей Батлера, а также предложена реализация схемы без пересечений линий передач и последовательной нумерацией выходов для подключения антенной решетки, с использованием переходов со щелевой связью [2].

Используя теорию цепей, методом эквивалентных схем были математически рассчитаны основные частотные характеристики (АФР, коэффициенты отражения, развязка выходов, коэффициенты связи) матрицы Батлера 8 на 8 выходов и предложенной схемы в частотном диапазоне плюс-минус 20 % с центральной частотой 9,75 ГГц. На рисунке 3, для сравнения, приведены графики зависимости *S*-параметров (дБ) от частоты. Прямые линии – коэффициенты связи, пунктиром – коэффициенты передачи.



а – матрица Батлера; б – предложенная схема

Рисунок 3 – Графики зависимости S-параметров от частоты

Анализ полученных результатов показал, что предложенная ДОС по основным частотным характеристикам не хуже матрицы Батлера.

Таким образом, предложенный матричный коммутатор для питания антенной решетки является перспективным в качестве технологической реализации, имеет конструкторские преимущества по сравнению с матрицей Батлера. На основании математических расчетов двух ДОС можно сделать вывод о том, что представленная схема в сравнении с классической матрицей Батлера 8 на 8 входов не уступает по частотным характеристикам на всем рассматриваемом частотном диапазоне.

## Литература

1.Neron, J.-S. Microstrip EHF Butler Matrix Design and Realization / J.-S. Neron, Gilles-Y. Delisle // ETRI Journal. – 2005. – Vol. 27, № 6.

2. Denidni T. A., Djaiz A., Habib A. M. A new ultra-wideband beamforming for wireless communications in underground mines // Progress In Electromagnetics Research M. – 2008. – Vol. 4. – PP. 1–21.

# Иг.А. Фаняев (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель) Науч. рук. И.В. Семченко, д.ф.-м.н., профессор

# РАСЧЕТ КОМПОНЕНТ ТЕНЗОРОВ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ, МАГНИТНОЙ И КИРАЛЬНОЙ ВОСПРИИМЧИВОСТИ ДЛЯ ОДНОВИТКОВОЙ СПИРАЛИ ОПТИМАЛЬНОЙ ФОРМЫ

В электродинамике, а также в смежных областях науки проводятся исследования искусственных структур – метаматериалов, обладающих киральными свойствами, в том числе и в СВЧ-диапазоне. Одним из возможных элементов таких материалов являются металлические спирали, хорошо проводящие электрический ток. Также в качестве киральных элементов могут использоваться разомкнутые кольца с выступающими концами, полосковые элементы в виде буквы S и ее зеркального эквивалента и другие.

В данной статье рассматриваются компоненты тензоров диэлектрической, магнитной и киральной восприимчивости, полученные для одновитковой спирали, которая имеет следующие оптимальные параметры:

 $N_B = 1$ ,  $\alpha = 13$ ,  $6^{\circ}$ , L = 0,05 м,  $r = 7,75 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ,  $h = 12 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ,  $d = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ , где  $N_B$  – число витков спирали,  $\alpha$  – угол подъема спирали относительно плоскости, перпендикулярной оси спирали, L – длина проволоки, из которой изготовлена спираль, r – радиус витка, h – шаг спирали, d – диаметр проволоки.

Как известно, спираль характеризуется одновременно диэлектрической, магнитной и киральной восприимчивостью. Следовательно, ее поведение в электромагнитном поле можно описать с помощью уравнений связи [1]:

$$\mathbf{p} = \varepsilon_0 \alpha_{ee} \mathbf{E} - j \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \alpha_{em} \mathbf{H}, \qquad (1)$$

$$\mathbf{m} = \alpha_{mm} \mathbf{H} + j \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \alpha_{me} \mathbf{E} , \qquad (2)$$

здесь  $\alpha_{ee}$  и  $\alpha_{mm}$  – тензоры диэлектрической и магнитной восприимчивости,  $\alpha_{em}$  и  $\alpha_{me}$  – псевдотензоры, характеризующие киральные свойства спирали,  $\varepsilon_0$  и  $\mu_0$  – электрическая и магнитная постоянные соответственно. При записи (1) и (2) предполагаем, что электрическое и магнитное поля являются монохроматическими, и их зависимость от времени описывается функцией  $e^{j\alpha t}$ , как принято в радиофизике.

Чтобы рассчитать компоненты тензоров восприимчивостей  $\alpha_{ee}, \alpha_{em}, \alpha_{me}, \alpha_{mm}$  для спирали воспользуемся ограничениями, связанными с

геометрией спирали и принципом симметрии кинетических коэффициентов Онзагера-Казимира. Тогда тензора преобразуются к виду:

$$\alpha_{ee} = \begin{pmatrix} \alpha_{ee}^{11} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{ee}^{22} & \alpha_{ee}^{23} \\ 0 & \alpha_{ee}^{23} & \alpha_{ee}^{33} \end{pmatrix}, \quad \alpha_{me} = \begin{pmatrix} \alpha_{me}^{11} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{me}^{22} & \alpha_{me}^{23} \\ 0 & \alpha_{me}^{32} & \alpha_{me}^{33} \end{pmatrix},$$
$$\alpha_{em} = \begin{pmatrix} \alpha_{me}^{11} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{me}^{22} & \alpha_{me}^{32} \\ 0 & \alpha_{me}^{23} & \alpha_{mm}^{33} \end{pmatrix}, \quad \alpha_{mm} = \begin{pmatrix} \alpha_{mm}^{11} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{me}^{22} & \alpha_{mm}^{23} \\ 0 & \alpha_{mm}^{23} & \alpha_{mm}^{33} \end{pmatrix}.$$
(3)

В дипольном приближении напряженность электрического поля излучаемой волны имеет вид [2]:

$$\vec{E}(\vec{R},t) = \frac{\mu_0}{4\pi R} \left( \left[ \left[ \vec{p} \ \vec{n} \right] \vec{n} \right] + \frac{1}{c} \left[ \vec{n} \ \vec{m} \right] \right)$$
(4)

где  $\vec{R}$  – радиус-вектор, проведенный от спирали в точку наблюдения, R – расстояние от спирали до точки наблюдения,  $\vec{n}$  – единичный вектор волновой нормали, c – скорость света в вакууме, точки над векторами обозначают дифференцирование по времени.

При помощи компьютерного моделирования, на основании метода конечных элементов, смоделирована одновитковая спираль с оптимальными параметрами, которая является идеальным проводником и рассматривается в вакууме. Спираль возбуждается падающей линейно поляризованной электромагнитной волной с различных сторон и с различной поляризацией. Таким образом, при различных условиях были вычислены различные компоненты тензоров. Полученные формулы имеют вид:

1)  $E_x \neq 0$ ,  $H_y \neq 0$  – эти компоненты векторов определяют поляризацию падающей плоской электромагнитной волны.

$$\alpha_{ee}^{11} = \frac{{}_{y}E_{1} + {}_{-y}E_{1}}{A}, \ \alpha_{em}^{22} = \frac{{}_{z}E_{2} + {}_{-z}E_{2}}{A}j, \ \alpha_{em}^{32} = \frac{{}_{y}E_{3} + {}_{-y}E_{3}}{A}j, \alpha_{me}^{11} = \frac{{}_{-y}E_{3} - {}_{y}E_{3}}{A}j, \ \alpha_{mm}^{22} = \frac{{}_{z}E_{1} - {}_{-z}E_{1}}{A}.$$
(5)

2)  $E_v \neq 0$ ,  $H_x \neq 0$ :

$$\alpha_{ee}^{22} = \frac{{}_{z}E_{2} + {}_{-z}E_{2}}{A}, \ \ \alpha_{me}^{22} = \frac{{}_{-z}E_{1} - {}_{z}E_{1}}{A}j, \ \ \alpha_{me}^{32} = \frac{{}_{y}E_{1} - {}_{-y}E_{1}}{A}j.$$
(6)

3) 
$$E_{z}\neq0, H_{x}\neq0:$$
  
 $\alpha_{em}^{11} = \frac{{}_{y}E_{1}+{}_{-y}E_{1}}{A}j, \quad \alpha_{ee}^{23} = \frac{{}_{x}E_{2}+{}_{-x}E_{2}}{A}, \quad \alpha_{ee}^{33} = \frac{{}_{x}E_{3}+{}_{-x}E_{3}}{A},$   
 $\alpha_{mm}^{11} = \frac{{}_{y}E_{3}-{}_{-y}E_{3}}{A}, \quad \alpha_{me}^{23} = \frac{{}_{x}E_{3}-{}_{-x}E_{3}}{A}j, \quad \alpha_{me}^{33} = \frac{{}_{-x}E_{2}-{}_{x}E_{2}}{A}j.$ 
(7)  
4)  $E_{x}\neq0, H_{z}\neq0:$ 

81

$$\alpha_{em}^{33} = \frac{{}_{x}E_{3} + {}_{-x}E_{3}}{A}j, \quad \alpha_{em}^{23} = \frac{{}_{x}E_{2} + {}_{-x}E_{2}}{A}j, \quad \alpha_{mm}^{23} = \frac{{}_{-x}E_{3} - {}_{x}E_{3}}{A}, \quad \alpha_{mm}^{33} = \frac{{}_{x}E_{2} - {}_{-x}E_{2}}{A}.$$
 (8)

здесь  $A = \frac{2\pi \cdot \varepsilon_0 \mu_0 E_0 \cdot f^2}{R}$ ,  $E_0$  – напряженность электрического поля падающей электромагнитной волны, f – частота, на которой проводятся измерения,  ${}_xE_1$  – напряженность электрического поля волны, излучаемой спиралью (левый индекс обозначает направление, вдоль которого ведется измерение, а правый – проекцию вектора на данное направление).

На основании полученных формул (5)–(8) были вычислены в дальней зоне все компоненты тензоров восприимчивостей  $\alpha_{ee}, \alpha_{em}, \alpha_{me}, \alpha_{mm}$  в диапазоне частот от 2 до 4 ГГц. Для примера на рисунке 1 изображены компоненты тензора  $\alpha_{mm}$ .



Рисунок 1 – Тензор магнитной восприимчивости

Полученные результаты позволят более точно определить характеристики электромагнитного излучения спирали с оптимальными параметрами, которые могут быть использованы для маскировки тел методом волнового обтекания.

#### Литература

1. Исследование свойств искусственных анизотропных структур с большой киральностью / Семченко И. В. [и др.] / Кристаллография. – 2011. – Т. 56, № 3, С. – 404–411.

2. Ландау, Л. Д. Теория поля / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц / М. : Наука, 1988. – Т. 2. – 512 с.

# **Т.Н. Федосенко (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)** Науч. рук. **А.В. Рогачёв,** д.хим.н., профессор, член-корр. НАН Б

# ПОЛУЧЕНИЕ И РАСЧЁТ ОПТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК И ТОЛЩИНЫ ПОКРЫТИЙ ИЗ ПОЛИСУЛЬФОНА И КРАСИТЕЛЕЙ

Образцы покрытий были получены на подложке из стекла марки M2. Нанесение покрытий производилось в камере поста ВУП-5. Камеру вакуумировали до  $2 \cdot 10^{-5}$  мм рт. ст. Испаритель из ниобиевой фольги толщиной 0,15 мм, с закреплённым коробом из этой же фольги, размером  $3 \times 10 \times 3$  мм.

Температура испарителя для красителя конго(К) – 400 °С с последующим плавным увеличением температуры до 800 °С. Время испарения – 4 минуты.

Для полисульфона (ПС) температурой варьировали от 350 °С до 800 °С, несколько вариантов. Время испарения составляло от 2 до 5 минут.

Для красителя Haphthol Blue Black (H) температура испарителя составляла 450 °С. Врем испарения – 2 минуты.

При двухслойном нанесении красителя (К) и полисульфона (ПС) температура на испарителе была равна 800°С.

Расстояние от испарителя (испаряемого материала) до подложки составляло 135 мм. Подложкой являлось стекло марки М2. Упрощённая схема рабочей камеры поста ВУП-5 представлена на рисунке 1.



1 – вакуумный колпак; 2 – заслонка;

- 3 натекатель для подачи атмосферного воздуха в камеру;
- 4 держатель подложки в форме трафарета с подложкой;

5 – герметизирующая прокладка;

6 – испаритель с размещённым в нём веществом

Рисунок 1 – Упрощённая схема рабочей камеры поста ВУП-5

В таблице 1 приведены названия полученных покрытий и температуры испарителя при их нанесении.

Таблица 1 – Названия покрытий и температуры испарителя при их нанесении

Номер образца	Название покрытия	Температура испарителя, °С
1	Naphthol Blue Black (H)	450
2	Полисульфон (ПС)	500 - 1000
3	Полисульфон (ПС)	400
4	Конго (К)	400 - 800
5	2 слоя: Конго (К) + Полисульфон (ПС)	800; 800

В таблице 2 представлены результаты расчёта оптических параметров и толщин полученных покрытий на подложке из стекла марки М2.

Таблица 2 – Рассчитанные методом лазерной эллипсометрии оптические характеристики и толщины покрытий

Номер образца	Показатель прелом- ления п	Коэф- фициент поглоще- ния k	Толщина покрытия d, Å	Абсо- лютная по- греш- ность
1	0,676	0,138	39	$1^{0} 1' 52''$
2	0,739	0,137	76,6	$0^{0} 38' 1''$
3	0,761	0,008	87,8	$1^{0}22'20''$
4	1,183	0,956	110	$0^{0} 12' 43''$
5	0,77	0,029	302,2	$10^{\circ}36'47''$

Абсолютная погрешность эллипсометрических измерений толщины и оптических параметров двухслойного покрытия из Конго и полисульфона достаточно велика, что свидетельствует об относительной сложности и низкой эффективности применения метода лазерной эллипсометрии для измерения оптических параметров и толщин двухслойных и многослойных покрытий.

Установлено, что покрытие Конго толщиной 110 Å обладает наибольшим показателем преломления и наибольшим коэффициентом поглощения.

# К.В. Чупругин (ГУО «ГИИ МЧС Республики Беларусь», Гомель) Науч. рук. В.Н. Пасовец, к.т.н.

# ТЕХНОЛОГИЯ ВОССТАНОВЛЕНИЯ РАБОТОСПОСОБНОСТИ ПОЖАРНЫХ АВАРИЙНО- СПАСАТЕЛЬНЫХ АВТОМОБИЛЕЙ

Эффективность работы пожарной аварийно-спасательной техники зависит, главным образом, от ее надежности – способности выполнять заданные функции с минимальными затратами труда и материальных средств в течение длительного времени. Одним из основных факторов, определяющих долговечность деталей машин и механизмов, является износостойкость материалов, из которых они изготовлены. На сегодняшний день наиболее распространенными способами противостояния изнашиванию узлов трения пожарной аварийно-спасательной техники является применение смазочных материалов, обеспечивающих разделение трущихся поверхностей деталей, а также повышение твёрдости трущихся поверхностей за счёт химико-термической обработки (хромирования, азотирования, цементирования и т.д.) Проведенный обзор отечественных и зарубежных публикаций указывает на то, что до настоящего времени отсутствуют единые взгляды на проблему повышения износостойкости деталей узлов трения [1–3].

Одним из перспективных путей повышения ресурса работы узлов трения пожарной аварийно-спасательной техники является применение смазочных материалов с присадками в виде наноразмерных частиц мягких металлов, обеспечивающих модифицирование и восстановление поверхностного слоя трущихся деталей. Введение присадок в моторные масла позволяет продлить их срок службы на 25–35 % со снижением затрат приобретение на 18,24 %.

Цель работы состояла в исследовании возможности увеличения ресурса работы стальных поверхностей двигателей пожарной аварийноспасательной техники за счет применения смазочных материалов, содержащих нанопорошок меди в качестве присадки.

Для проведения эксперимента использовался пожарный аварийноспасательный автомобиль АЦ-40(131) на шасси ЗИЛ-131 и моторное масло М-8В ГОСТ 10541-78. В качестве присадки к данному маслу использовали концентрированные суспензии дезагрегированных наночастиц меди, приготовленные путем смешивания нанопорошка меди с небольшим количеством моторного масла в специальном смесителе. Наночастицы меди получали методом электрического взрыва медных проводников-проволочек. Получение нанопорошков осуществлялось в среде двуокиси углерода. Размер частиц нанопорошков по данным просвечивающей электронной микроскопии составлял в среднем 80–120 нм. Концентрация нанопорошка в моторном масле составляла 0,5 г/л.

В качестве контрольного параметра была принята величина компрессии в цилиндрах двигателя, которая зависит от степени износа поршневых колец и стенок цилиндров. Данная величина измерялась сразу после замены масла и после наработки двигателя эквивалентной 1 000 км пробега автомобиля.

Установлено, что величина компрессии в цилиндрах двигателя автомобиля сразу после замены масла в зависимости от номера цилиндра находилась в пределах 6,3–6,6 кг/см<sup>2</sup>, что соответствует предкризисному состоянию двигателя и его высокой степени износа, так как величина компрессии в цилиндрах двигателя автомобиля ЗИЛ-131 должна находится в пределах 7–7,8 кг/см<sup>2</sup>. После наработки двигателя эквивалентной 1 000 км пробега автомобиля величина компрессии составила 6,8–7,2 кг/см<sup>2</sup>.

Предположительно повышение величины компрессии в цилиндрах двигателя составило 7–10 %, что является следствием устранения последствий процесса изнашивания деталей цилиндропоршневой группы. Данный факт, по-видимому, объясняется заполнением микротрещин наночастицами меди и выглаживанием изношенных поверхностей трения. Также в процессе работы двигателя, заправленного моторным маслом, в составе которого содержатся наночастицы меди, можно предположить протекание процессов модифицирования рабочих поверхностей цилиндров, вследствие чего деформирование и изнашивание материала локализовано в пределах поверхностного слоя, что предотвращает разрушение основного материала.

Таким образом, экспериментально показано, что добавление нанопорошков меди в моторное масло позволяет увеличить ресурс работы и повысить технические характеристики двигателя автомобиля.

## Литература

1. Влияние УДП – присадки меди в смазке на процессы трения и изнашивания / А. В. Колубаев [и др.] // Вестник ТГАСУ (Томск) – 2000. – № 2. – С. 232–238.

2. Повышение эффективности смазочного действия путем добавления нанопорошков металлов в масло / С. А. Беляев [и др.] // Сборник трудов Международной научно-технической конференции, посвященной памяти академика Н. Д. Кузнецова. – Самара: Изд-во СамГАУ – 2001. – Ч. 2. – С. 204–211.

3. Study of friction reduction by nanocopper additives to motor oil / S. Tarasov [et al.] // Wear. – 2002. – V. 252. – P. 63–69.

# **Ю.С. Яковенко (УО «БГПУ им. М. Танка», Минск)** Науч. рук. **И.И. Ташлыкова-Бушкевич,** к.ф.-м.н., доцент

# ВЛИЯНИЕ ЛЕГИРУЮЩИХ ПРИМЕСЕЙ НА СМАЧИВАЕМОСТЬ ДИСТИЛЛИРОВАННОЙ ВОДОЙ ПОВЕРХНОСТИ А И Б АЛЮМИНИЕВЫХ ФОЛЬГ, ПОЛУЧАЕМЫХ ПРИ ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ

Управление смачиваемостью поверхности изделий из алюминия и его сплавов играет важную роль в целом ряде технологических процессов авиационной промышленности, радиотехники, в процессах пайки и защите изделий от обледенения. Высокоскоростная кристаллизация позволяет создавать материалы с уникальными физико-химическими свойствами, в том числе и свойствами поверхности изделий [1, 2]. Актуальность изучения степени смачиваемости промышленных материалов на основе алюминия обусловлена высокой долей их производства.

Цель данного исследования заключалась в изучении влияния легирующих добавок на смачиваемость дистиллированной водой поверхностейА (контактирует в процессе получения с цилиндром) и Б (контактирует с воздухом) алюминиевых фольг, получаемых при высокоскоростной кристаллизации[3].

Фольги в данном исследовании получали методом центробежной закалки, когда капля расплава (0,2–0,3 г) кристаллизировалась на внутренней полированной поверхности вращающегося медного цилиндра диаметром 20 см. Длина фольг составляла до 40 мм, ширина была до 10 мм, толщина – 50 до мкм. Расчетная скорость охлаждения расплава была порядка  $10^6$  K/c [1]. Для получения фольг использовались: высокочистый (99,98 %) и промышленный алюминий (АК9ч), а также бинарные сплавы Al – 0,8 ат % Cr и Al – 6,0 ат. % Zn, Al – 0,7 ат. % In [3].

Смачиваемость поверхностей фольгизучали методом покоящейся капли [4]. На поверхность образца, закрепленного на подвижном столике наклонно – поворотной платформыпомещалась капля бидистиллированной воды объемом ~ 0,05 мл. Процесс позиционирования образца и выдавливания капли производился с применением шаговых двигателей при помощи блока управления. Система образец – капля стабилизировалась в течение 60 сек. Равновесный краевой угол смачивания РКУС измерялся автоматизировано по углу касательной к изображению поверхности капли с левой и правой ее стороны. Измерения повторялись на трех различных участках поверхности фольги. Погрешность в измерении РКУС составляла ~ 1 %. На рисунке 1 показано усредненное изменение РКУС поверхностей А и Б фольг сплавов относительно соответствующих значении углов, измеренных на поверхностях А и Б фольг чистого алюминия.



Рисунок 1 – Диаграммы значений относительного изменения РКУС поверхностейА и Б фольг алюминиевых сплавов

В результате эксперимента было установлено, что поверхность Афольг чистого алюминия обладает гидрофобными свойствами, краевой угол смачивания водой достигает 96,2°. Присутствие в промышленном алюминии примесей Mg, Si, Mn приводит к улучшению смачиваемости поверхности A фольг, контактирующей с медным цилиндром. ПоверхностиАисследованных сплавов проявляют гидрофильные свойства. Краевые углы смачивания в зависимости от легирующих добавок колеблются в пределах от 86,5° до 81,2°.

Для поверхности Б, контактирующей при получении фольг с воздухом, приведенный выше порядок измеренных краевых углов смачивания нарушается. Наибольшее значение (95,2°) краевой угол смачивания достигал у фольги сплава Al-In, а наименьшее (80,7°) – у фольги промышленного алюминия. Во-первых, поверхность фольги чистого алюминия проявляет гидрофильность (РКУС 87,7°). А поверхности Б изучаемых бинарных сплавов обнаружили гидрофобные свойства (краевые углы смачивания для них изменяются в диапазоне 92,7° – 95,2°). Вместе с тем поверхность фольги промышленного сплава смачивается дистиллированной водой (РКУС 80,7 %).

Проанализировав полученные результаты значений равновесных краевых углов смачивания для поверхностей А и Б,можно сделать вывод о том, что степеньсмачиваемости фольг зависит от вводимого легирующего элемента.В частности, наибольший эффектизменения смачиваемости поверхностей Аи Б наблюдался у фольги сплава Al–In (свыше 15 % – сторона А и 9 % – сторона Б).

Несоответствие распределения значений равновесных краевых углов смачивания для обеих поверхностей образцов, а также данные атомно-

силовой микроскопии о степени шероховатости поверхностей А и Б чистого Al [5], позволяют предположить, что шероховатость поверхности сплавов Al также оказывает существенное влияние на смачивание рассматриваемых образцов.

Выступы на шероховатой поверхности и различные площади контакта жидкости на гладкой и шероховатой поверхностях могут обуславливать особенности их смачивания [6,7].

Поэтому, чтобы установить факторы, влияющие на смачиваемость, представляется целесообразным исследовать шероховатость поверхностей фольг сплавов алюминия, рассмотренных в настоящей работе, и сравнить ее с шероховатостью поверхности чистого алюминия. Также планируется изучить элементный и композиционный состав поверхностей А и Б фольг сплавов.

Полученные предварительные результаты позволяют предположить о возможности управления смачиваемостьюдистиллированной водой поверхности алюминиевых фольг, получаемых методом высокоскоростной кристаллизации, путем введения в алюминий легирующих добавок и формированием требуемой морфологии поверхности.

## Литература

1. Митин, В. С. Получение и применение быстрозакаленных сплавов / В. С. Митин, В. А. Васильев. – М.: СП ИнтерметИнжириг, 1998. – 400 с.

2. Мирошниченко, И. С. Закалка из жидкого состояния / И. С. Мирошниченко. – М.: Металлургия, 1982. – 168 с.

3.Шепелевич, В. Г. Структура и свойства быстрозатвердевших фольг сплавов алюминия, содержащих 6,0–15 ат. % Zn / И. И. Ташлыкова-Бушкевич, Е. С. Гутько // Физика и химия обработки материалов. – 2009. – № 4.– С. 69–74.

4. Ташлыков, И. С. Элементный состав, топография и смачиваемость поверхности графита, модифицированного ионно – ассистированным осаждением хромовых покрытий / И. С. Ташлыков, С. М. Барайшук // Известия вузов. Сер.Порошковая металлургия и функциональные по-крытия. – 2008. – № 1. – С. 30–35.

5. Tashlykova–BushkevichI. EffectofCrandZrdopesonhydrogenbehaviourinrapidlysolidifiedaluminiumfoils / I. Tashlykova-Bushkevich, T. Shikagawa, T. Suzuki, V. Shepelevich, G. Itoh // Mater. Sci. Forum. – 2010. – V. 638– 642. – P. 465–468.

6. Горюнов, Ю. В. Смачивание / Ю. В. Горюнов. – М. : Знание, 1972. – 63 с.

7.Зимон, А. Д. Адгезия жидкости и смачивание / А. Д. Зимон. – М.: Химия, 1994. – 413 с.

# Секция 2 «Моделирование физических процессов»

## Председатели:

Андреев Виктор Васильевич, к.ф.-м.н., доцент, Дей Евгений Александрович, к.ф.-м.н., доцент

# В.В. Андреев (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель) Науч. рук. А.А. Панков, д.ф.-м.н., профессор

# РАЗДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТОВ Z'-БОЗОНА И АНОМАЛЬНЫХ КАЛИБРОВОЧНЫХ КОНСТАНТ В ПРОЦЕССЕ $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ НА УСКОРИТЕЛЕ ILC С ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ

С запуском Большого адронного коллайдера (БАК) физика элементарных частиц вступила в новую захватывающую эру. За несколько лет набора данных БАК сможет проверить существование различных эффектов новой физики за рамками Стандартной модели (СМ) и получить ограничения на них. В частности, появится возможность проверить существование дополнительных калибровочных бозонов, которые предсказываются такими расширенными калибровочными моделями, как лево-правосимметричные модели (LR), модели на основе группы  $E_6$  и другие. Также будет возможно провести более точные измерения аномальных калибровочных констант (АКК).

Следует, однако, отметить, что адронная среда БАК не позволит точно и в полной мере определить свойства Z'-бозонов. Также будет непросто провести измерения АКК с большой точностью. Поэтому очевидной является необходимость проведения исследований Z'-бозонов и АКК в рамках других процессов на будущих линейных  $e^+e^-$ коллайдерах, таких, например, как ILC и CLIC.

Одним из наиболее интересных с этой точки зрения процессов, особенно при энергиях, планируемых на коллайдере ILC, является процесс рождения *W* -бозонов в электрон-позитронной аннигиляции

$$\mathbf{e}^{+} + \mathbf{e}^{-} \to \mathbf{W}^{+} + \mathbf{W}^{-} \,. \tag{1}$$

Этот процесс является весьма чувствительным к параметрам Z'бозона, а именно, к фермионным и бозонным константам связи, к углу Z-Z'-смешивания  $\varphi$  и массе  $M_{Z'}[1]$ .

Известно, что различные эффекты новой физики (например, Z'-бозоны и АКК) могут вызывать одни и те же отклонения от СМ.

Поэтому разделение эффектов новой физики является весьма непростой, но крайне важной задачей. Целью данной работы является анализ разделимости эффектов, индуцируемых АКК и Z'-бозоном, а также выработка метода, который бы позволил получить области неразличимости исследуемых эффектов новой физики и области, где разделение эффектов возможно.

К числу наиболее популярных моделей, предсказывающих существование Z'-бозонов, относятся модели LR, ALR,  $E_6$  и т.д. В настоящей статье анализируются феноменологические следствия ряда этих моделей. В первую очередь это  $E_6$ -модели ( $\chi$ -модель,  $\psi$ -модель,  $\eta$ -модель, *I*-модель) и LR модели [2].

В данной работе мы также рассматриваем модели с АКК. Эффективный лагранжиан трехбозонных взаимодействий, инвариантный относительно преобразований Лоренца, градиентных преобразований  $U(1)_{em}$ , а также преобразований *C* - и *P* -симметрии, содержит пять аномальных калибровочных констант:  $\delta_Z$ ,  $x_{\gamma}$ ,  $x_Z$ ,  $y_{\gamma}$  и  $y_Z$ . Для простоты будут рассматриваться случаи, когда какая-либо из АКК не равна нулю, в то время как остальные равны 0. То есть всего будем иметь пять случаев.

Матричный элемент процесса (1) в СМ может быть представлен в виде суммы t-канальной и s-канальной частей. Последняя может быть записана как:

$$M_{s}^{\lambda} = \left(-\frac{g_{WW\gamma}}{s} + \frac{g_{WWZ}(v - \lambda a)}{s - M_{Z}^{2}}\right) \times G^{\lambda}(s,\theta), \qquad (2)$$

где *s* и  $\theta$  – квадрат энергии начальных пучков в с.ц.м. и угол вылета  $W^-$ -бозона соответственно. a, v – аксиальная и векторная константы связи *Z*-бозона,  $\lambda$  – спиральность электрона,  $G^{\lambda}(s, \theta)$  – кинематический фактор.

В рамках расширенных калибровочных моделей эта часть выглядит как:

$$M_{s}^{\lambda} = \left(-\frac{g_{WW\gamma}}{s} + \frac{g_{WWZ_{1}}(v_{1} - \lambda a_{1})}{s - M_{Z_{1}}^{2}} + \frac{g_{WWZ_{2}}(v_{2} - \lambda a_{2})}{s - M_{Z_{2}}^{2}}\right) \times G^{\lambda}(s,\theta).$$
(3)

Оказывается, однако, что возможно переписать выражение (3) в виде [3]:

$$M_{s}^{\lambda} = \left(-\frac{\tilde{g}_{WW\gamma}}{s} + \frac{\tilde{g}_{WWZ}(v - \lambda a)}{s - M_{Z}^{2}}\right) \times G^{\lambda}(s,\theta), \qquad (4)$$
$$\tilde{g}_{WW\gamma} = 1 + \Delta_{\gamma}, \quad \tilde{g}_{WWZ} = \cot \theta_{W} + \Delta_{Z}.$$

Параметры  $\Delta_{\gamma}, \Delta_{Z}$  эффективно содержат в себе новую физику и охватывают весь спектр расширенных калибровочных моделей, предсказывающих существование Z'-бозона. Данная параметризация позволяет проводить модельно независимый анализ эффектов Z'.

В качестве наблюдаемых в работе используются дифференциальные сечения процесса (1).

Далее введем понятия "discovery reach" и "identification reach". Ограничения на параметры любой новой физики (NP) определяются отклонениями наблюдаемых, содержащих эти параметры, от предсказаний СМ. Уровень согласованности с СМ определим при помощи функции  $\chi^2$ :

$$\chi^{2}(O) = \sum_{bins} \left(\frac{\Delta O^{bin}}{\delta O^{bin}}\right)^{2}, \ \Delta O = \frac{O(SM + NP) - O(SM)}{O(SM)},$$
(5)

где  $O = \frac{d\sigma}{d\cos\theta}$  (дифф. сечение),  $\delta O$  – теоретические неопределенности.

"Discovery reach" есть минимальное значение параметра(ов) новой физики, для которого отклонение от СМ статистически наблюдаемо.

Как было сказано ранее, различные эффекты новой физики могут вызывать одинаковые отклонения от СМ. В этом отношении можно ввести понятие "identification reach" как минимального значения соответствующего параметра(ов) новой физики, для которого отклонение от СМ не только статистически наблюдаемо, но и источник этого отклонения может быть однозначно выделен среди других конкурирующих гипотез.

Для оценки возможности разделения эффектов, индуцируемых моделями с Z'-бозоном, от одной из пяти моделей с АКК (AGC), можно рассмотреть следующую функцию:

$$\tilde{\chi}^{2}(O) = \sum_{bins} \left( \frac{\tilde{\Delta}O^{bin}}{\tilde{\delta}O^{bin}} \right)^{2}, \quad \tilde{\Delta}O = \frac{O(AGC) - O(Z')}{O(Z')}, \quad (6)$$

где  $\tilde{\delta}O$  – теоретические неопределенности, относящиеся к модели с Z'.

На основе функции  $\tilde{\chi}^2$  мы рассчитываем величину *p*-value [2]:

$$p = \int_{\tilde{\chi}^2_{min}}^{\infty} p(\tilde{\chi}^2) \, d\chi \,, \tag{7}$$

где  $p(\tilde{\chi}^2)$  – плотность вероятности распределения  $\chi^2$ .

Все результаты были получены для  $\sqrt{s} = 0.5$  ТэВ и интегральной светимости  $L_{int} = 500 \text{ фбh}^{-1}$  и степеней поляризации электронных и позитронных пучков  $P_L = \pm 80\%$  и  $P'_L = \pm 50\%$  соответственно [4].

С использованием формул (6), (7) модельно независимым образом были получены значения параметров  $\Delta_{\gamma}, \Delta_{Z}$ , описывающих эффекты

Z'-бозона, для которых они статистически наблюдаемы ("discovery reach"). Также были получены значения этих параметров, при которых весь класс моделей с Z'-бозоном можно отличить от какой-либо одной модели с АКК или от любой из пяти, приведенных в работе ("identification reach"). Кроме того, были получены значения параметров  $\Delta_{\gamma}, \Delta_{Z}$ , при которых какую-то из моделей с Z'-бозоном ( $\chi, \psi, \eta, I$ , или LR) можно отличить от любой из пяти моделей с АКК.

Также осуществлен переход от  $\Delta_{\gamma}, \Delta_Z$  к физическим параметрам: углу Z-Z'-смешивания  $\varphi$  и массе  $Z_2$ -бозона (массовое состояние Z')  $M_2$ .

На рисунке 1 представлены значения "discovery reach" (левый) и "identification reach" (правый) для ряда расширенных калибровочных моделей с Z'. Области внутри парабол соответствуют областям неразличимости данных моделей от СМ (для "discovery reach") или от любой из модели с АКК (для "identification reach"). Уровень 1 - p = 0.95.



Рисунок 1 – "Discovery reach" и "identification reach" для Z' моделей

Результаты для всех моделей при  $M_2 = 2$  ТэВ представлены в таблице 1. Таблица 1 – Значения  $\varphi^{Disc}$  ("discovery reach") и  $\varphi^{ID}$  ("ID reach") для различных Z' моделей.

Z' модель	χ	$\psi$	$\eta$	Ι	LR
$\varphi^{Disc}, 10^{-3}$	$\pm 1.8$	±2.2	±1.7	±2.8	±1.6
$arphi^{\prime D}, 10^{-3}$	±4.9	±45.0	±23.0	±4.7	±11.0

#### Литература

1.Pankov, A. A. Initial longitudinal polarization in  $e+e- \rightarrow W+W-$  as a tool to probe trilinear gauge boson couplings / A. A. Pankov, N. Paver // Phys. Lett. -1994. - Vol. B324. - P. 224-230.

2. Review of Particle Physics / W.-M. Yao, C. Amsler, D. Asner and [et al.] // Journal of Physics G. – 2006. – Vol. 33. – P. 1.

3.Pankov, A. A. Z' effects and anomalous gauge couplings at LC with polarization / A. A. Pankov, N. Paver, and C. Verzegnassi // Int. J. Mod. Phys. – 1998. – Vol. A13. – P. 1629–1650.

4. Brau, J. ILC Reference Design Report Volume 1 – Executive Summary. [Electronic resource] / J. Brau and [et. al.]. – 2007.

# М.В. Авдашкова, А.В. Колтунчик (ГУО «Гомельский инженерный институт» МЧС РБ) Науч. рук. Ю.П. Бажков, ст. преподаватель

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОПРАВОЧНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ПРИ ИЗУЧЕНИИ ЗАКОНОВ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ ТЕЛ НА ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТАХ

Важной составляющей учебного процесса в ВУЗе является проведение лабораторных работ, которые позволяют закрепить теоретические положения изучаемой темы, обучить слушателей методам экспериментальных исследований и обобщения данных, привить им опыт работы с лабораторным оборудованием, аппаратурой, приборами, компьютерной техникой.

Действующая в нашем институте установка по изучению законов свободного падения тел не позволяет с должной точностью определять физические параметры, предусмотренные данной работой. Была поставлена задача максимально приблизить экспериментальные значения к теоретическим данным.

Исследования показали, что погрешность измерений прежде всего связана с неточной работой существующего секундомера. Для устранения этого недостатка авторы этой работы предложили использовать поправочный коэффициент для измеренного времени при вычислении физических параметров, определенных данной работой. С этой целью был проведен ряд экспериментов, учитывающих различные факторы, возникающие при работе с установкой. Полученные результаты были обработаны и сведены в таблицу. По результатам работы была выведена зависимость поправочного коэффициента на время падения тела от высоты падения и построен график этой зависимости.

Таким образом, проведенные исследования и полученные результаты позволяют на более качественном уровне проводить лабораторные работы на существующих установках и получать результаты, близкие к теоретическим значениям.

#### Литература

1. Астахов П. В. Лабораторный практикум по дисциплине «Физика». Раздел «Механика» / П. В. Астахов, В. А. Зыкунов, А. И. Кравченко. – Минск : РЦСиЭ МЧС, 2009. – 23 с.

2. Трофимова Т. И. Курс физики: учеб. Пособие для вузов / Т. И. Трофимова. – 14-е изд., стер. – М. : Издательский центр «Академия», 2007. – 560 с.

## Д.В. Адамчук (УО «БрГУ им. А.С. Пушкина», Брест) Науч. рук. В.С. Костко, к.ф.-м.н., доцент

# ДИФФУЗИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ В ТОНКОПЛЕНОЧНЫХ СТРУКТУРАХ ПОЛУПРОВОДНИК-МЕТАЛЛ-ДИЭЛЕКТРИК, НА ПРИМЕРЕ СТРУКТУРЫ SnI<sub>2</sub>-Cd-СТЕКЛО

В последнее время наблюдается интенсивное развитие такого направления в физике твердого тела как наноэлектроника, к которому можно отнести тонкопленочные структуры полупроводник-металлдиэлектрик. Тонкие пленки из-за своих особых свойств, таких, как большое отношение поверхности к объему, высокая плотность структурных дефектов и возможные большие градиенты состава и механических напряжений, представляют собой весьма неравновесные образования, в которых возможны внешне стимулированные процессы перехода (иногда скачкообразного) в более термодинамически равновесное состояние.

Данная работа представляет результаты изучения диффузионных процессов, происходящих в тонкопленочных структурах полупроводник-металл-диэлектрик и на их поверхности. В ходе изучения исследовалось распределение концентраций элементов по глубине в структуре SnI<sub>2</sub>-Cd-стекло, а также влияние на протекание диффузии внешних факторов (воздействие электромагнитного излучения видимого диапазона) [1–4]. Чтобы зарегистрировать результат фотостимулированных превращений в системе полупроводник-металл-диэлектрик, было проведено облучение структуры интегральным потоком от ртутной лампы ПРК-2 с расстояния 20 см в течение 15 мин. Для изготовления структур полупроводник-металл-диэлектрик подложка, в данном случае стекло, и испаритель, с напыляемыми веществами, помещаются в вакуумную систему, в которой осуществляется термическое вакуумное напыление. Для изучения были изготовлены последовательным напылением Cd и SnI<sub>2</sub> на стеклянную подложку структуры SnI<sub>2</sub>-Cd-стекло. В дальнейшем структуры SnI<sub>2</sub>-Cd-стекло исследовались методами рентгеновской фотоэлектронной и электронной оже-спектроскопии (исследования проводились на электронном спектрометре ЭС-2401, Мg Кα-излучение и электронном сканирующем оже-спектрометре (Scanning Auger Multiprobe) PHI-660 фирмы Perkin Elmer (США)). Для изучения распределения концентрации в образце проводилось ионное стравливание поверхности исходной и облученной структур SnI<sub>2</sub>-Cdстекло. В ходе исследования было обнаружено:

– атомы Cd обнаруживаются на свободной поверхности полупроводника в результате темновой (тепловой) диффузии;

– отсутствует четкая граница полупроводник-металл;

– обнаружено взаимное проникновение частиц металлического и полупроводникового слоев;

– в результате облучения структуры SnI<sub>2</sub>-Cd-стекло происходит практически полное удаление йода из слоя с образованием оксидов металлов;

– обнаружено взаимное проникновение ионов продуктов засветки структуры полупроводник-металл-диэлектрик и подложки.

По результатам исследований предложен математический аппарат [3], с помощью которого предлагается описывать диффузию частиц металла в структуре полупроводник-металл-диэлектрик в предположении независимости коэффициента диффузии от направления в среде. Математическое описание заключается в решении уравнения диффузии Фика:

 $\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}$  [5], применительно к изучаемой геометрии структуры. Ре-

шение уравнения диффузии представляет собой функцию распределения концентрации атомов Cd в образце. На основании этого получены теоретические графики распределения концентрации атомов Cd в изучаемой структуре. Экспериментальные результаты качественно коррелируют с теоретическими расчетами.

## Литература

1. Светочувствительность тонкопленочной структуры SnI<sub>2</sub>–Sn–стекло и фазовый состав структуры SnI<sub>2</sub>–Cd–стекло / В. С. Костко, О. В. Костко, Г. И. Маковецкий, К. И. Янушкевич // Весці НАН Беларусі. Сер.фіз.-мат. навук. – 2001. – № 1. – С. 103–106.

2. Исследование светочувствительных слоев SnI<sub>2</sub> методом рентгеновской фотоэлектронной спектроскопии / В. С. Костко [и др.] // Веснік Брэсцк. ун-та. – 1999. – № 2.

3. Адамчук, Д. В. Диффузионные процессы в многослойных структурах / Д. В. Адамчук [и др.] / Веснік Брэсцк. Ун-та. – 2009. – № 2.

4. Адамчук, Д. А. Диффузия в структурах полупроводник-металлдиэлектрик/ Д. А. Адамчук, В. А. Губаревич, К. В. Ковалевич // XVII респ. студ. науч.-практ. конфер. «От идеи – к инновации» : материалы, г. Мозырь, 29 апреля 2010 г. : в 2 ч. / УО МГПУ им. И. П. Шамякина. – Мозырь, 2010. – Ч. 1. – С. 127.

5. Тонкие пленки. Взаимная диффузия и реакции / под ред. Дж. Поута, К. Ту, Дж. Мейера. – М.: Мир, 1982.

# А.А. Алферов (УО «ГГТУ им. П.О. Сухого», Гомель) Науч. рук. Н.В. Грунтович, д.т.н., профессор

## ВЛИЯНИЕ ВЫСШИХ ГАРМОНИК НА ИЗМЕНЕНИЕ УГЛА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОТЕРЬ В ИЗОЛЯЦИИ КАБЕЛЬНЫХ ЛИНИЙ

В рамках политики по энергосбережению на промышленных предприятиях Республики Беларусь постоянно возрастает количество современного, высокотехнологичного оборудования. Поэтому система электроснабжения должна обеспечивать необходимое качество электроэнергии и справляться с широким спектром проблем. Одной из которых является искажение формы питающего напряжения из-за гармонических составляющих, генерируемых нелинейной нагрузкой.

К оборудованию, генерирующему высшие гармоники в сеть относятся: компьютерные сети; статические преобразователи; газоразрядные осветительные устройства и электронные балласты; электродуговые печи постоянного и переменного тока; сварочные аппараты; электродвигатели переменного тока с регулируемой скоростью вращения; специальные медицинские приборы и т.д. В свою очередь, высшие гармоники могут приводить к дополнительному нагреву, снижению сопротивления изоляции и росту диэлектрических потерь в кабельных линиях промышленных предприятий. Диэлектрическими потерями называют энергию, рассеиваемую в единицу времени в диэлектрике при воздействии на него электрического поля и вызывающую нагрев диэлектрика. Диэлектрические потери могут обуславливаться сквозным током или активными составляющими поляризационных токов. В случае высоких напряжений потери возникают вследствие ионизации газовых включений внутри диэлектрика, особенно интенсивно происходящих при высоких частотах. Для характеристики способности диэлектрика рассеивать энергию в электрическом поле используют угол диэлектрических потерь, а также тангенс этого угла.

Углом диэлектрических потерь называется угол, дополняющий до 90° угол сдвига фаз ф между током и напряжением в емкостной цепи.

С целью получения количественных значений сопротивления изоляции и тангенса диэлектрических потерь в лабораторных условиях был проведен эксперимент, для которого был выбран кабель N2XSY 1x120 мм<sup>2</sup> с изоляцией из сшитого полиэтилена. Данные кабеля: длина 30 см, tg $\delta$  = 0,0009; емкость C=49,2 пФ.

В ходе проведения эксперимента учитывались емкость кабельной линии и сопротивление щупов осциллографа. Замеры проводились для последовательной и параллельной схем замещения. Эксперимент проводился для диапазона частот от 100 Гц до 57кГц. Для более четкого отображения результатов использовался делитель напряжения с коэффициентом деления, равным 10.

Обработка полученных результатов проводилась с использованием программы, разработанной в пакете MathCAD.

Для последовательной схемы замещения были получены следующие результаты (рисунок 1).



Рисунок 1 – Результаты измерения сопротивления изоляции кабеля при последовательной схеме замещения

Из анализа рисунка 1 следует, что с повышением частоты сопротивление изоляции уменьшается: так, на частоте 100 Гц оно равно 30 МОм, а на частоте 10 кГц, 0,3 МОм. При снижении сопротивления возрастают токи утечки через изоляцию кабельных линий, что приводит к росту тангенса угла диэлектрических потерь, расчет которого проведем по формуле (1)

$$tg\delta = \omega \cdot C \cdot R \tag{1}$$

где  $\omega$  – угловая частота, с<sup>-1</sup>; С – емкость изоляции, Ф; R – активное сопротивление изоляции, Ом.

Преобразуя формулу (1), получим

$$tg\delta = \frac{R}{-\tilde{O}\tilde{n}} \tag{2}$$

Знак «–» появляется из-за того, что емкостное сопротивление является отрицательным, поэтому для расчетов его необходимо заменить сопряженным. Произведя расчет тангенса угла диэлектрических потерь по формуле (2) получаем результаты, представленные на рисунке 2.



Рисунок 2 – Зависимость тангенса угла диэлектрических потерь от частоты питающего напряжения

Таким образом, наличие высших гармоник в электрических сетях предприятий приводит к снижению сопротивления изоляции, увеличению токов утечки, увеличению тангенса угла диэлектрических потерь, а, следовательно, и к дополнительному нагреву изоляции, ее преждевременному износу и сокращению срока службы.

### Литература

1.ГОСТ 13109-97. Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения. – Введ. 1.08.99. – Мн.: Межгос. Совет по стандар., метрологии и сертификации, 1999. – 31 с.

2. Арриллага, Дж. Гармоники в электрических системах // Дж. Арриллага, Д. Брэдли, П. Боджер – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 320 с.

3.Богородицкий, Н. П. Электротехнические материалы. – Л., Энергия, 1977. – 352 с.

4. Степанчук, К. Ф. Техника высоких напряжений // К. Ф. Степанчук, Н. А. Тиняков. – Мн.: Выш. Школа, 1982. – 367 с.

# К.С. Бабич (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель) Науч. рук. В.В. Андреев, к.ф.-м.н., доцент

# РЕЛЯТИВИСТСКОЕ ОБОБЩЕНИЕ КОРНЕЛЬСКОГО ПОТЕНЦИАЛА

Основу вычислений энергетической структуры связанных систем составляет процедура получения потенциала взаимодействия частиц.

Построение потенциала взаимодействия осуществляют, как правило, с помощью соответствующей амплитуды *T*<sub>fi</sub> упругого рассеяния [1]

$$\hat{V}_{\rm fi} = -(2\pi)^3 \,\delta \left(\mathbf{P}_f' - \mathbf{P}_i\right) T_{\rm fi} \,. \tag{1}$$

Наиболее общепринятой методикой нахождения  $T_{\rm fi}$  является расчет спинорных структур в терминах матриц Паули и импульсов, используя явный вид биспиноров [1–3]. Такое вычисление, как правило, делают приближенно, применяя разложение по скоростям v/c частиц системы. Далее рассчитывают потенциал  $V(\mathbf{r})$  в координатном пространстве, как фурье – преобразование вышеупомянутой амплитуды рассеяния  $T_{\rm fi}$ .

В задачах на связанные состояния широко используется корнельский потенциал. Независящая от спиновых переменных часть эффективного потенциала взаимодействия между кварками с конституэнтными массами  $m_a$  и  $m_o$  будет включать кулоновскую и запирающую части

$$\hat{V}_{SI}(r) = -\frac{4\alpha_s}{3r} + \sigma r + w, \qquad (2)$$

где  $\sigma$ , *w* – некие параметры,  $\alpha_s$  – константа сильной связи.

Такой потенциал позволяет удовлетворить требованию запирания кварков.

101

Цель данной работы – построить потенциал релятивистской кваркантикварковой системы в импульсном пространстве.

Описание связанных состояний проводится в рамках пуанкарековариантной модели, основанной на релятивистской гамильтоновой динамике (РГД). Основным требованием РГД является условие сохранение пуанкаре инвариантности как для систем без взаимодействия, так и для взаимодействующих частиц [4, 5].

В первом ненулевом порядке теории возмущений основной вклад в амплитуду упругого рассеяния *T*<sub>6</sub> кварка на антикварке

$$\mathbf{q}(k_1,\lambda_{k_1})+\overline{\mathbf{Q}}(k_2,\lambda_{k_2})\rightarrow \mathbf{q}(p_1,\lambda_{p_1})+\overline{\mathbf{Q}}(p_2,\lambda_{p_2}),$$

где импульсы частиц и спиновые индексы указаны в скобках, дает одноглюонный обмен, диаграмма Фейнмана, которого изображена на рисунке 1.



Рисунок 1 – Диаграмма одноглюонного обмена между кварком *q* и антикварком  $\overline{Q}$ 

Используя правила Фейнмана, находим, что пертурбативная часть межкваркового потенциала в системе центра инерции дается выражением:

$$V_{pert}(\mathbf{k},\mathbf{k}') = \frac{\pi N_{k,k'}}{(2\pi)^3} \frac{4\alpha_s}{3q^2} j^{\mu}_{\lambda_{p_1},\lambda_{k_1}}(p_1,k_1) D_{\mu\nu}(q) j^{\nu}_{\lambda_{p_2},\lambda_{k_2}}(p_2,k_2), \qquad (3)$$

$$j^{\mu}_{\lambda_{p_i},\lambda_{k_i}}(p_i,k_i) = \overline{u}_{\lambda_{p_i}}(p_i) \gamma^{\mu} u_{\lambda_{k_i}}(k_i) \quad (i=1,2).$$

$$(4)$$

Импульсы частиц в системе центра инерции имеют следующие компоненты  $k_1 = (\omega_{m_q}(k), \mathbf{k}), \quad p_1 = (\omega_{m_q}(k'), \mathbf{k}'), \quad k_2 = (\omega_{m_Q}(k), -\mathbf{k}), \quad p_2 = (\omega_{m_Q}(k'), -\mathbf{k}'),$ а q – импульс глюона в с.ц.и.:  $q = \{q_0, \mathbf{k} - \mathbf{k}'\},$  $N_{k,k'} = 1/\sqrt{\omega_{m_q}(k)\omega_{m_q}(k')\omega_{m_Q}(k)\omega_{m_Q}(k')}.$  Функция  $D_{\mu\nu}(q)$  связана с пропагатором глюона

$$D_{\mu\nu}(q) = \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_{\mu}q_{\nu}}{q^2}\right).$$

Уже на начальном этапе сталкиваемся с необходимостью модификации потенциала  $V_{pert}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ . Требование сохранения тока (см. [5]) приводит к тому, что

$$q_{\mu} j^{\mu}_{\lambda_{p_{1}},\lambda_{k_{1}}}(p_{1},k_{1}) = q_{\mu} j^{\mu}_{\lambda_{p_{2}},\lambda_{k_{2}}}(p_{2},k_{2}) = 0.$$
(5)

Но при этом, как следует из определения (4), выполняются соотношения

$$q_{1,\mu} j^{\mu}_{\lambda_{p_{1}},\lambda_{k_{1}}}(p_{1},k_{1}) = 0, \quad q_{2,\mu} j^{\mu}_{\lambda_{p_{2}},\lambda_{k_{2}}}(p_{2},k_{2}) = 0$$

$$q_{1} = \{\omega_{m_{1}}(k) - \omega_{m_{1}}(k'), \mathbf{k} - \mathbf{k'}\}, \quad q_{2} = \{\omega_{m_{2}}(k') - \omega_{m_{2}}(k), \mathbf{k} - \mathbf{k'}\},$$

а не требование (5).

Выполнить требование калибровочной инвариантности (5) можно с помощью модификации токов  $j^{\mu}_{\lambda_{p_{1,2}},\lambda_{k_{1,2}}}(p_{1,2},k_{1,2})$  посредством их переопределения (см., например, [6]):

$$j^{\mu}_{\lambda_{p_i},\lambda_{k_i}}(p_i,k_i) \rightarrow j^{\mu}_{\lambda_{p_i},\lambda_{k_i}}(i) = \left(g^{\mu}_{\nu} - \frac{q^{\mu}q_{\nu}}{q^2}\right) j^{\nu}_{\lambda_{p_i},\lambda_{k_i}}(p_i,k_i)$$

В итоге, потенциал одноглюонного обмена с учетом условия сохранения токов запишется в виде

$$V_{pert}(\mathbf{k},\mathbf{k}') = \frac{\pi N_{k,k'}}{(2\pi)^3} \frac{4\alpha_s}{3q^2} j^{\mu}_{\lambda_{p_1},\lambda_{k_1}}(1) D_{\mu\nu}(q) j^{\nu}_{\lambda_{p_2},\lambda_{k_2}}(2).$$
(14)

Вторая, запирающая часть потенциала, как показано в [3, 7], может быть представлена в виде:

$$V_{conf}(\mathbf{k},\mathbf{k}') = \frac{N_{k,k'}}{4(2\pi)^3} \Big[ K_v(q^2) \overline{u}_{\lambda_{p_1}}(p_1) \Gamma^{\mu} u_{\lambda_{k_1}}(k_1) \overline{v}_{k_2}(k_2) \Gamma_{\mu} v_{p_2}(p_2) + K_s(q^2) \overline{u}_{\lambda_{p_1}}(p_1) u_{\lambda_{k_1}}(k_1) \overline{v}_{k_2}(k_2) v_{p_2}(p_2) \Big],$$
  
где  $K_v(q^2) = -\frac{8\pi A_v}{\mathbf{q}^4} + \delta(\mathbf{k}' - \mathbf{k}) B_v(k), \ K_s(q^2) = -\frac{8\pi A_s}{\mathbf{q}^4} + \delta(\mathbf{k}' - \mathbf{k}) B_s(k).$ 

В дальнейшем построенный потенциал может быть использован для решения задач описания спектра связанных двухчастичных систем в импульсном пространстве и исследования релятивистских эффектов.

#### Литература

1.Lucha, W. Relativistic treatment of fermion antifermion bound states / W. Lucha, H. Rupprecht, F. F. Schoberl // Phys. Rev. – 1991. – Vol. D44. – P. 242–249.

2. Пилькун, Х. Физика релятивистских частиц / Х. Пилькун. – М.: Мир, 1983.– 542 с.

3.Galkin V. O., Mishurov A. Y., Faustov R. N. // Sov. J. Nucl. Phys. 1992. Vol. 55. P. 1207–1213.

4. Dirac, P. A. M. Forms of Relativistic Dynamics / P. A. M. Dirac // Rev.

of Modern Phys. - 1949. - Vol. 21. - P. 392-399.

5. Keister, B. D. Relativistic Hamiltonian dynamics in nuclear and particle physics / B. D. Keister, W. N. Polyzou // Adv. Nucl. Phys. – 1991. – Vol. 20. – P. 225–479.

6. Klink, W. H. Point Form Electrodynamics and the Construction of Current Operators / W. H. Klink // Few Body Syst. – 2003. – Vol. 33. – P. 99–110.

7. Andreev, V. V. The Nystrom method for solving state q-anti-q equations in momentum space with QCD-inspired potential / V. V. Andreev, A. A. Yuchko // Nonlinear Phenomena in Complex Systems.  $-2005. - Vol. 8 - N_{\odot} 4. - P. 351-358$ 

# **Д.Ю. Белоногий (УО «БелГУТ», Гомель)** Науч. рук. **О.В. Холодилов**, д.т.н., профессор

# МОДЕЛЬ АКУСТИЧЕСКОЙ ЭМИССИИ ПРИ ТРЕНИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

В настоящее время для диагностики состояния трибосопряжений разработано большое число методов [1]. Одним из наиболее эффективных является метод акустической эмиссии (АЭ), который основан на регистрации механических колебаний, возникающих в результате упругопластической деформации трущихся поверхностей [2, 3].

Как известно, фрикционное взаимодействие двух тел происходит не по всей площади контактирующих поверхностей, а в пределах т. н. «пятен касания» [2]. Из-за дискретности фрикционного контакта тел трение и изнашивание имеют статистическую природу.

Существуют различные подходы построению модели АЭ при трении [2, 3]. Один из них позволяет построить феноменологическую модель, основанную на применении кинетической концепции прочности твердых тел [4], согласно которой разрушение представляет собой термоактивированное зарождение и развитие трещины. Эта модель предполагает, что активность АЭ (число импульсов в единицу времени) определяется кинетикой разрушения [5].

В данной модели за основу берётся ячеистая излучающая структура, образующаяся при трении твердых тел в зоне контакта, определяемая физико-механическими и геометрическими, свойствами взаимодействующих поверхностей. Характерный размер ячейки определяется в соответствии с масштабом фрикционной связи.

При фрикционном взаимодействии все ячейки, в которых реализуются касательные напряжения, превышающие критическое напряжение разры-

ва, разрушаются механически с отделением частицы износа и являются источниками АЭ. Разрушение ячеек в результате термоактивированного зарождения и развития трещин вносит определенный вклад в сигнал АЭ.

Предположим, что контактная область состоит из N ячеек (связей), каждая из которых представляет собой некоторый объем материала и характеризуется критическим напряжением разрыва  $\sigma_{\rm kp}$ .

В статике ячейки совершают колебания относительно положения равновесия, однако кинетическая энергия этих колебаний при нормальных условиях не превышает энергию активации разрушения материала  $U_0$ , поэтому отрыва ячеек не происходит.

При трении под действием нагрузки энергетический барьер понижается и все ячейки, в которых касательные напряжения превышают критическое напряжение разрыва, разрушаются с отделением частицы износа

Разрушение каждой ячейки сопровождается излучением одного импульса АЭ, поэтому количество ячеек, разрушаемых в единицу времени, соответствует термоактивированной составляющей активности АЭ [5].

Зависимость долговечности ячейки от действующего на неё касательного напряжения о описывается известной формулой С. Н. Журкова:

$$\tau_{\mathbf{n}} = \tau_{\mathbf{0}} \exp\left(\frac{U_0 - \gamma\sigma}{kT}\right) \tag{2}$$

где  $\tau_0$  – постоянная, имеет порядок  $10^{-12}$ – $10^{-13}$  с;  $U_0$  – энергия активации процесса разрушения;  $\gamma$  – структурно-чувствительный коэффициент; k – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура.

Если  $t_{p} \leq \frac{d}{v}$ , где d – диаметр пятна контакта, а v – скорость скольжения, то  $t_{p}$  можно отождествить со временем жизни фрикционной связи.

Пусть в начальный момент времени на образец действует нагрузка P, тогда количество ячеек с прочностью  $\sigma > P$  определяется выражением

$$N_{\mathbf{0}} = N_{\mathbf{0}}(\sigma, P) = \int_{\sigma_0}^{\sigma_{\max}} N(\sigma, 0) \, d\sigma, \tag{3}$$

где  $\sigma_0$ ,  $\sigma_{max}$  – соответственно, минимальная и максимальная прочности материала ячеек, превышающие действующую нагрузку,.

Изменение числа ячеек за счет термоактивированного разрушения можно оценить из дифференциального уравнения

$$dN_{\bullet}(\sigma, P) = -N_{0}(\sigma, P)W(\sigma, P)dt,$$
<sup>(4)</sup>

где  $W(\sigma, P)$  – вероятность разрыва ячейки прочностью  $\sigma$  в единицу времени;  $N_0(\sigma, P)$  – количество  $\sigma$ -ячеек при нагрузке P и скорости скольжения v.

Решая это уравнение, получим

$$N_{\mathbf{o}}(\sigma, P) = C \exp\left(-\int_{0}^{d/v} W(\sigma, P) dt\right),\tag{5}$$

где С – постоянная, определяемая из начальных условий.

Изменение числа σ-ячеек (фрикционных связей) за счет терморактивированного разрушения описывается дифференциальным уравнением

$$dN_1(\sigma, P) = -N_1(\sigma, P)W(\sigma, P)dt,$$
(6)

где  $N_1(\sigma, P)$  – количество  $\sigma$ -ячеек, оставшихся целыми при увеличении нагрузки на dP. Решая это уравнение и находя постоянную интегрирования из условия, что при нагрузке P число  $\sigma$ -ячеек равно  $N_0(\sigma, P)$  получаем

$$N_{\mathbf{1}}(\sigma, P) = N_{0} \exp\left(-\int_{0}^{d/v} W(\sigma, P) dt\right),\tag{7}$$

Количество σ-ячеек, разрушающихся за время жизни фрикционной связи, составляет

$$N_T(\sigma, P) = N_0(\sigma, P) - N_1(\sigma, P) = N_0(\sigma, P) \left[ 1 - \int_0^{d/v} W(\sigma, P) dt \right].$$
(8)

Дифференцируя  $N_T(\sigma, P)$  по времени, получим число  $\sigma$ -ячеек, термоактивированно разрушаемых в единицу времени  $N_T(\sigma, P)$ , т. е. активность акустической эмиссии.

#### Литература

1. Мышкин, Н. К. Диагностика изнашивания трибосопряжений / Н. К. Мышкин, Холодилов О. В., Лозовский В. Н. // Энциклопедия в 40 т.: т. IV-1. Детали машин. Конструкционная прочность. Трение, износ, смазка. М. : Машиностроение (1995), 253–258

2. Акустические и электрические методы в триботехнике / А. И. Свириденок [и др.]; под ред. В. А. Белого. – Мн. : Наука и техника. – 1987. – 280 с.

3.Баранов, В. М. Акустическая эмиссия при трении / В. М. Баранов [и др.]. – М.: Энергоатомиздат. – 1998. – 256 с.

4. Регель, В. Р. Кинетическая природа прочности твердых тел / В. Р. Регель, А. И. Слуцкер, Э. Е. Томашевский. – М. : Наука, 1974. – 560 с.

5.Вайнберг, В. Е. Применение кинетической концепции разрушения для расчета интенсивности акустической эмиссии / В. Е. Вайнберг, А. Ш. Кантор, Р. Г. Лупашку // Дефектоскопия. – 1976. – № 3. – С. 89–96.

# К.А. Богданчук, И.В. Янович, Е.В. Длусская, А.П. Автушко (БНТУ, Минск) Науч. рук. Д.А. Степаненко, к.т.н.

# МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ МЕДИЦИНСКИХ ВОЛНОВОДОВ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В данной работе рассматривается проблема моделирования колебаний ультразвуковых волноводов, применяемых в минимальноинвазивной хирургии, в частности, для разрушения тромбов в кровеносных сосудах (ультразвукового тромболизиса).

В настоящее время широкое распространение получили методики моделирования ультразвуковых колебательных систем (УЗКС), осноприменении метода конечных элементов (МКЭ). ванные на Существуют как универсальные программы для расчетов с помощью специализированные программы, МКЭ. так разработанные И специально для расчетов УЗКС. В данной работе был использован универсальный пакет программ ANSYS.

Схема конструкции волновода, являющегося объектом исследования, приведена на рисунке 1.



1, 2 - ступени волновода, 3 - переходный участок

Рисунок 1 – Схема конструкции волновода

Волновод состоит из двух участков цилиндрической формы 1 и 2 (ступеней), связанных между собой переходным участком 3 с плавно изменяющимся диаметром. Отношение диаметров  $D_1$  и  $D_2$  определяет коэффициент усиления колебаний по амплитуде при их передаче через волновод, а длины  $L_1$  и  $L_2$  определяют резонансные частоты волновода. При расчете были приняты следующие значения:  $D_1 = 2$  мм,  $D_2 = 0.9$  мм,  $L_1 = 53.8$  мм,  $L_2 = 44.9$  мм,  $\Delta L = 6$  мм. Значения  $D_1$ ,  $D_2$  и  $\Delta L$  определяются конструктивными соображениями, а значения  $L_1$  и

 $L_2$  взяты из работы [1], где выполнен расчет геометрических параметров волновода, обеспечивающих резонанс его продольных колебаний на частоте 25 кГц.

При моделировании волновода с помощью ANSYS в первую очередь механические свойства материала: модуль упругости задаем  $E = 187.3 \Gamma \Pi a$ , коэффициент Пуассона v = 0.28, плотность  $\rho = 7800 \text{ кг} / \text{м}^3$ . Затем задаем тип конечных элементов: 10-узловые тетраэдрические элементы типа SOLID 92. При построении геометрической модели вначале строится область, соответствующая половине продольного сечения волновода, а затем путем вращения вокруг оси симметрии создается трехмерная модель. Образующая переходного участка моделировалась при помощи сплайна, проходящего через набор ключевых точек, координаты которых определялись из таблицы диаметров переходного участка при изменении осевой координаты с шагом 1 мм [1]. В ряде случаев при моделировании с помощью МКЭ может быть полезным учет симметрии. Например, в рассматриваемой задаче волновод имеет осесимметричную форму и нам необходимо определить только собственные частоты и формы продольных колебаний – поэтому можно рассмотреть четверть модели (полученную поворотом сечения на угол 90°) с симметричными граничными условиями. Наложение таких граничных условий позволяет исключить рассмотрение изгибных колебаний.

Определение собственных частот и форм колебаний выполнялось путем модального анализа. Расчетное значение резонансной частоты для первой (полуволновой) моды продольных колебаний составило 25021 Гц, то есть отличается от значения 25 кГц не более чем на 0.1 %. По результатам расчета также строились графики зависимости продольных  $u_x$  и радиальных  $u_y$  смещений волновода от осевой координаты x. Для этого вводились два пути (линии, в узлах которых определялись значения указанных переменных): первый соответствовал оси симметрии волновода и использовался для определения значений  $u_x$ , а второй соответствовал образующей волновода, лежащей в плоскости xOy, и использовался для определения соответствующие узлам значения переменных импортировались в программу MathCad для последующей обработки. Значения продольных  $\varepsilon_x$  и радиальных  $\varepsilon_r$  деформаций волновода определялись по формулам

$$\varepsilon_x = \frac{\mathrm{d}u_x}{\mathrm{d}x}, \ \varepsilon_r = \frac{u_y}{r},$$

где *r* – радиус волновода.

На рисунке 2 приведены расчетные графики зависимости переменных  $u_x$ ,  $u_y$ ,  $\varepsilon_x$ , и  $\varepsilon_r$  от координаты x.


а) продольное смещение; б) радиальное смещение;в) продольная и радиальная деформации

Рисунок 2 – Графики зависимости деформаций и смещений волновода от осевой координаты

Из рисунка 2в видно, что график продольной деформации после умножения на коэффициент Пуассона (представлен в виде сплошной линии) совпадает с графиком радиальной деформации (представлен в виде точек). Расчет радиальной деформации может представлять интерес для оценки возможности экспериментального определения деформаций волновода с помощью тензорезистивных преобразователей, формируемых путем бифилярной намотки проволоки на волновод.

### Литература

1. Stepanenko, D. A. Modeling of flexible waveguides for ultrasonic vibrations transmission: Longitudinal and flexural vibrations of non-deformed waveguide / D. A. Stepanenko, V. T. Minchenya // Ultrasonics. – 2010. – Vol. 50. – Pp. 424–430.

# В.В. Венгер (УО «ГГТУ им. П.О. Сухого», Гомель) Науч. рук. В.Б. Попов, к.т.н., доцент

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА СЖАТИЯ РАСТИТЕЛЬНОГО МАТЕРИАЛА

С целью улучшения транспортабельности, снижения стоимости перевозок и хранения, а также лучшей сохранности питательных веществ и витаминов корма уплотняют или прессуют.

В процессе взаимодействия рабочих органов с растительным материалом (PM) можно выделить следующие этапы его сжатия:

– плотность сжимаемого материала возрастает от начальной  $\gamma_0$  до максимальной  $\gamma_{max}$ , и увеличивается сопротивление сжатию (непосредственно сжатие);

 выдержка материала под давлением; при постоянной плотности происходит релаксация напряжений, т.е. давление со стороны сжатого материала на рабочий орган уменьшается;

– освобождение материала от нагрузки; плотность сжимаемого материала уменьшается от  $\gamma_{max}$  до конечной  $\gamma_{\kappa}$ ,что сопровождается снижением до нуля давления на рабочий орган.

Рассмотрим закономерности сжатия на каждом из этапов.

Предлагаемые многими исследователями эмпирические зависимости давления p от плотности  $\gamma$  сжимаемого материала [1] сводятся либо к параболическим вида  $p = a\gamma^b$ либо к экспоненциальным вида  $p = ae^{b\gamma}$ , где a и b – эмпирические коэффициенты, зависящие от свойств деформируемого материала. Процессы, подчиняющиеся экспоненциальному закону, встречаются в природе технике особенно часто в тех случаях, когда интенсивность изменения какой-либо величины пропорциональна самой этой величине. Для нашего случая это может быть записано следующим образом:

$$\frac{dp}{d\gamma} = ap + b$$

Проинтегрируем эту зависимость в пределах изменения давления при деформации материала от 0 до p при изменении плотности от  $\gamma_0$  до y. После преобразования получим:

 $p = k[e^{a(\gamma - \gamma_0)} - 1]$ (1)

Для качественного анализа процесса сжатия можно прибегнуть к наглядным аналогиям из области механических систем. Так как в нашем случае проявляются упругие свойства как скелета в целом, так и собственно материала, то упругопластические свойства позволяют в первом приближении представить РМ в виде модели (рисунок 1.), в которой пружины с податливостью E<sub>1</sub> и E<sub>2</sub> служат эквивалентом упругих свойств, а катаракт (наполненный вязкой жидкостью цилиндр, в котором перемещается поршень с отверстиями), включённый последовательно с одной из пружин – эквивалентом пластических свойств.



Рисунок 1 – Схема механической модели растительного материала

Составим уравнения перемещения точки О и определим  $p_1$  и  $p_2$ :

$$p_{1} = \frac{V_{0}}{E_{1}} \cdot t \tag{2}$$

$$p_{2} = \frac{V_{0}}{\alpha} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\alpha}{E_{2}} \cdot t}\right)$$
(5)

На основании уравнений 2 и 5 получаем:

$$p = \frac{V_0}{E_1} \cdot t + \frac{V_0}{\alpha} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\alpha}{E_2} \cdot t}\right)$$
(6)

проанализируем уравнение (6) при условии, что  $x_{max} = const$  и что модель деформирована на величину  $x_{max}$  и выдерживается под давлением в течение определенного промежутка времени. Тогда выражения перепишутся следующим образом:

$$x_{\max} = p_{1\max} \cdot E_1$$

$$x_{\max} = p_2 \cdot E_2 + \int_0^t \alpha \cdot p_2 dt$$
(7)

Дифференцирование левой и правой частей второго уравнения системы (7) по времени дает:

$$p_2 \cdot E_2 + \alpha \cdot p_2 = 0$$

Решением этого уравнения является

$$p_{2} = p_{2\max} \cdot e^{-\frac{\alpha \cdot t}{E_{2}}}$$

Тогда

$$p = \frac{x_{\max}}{E_1} + p_2 \cdot e^{-\frac{\alpha}{E_2} \cdot t}$$
(8)

Анализ уравнения (8) показывает, что при увеличении выдержки модели под давлением напряжения в ней уменьшаются, стремясь к постоянной величине:

$$p_2 = \frac{x_{\max}}{E_1}$$

Происходит релаксация напряжений: процесс изменения их во времени как результат нарастания пластической деформации. Характер изменения напряжений в модели с увеличением выдержки её при постоянной деформации графически показан на рисунке 2.



Рисунок 2 – Зависимость напряжении *р* в модели от времени *t* выдержки при постоянной деформации

После сжатия до максимальной плотности  $\gamma_{max}$  материал обладающий упругими свойствами, расширяется, и плотность его достигает конечной  $\gamma_{\kappa}$ . В этот период на рабочий орган действует давление, изменяющееся от максимального при  $\gamma_{max}$  до нуля при  $\gamma_{\kappa}$ .Введем следующие критерии изменения плотности при сжатии:

$$\lambda = \frac{\gamma_{\text{max}}}{\gamma_0} - \kappa 0 \Rightarrow \phi \phi$$
ициент сжатия;  
$$\lambda_1 = \frac{\gamma_{\text{max}}}{\gamma_k} - \kappa 0 \Rightarrow \phi \phi$$
ициент восстановления.

Зависимость между коэффициентами может быть выражена следующим образом:

$$\lambda_{_{1}}=rac{\lambda}{lpha+eta},$$

После преобразований получим:

$$\gamma_k = \alpha_0 \gamma_0 + \beta_0 \gamma_{\max} + \alpha_t t (\gamma_{\max} - \gamma_0)$$
(9)

Установлены следующие зависимости: давления, необходимого для сжатия материала, от начальной и максимальной плотности; конечной плотности материала от его начальной максимальной плотности, а также от времени выдержки материала под давлением; релаксации напряжения от максимального давления; изменения давления со стороны сжимаемого материала на рабочий орган в период восстановления материала. На рисунке 3 приведена диаграмма полного цикла сжатия растительных материалов.



1 - сжатие; 2 - релаксация; 3 - восстановление

Рисунок 3 – Диаграмма полного цикла сжатия растительных материалов

Выводы: Процесс сжатия РМ состоит из этапов: непосредственное сжатие, релаксация напряжений, восстановление. Найденные зависимости на каждом этапе позволяют определить нагрузки на рабочие органы различных машин, предназначенных для сжатия растительных материалов и служат исходными данными для технологических, энергетических и прочих расчетов различных рабочих органов пресс-подборщиков, брикетировщиков, плющилок и других машин, деформирующих растительные материалы.

#### Литература

1.Кормоуборочные машины: Теория, конструкция, расчет И. А. Долгов ; Дон. гос. техн. ун-т, Ростов н/Д ДГТУ 1996.

# С.П. Воронович (БГУ, Минск)

Науч. рук. К.Г. Батраков, к.ф.-м.н.

# РАСПРОСТРАНЕНИЕ И НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПЛАЗМОНОВ В ГРАФЕНЕ

Открытие графена Новоселовым взбудоражило физическое сообщество и увеличило количество работ, связанных с исследованием свойств однослойного и многослойного графена. Графен обладает рядом интересных свойств. Электронные состояния в графене вблизи уровня Ферми могут быть описаны с помощью двумерного безмассового уравнения Дирака, что придает электронам ряд релятивистских свойств, несмотря на то, что скорость их распространения в 300 раз меньше скорости света, и приводит к необычным спектроскопическим, транспортным и термодинамическим свойствам, которые существенно отличаются от свойств ферми-жидкости Ландау. Этот факт способствует формированию аналогий между физикой графена и квантовой электродинамикой, а также открывает новые перспективы для электроники, базирующейся на углеродных структурах.

На сегодняшний день налажено производство листов графена размером по диагонали около одного сантиметра, разрабатываются и близки к реализации технологии производства графеновых листов с размером по диагонали до 70 см. Одним из самых важных и интересных аспектов применения нанотрубок и графена является поведение плазмонов и плазмонов-поляритонов, а также их распространение в углеродных структурах. Хорошо известно, что нанотрубки и графен могут проводить электронные пучки с очень большой плотностью тока – до 10<sup>9</sup> А/см<sup>2</sup>. Кроме того, в ряде экспериментов была продемонстрирована баллистическая проводимость электронов в нанотрубках на макроскопических расстояниях (до 10 мкм). Эти два последних свойства приводят к идее черенковской генерации излучения электронным пучком в нанотрубках и графене. Было предложено использовать эти свойства для одночастичного спонтанного черенковского излучения (в случае малой плотности) и коллективного вынужденного излучения (в случае высокой плотности электронного пучка). В данной работе рассматривается динамика плазмонов в графене.

Динамика плазмона в двухслойном графене описывается уравнением Пуассона [1]:

$$\Delta \Phi(\vec{r},t) = -4\pi \rho(\vec{r},t). \tag{1}$$

где  $\Phi(\vec{r},t)$  – скалярный потенциал, а  $\rho(\vec{r},t)$  – плотность электрического заряда.

Уравнение (1) следует дополнить уравнением, описывающим плотность электрического заряда:  $\rho(\vec{r},t) = e \langle 0 | \psi^+(\vec{r},t) \psi(\vec{r},t) | 0 \rangle$ .

Здесь  $\psi(\vec{r},t)$  есть волновая функция электрона в представлении вторичного квантования. Эта функция выражается через оператор уничтожения:  $\psi(\vec{r},t) = \sum \psi_{ks}(\vec{r})b_{ks}(t)$ , где  $\psi_{ks}$  – волновая функция Блоха в графене,  $b_{ks}$  – оператор уничтожения для соответствующего состояния,  $|0\rangle$  – основное состояние электронной подсистемы. Динамика плотности заряда полностью описывается динамикой операторов рождения и уничтожения, которая выражается гамильтонианом:

$$H = \sum E_{ks} b_{ks}^{+} b_{ks} + e \int \Phi(\vec{r}, t) \psi^{+}(\vec{r}, t) \psi(\vec{r}, t) d^{2}r.$$
(2)

Здесь *Е*<sub>*ks*</sub> - энергия соответствующего состояния.

Записывая уравнения Гейзенберга для (2), делая подстановку  $b_{ks}(t) = b_{ks}(t) \exp\{-iE_{ks}t\}$ , раскладывая  $b_{ks} = b_{ks}^{(0)} + \delta b_{ks}$  и выполняя преобразование Фурье, получаем:

$$\delta b_{ks}(\omega) = \frac{e}{\omega} \sum_{k_1 s} b_{k_1 s_1}^{(0)} \langle ks | \Phi(r, \omega + E_{ks} - E_{k_1 s_1}) | k_1 s_1 \rangle,$$

$$\delta b_{ks}^+(\omega) = -\frac{e}{\omega} \sum_{k_1 s} b_{k_1 s_1}^{(0)+} \langle k_1 s_1 | \Phi(r, \omega - E_{ks} + E_{k_1 s_1}) | ks \rangle.$$
(3)

В результате уравнение Пуассона (1) примет вид:

$$\Delta \Phi(\vec{r},t) = -4\pi e^{2} \sum_{l,2} \psi_{k_{2}s_{2}}^{*}(\vec{r}) \psi_{k_{1}s_{1}}(\vec{r}) \frac{\langle k_{1}s_{1} | \Phi(r,\omega) | k_{2}s_{2} \rangle}{\omega + E_{k_{2}s_{2}} - E_{k_{1}s_{1}}} \times$$

$$\langle 0 | b_{k_{2}s_{2}}^{(0)+} b_{k_{2}s_{2}}^{(0)+} - b_{k_{1}s_{1}}^{(0)+} b_{k_{1}s_{1}}^{(0)} | 0 \rangle.$$

$$(4)$$

Используя (4), можно получить дисперсионные уравнения, описывающие плазмоны в графене с произвольным количеством слоев. Для этого необходимо знание волновых функций  $\psi_{ks}(\bar{r})$  для каждого конкретного случая. Расчет этих волновых функций для графена проводился методом сильной связи с использованием констант, описывающих вероятности перескока электронов между ближайшими соседями как в плоскости, так и между плоскостями графена (туннелирование). Метод и численное значение констант описаны в [2]. В результате для однослойного графена получается следующее дисперсионное уравнение:

$$\frac{4\pi^2 e^2}{\hbar \upsilon_F} k k_F \upsilon_F^2 \frac{\omega - \left(\omega^2 - \upsilon_F^2 k^2\right)^{1/2}}{\upsilon_F^2 k^2 \left(\omega^2 - \upsilon_F^2 k^2\right)^{1/2}} = 1.$$
(5)

Здесь  $v_F$  – скорость дираковских электронов в графене,  $k_F$  – импульс, соответствующий уровню Ферми в легированном графене.

Для бислоя графена дисперсионное уравнение примет вид:

$$\left(1 - \frac{2\pi e^2}{k} \Pi_1\right) \left(1 - \frac{2\pi e^2}{k} \Pi_2\right) - \left(\frac{2\pi e^2}{k}\right)^2 \Pi_1 \Pi_2 \exp\{-2kd\} = 0.$$
(6)

Здесь  $\Pi_i$  – неприводимая поляризуемость, которая может быть представлена в форме  $\Pi_i = \Gamma_i / \omega^2$ , где  $\Gamma_i$  зависит от k и не зависит от  $\omega$ .

Решение (6) относительно частоты имеет простой вид:

$$\omega_{1,2}^{2} = \frac{\Gamma_{1} + \Gamma_{2}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\Gamma_{1} + \Gamma_{2}}{2}\right)^{2} - \Gamma_{1}\Gamma_{2}(1 - \exp\{-2kd\})}.$$
(7)

Дисперсионное уравнение (7) применимо для анализа волны, распространяющейся в двухслойном графене не только в основном состоянии, но и в возбужденных состояниях. Применив соответствующие упрощения, получим:

$$1 - \frac{e^2 v_F k_F k}{\hbar \omega^2} (1 - \exp\{-kd\}) - \frac{2\pi e^2 (1 - \exp\{-kd\}) n_{k0} k_i (1/m_{eff})_{ij} k_j / k}{(\omega - v_{gr} k)^2 - \hbar^2 \left[k_i (1/2m_{eff})_{ij} k_j\right]^2} = 0$$
(8)

Уравнение (8) имеет решение для частоты с мнимой частью разных знаков. Знак «+» отвечает за пучковую нестабильность (если используется временная зависимость  $\exp\{-i\omega t\}$ ) и генерацию излучения.

Рисунки 1 и 2 демонстрируют рассчитанные зависимости фазовой скорости ( $v_{\Phi} = \omega/k$ ) и инкремента от волнового числа для двухслойного графена.



Рисунок 1 – График зависимости фазовой скорости электромагнитной волны  $v_{\Phi_{.}}$  (см/с) от волнового числа k (см<sup>-1</sup>) для двухслойного графена



Рисунок 2 – График инкремента неустойчивости (см<sup>-1</sup>) от волнового числа *k* (см<sup>-1</sup>) для двухслойного графена.

### Литература

1. Ландау, Л. Д. Теория поля / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М.: Наука, 1988. – Т. 2. – 512 с.

2.B. Partoens, F. M. Peeters, Phys. Rev. B 74, 075404 (2006).

# В.Ю. Гавриш (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель) Науч. рук. В.В. Андреев, к.ф.-м.н., доцент

# МАТРИЧНЫЙ ЭЛЕМЕНТ РАСПАДА $\pi^0 \rightarrow e^- e^+$ В ПУНКАРЕ-ИНВАРИАНТНОЙ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ

**Введение.** В настоящее время Стандартная Модель описывает подавляющее процессов в физике элементарных частиц. Однако теоретические расчеты для некоторых процессов имеют значительные расхождения с экспериментальными данными. Поэтому изучение таких процессов, к которым относится данный распад, представляют особый интерес для "проверки" Стандартной Модели [1].

### Матричный элемент распада $\pi^0 \rightarrow e^- e^+$

В данной статье будем рассматривать мезон  $\pi^0(q\bar{q})$  как релятивистскую связную систему кварка q и антикварка  $\bar{q}$  в рамках пуанкареинвариантной квантовой механики или РГД [2, 3]. Тогда процесс редкого распада  $\pi^0 \rightarrow e^- e^+$  обусловлен взаимодействием кварков, входящих в  $\pi^0$ - мезон. Рассмотрим, каким образом матричный элемент этого распада

$$M(\pi^{0} \to e^{-}e^{+}) = \langle e^{-}e^{+} | S - 1 | \pi^{0} \rangle$$
(1)

связан с матричными элементами процесса аннигиляции кварков в электрон-позитронную пару.

Обозначим вектор состояния связанной двухчастичной системы с импульсом  $\vec{P}$ , массой  $M_p$ , спином J и его проекцией  $\mu$  как

$$|\vec{P}, J, \mu, M_P >. \tag{2}$$

В пуанкаре-инвариантной квантовой механике вектор состояния (2) связан с вектором состояния двух спинорных частиц  $|\vec{p}_1, \lambda_1, \vec{p}_2, \lambda_2 \rangle$ , входящих в систему соотношением [2]:

$$|\vec{P}, J, \mu, M\rangle = \sum_{\lambda_{i}\lambda_{2}} \sum_{\nu_{i}\nu_{2}} \int d\vec{k} \sqrt{\frac{\omega_{m_{i}}(p_{1})\omega_{m_{2}}(p_{2})M_{0}}{\omega_{m_{i}}(k)\omega_{m_{2}}(k)\omega_{M_{0}}(\vec{P})}} \times Y_{l,m}(\theta_{k}, \varphi_{k}) < s_{1}\nu_{1}, s_{2}\nu_{2} \mid S\lambda > < lm, s\lambda \mid J\mu > \times \times \Phi_{ls}^{J_{\mu}}(k)D_{\lambda_{i}\nu_{1}}^{1/2}(\vec{n}_{W_{1}})D_{\lambda_{2}\nu_{2}}^{1/2}(\vec{n}_{W_{2}}) \mid p_{1}, \lambda_{1}, p_{2}, \lambda_{2} >,$$
(3)

где  $\Phi_{ls}^{J_{\mu}}(k)$  - волновая функция частицы, которая нормирована условием

$$\sum_{l,S} \int d\vec{k} \, |\Phi_{lS}^{J_{\mu}}(k)|^2 = 1.$$
(4)

В соотношении (3):  $\langle s_1v_1, s_2v_2 | S\lambda \rangle$  – коэффициент Клебша-Гордана группы SU(2);  $D_{\lambda\nu}^{1/2}(\vec{n}_W)$ - матрица вигнеровского вращения (см., например, [4]);  $Y_{l,m}(\theta_k, \varphi_k)$  – сферическая функция, зависящая от углов относительно-го импульса  $\vec{k}$ , который задается выражением:

$$\vec{k} = \frac{1}{2}(\vec{p}_1 - \vec{p}_2) + \frac{\vec{P}}{M_0} \left( \frac{m_2^2 - m_1^2 - M_0 \left[ \omega_{m_2}(\vec{p}_2) - \omega_{m_1}(\vec{p}_1) \right]}{\omega_{M_0}(\vec{P}) + M_0} \right).$$
(5)

Для псевдоскалярного мезона J = l = S = 0 и поэтому выражение (5) в системе покоя ( $\vec{P} = 0$ ) существенно упростится

$$|\pi^{0}\rangle = \vec{P} = 0, M_{p} \rangle = \sum_{\lambda} \sqrt{\frac{1}{8\pi}} \int d\vec{k} \Phi(k) |\vec{k}, -\lambda, -\vec{k}, \lambda\rangle.$$
(6)

Поскольку для  $\pi^{0}$ - мезона вектор состояния является суперпозицией вида

$$|\pi^{0}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|u\bar{u}\rangle - |d\bar{d}\rangle)$$
 (7)

матричный элемент (1) с учетом (6) запишется в виде

$$M(\pi^{0} \to e^{-}e^{+}) = \sum_{\lambda} \sqrt{\frac{1}{16\pi}} \int d\vec{k} \left[ \Phi_{u\bar{u}}(k) M_{\lambda}^{(1)}(u\bar{u} \to e^{-}e^{+}) - \Phi_{d\bar{d}}(k) M_{\lambda}^{(2)}(d\bar{d} - e^{-}e^{+}) \right]$$
(8)

Для процесса  $\pi^0 \rightarrow e^- e^+$ , вследствие сохранения углового момента, вносят вклад диаграммы Фейнмана вида, которые отображены на рисунке 1:



Рисунок 1 – Диаграммы Фейнмана процесса  $\pi^0 \rightarrow e^- e^+$ 

Используя правила Фейнмана, запишем матричные элементы, соответствующие данным диаграммам процесса  $u\bar{u} \rightarrow e^-e^+$ :

$$M_{\lambda}^{(1)}(u\bar{u} \to e^{-}e^{+}) = e_{u}^{2}e^{2}\int \frac{d^{4}q}{(2\pi)^{4}}I_{1}(q)\overline{\nu}_{\lambda}(p_{2},m_{u})\gamma^{\rho}(q+m_{u})\gamma^{\mu}u_{\lambda}(p_{1},m_{u})\times$$
(9)

$$\times \overline{u}_{\lambda}(k_{1},m_{e})\gamma^{\mu}(\hat{p}_{2}+(\hat{q}-k_{2})+m_{e})\gamma^{\rho}\upsilon_{-\lambda}(k_{2},m_{e}),$$

$$M_{\lambda}^{(2)}(u\overline{u}\to e^{-}e^{+}) = e_{u}^{2}e^{2}\int \frac{d^{4}q}{(2\pi)^{4}}I_{2}(q)\overline{\upsilon}_{-\lambda}(p_{2},m_{u})\gamma^{\rho}(q+m_{u})\gamma^{\mu}u_{\lambda}(p_{1},m_{u})\times$$
(10)

$$\times \overline{u}_{\lambda}(k_1, m_e) \gamma^{\rho}(\hat{k}_1 - (\hat{p}_2 + \hat{q}) + m_e) \gamma^{\mu} \upsilon_{-\lambda}(k_2, m_e),$$

где функции  $I_1(q)$  и  $I_2(q)$  задаются выражениями:

$$I_1(q) = \frac{1}{(q^2 - m_u^2)(p_2 + q)^2((p_2 + q - k_2)^2 - m_e^2)((p_2 + q) - (k_1 + k_2))^2},$$
(11)

$$I_{2}(q) = \frac{1}{(q^{2} - m_{u}^{2})(p_{2} + q)^{2}((p_{2} + q - k_{1})^{2} - m_{e}^{2})((p_{2} + q) - (k_{1} + k_{2}))^{2}},$$
(12)

с

$$p_1 = (\sqrt{\vec{k}^2} + m_u^2, \vec{k}), p_2 = (\sqrt{\vec{k}^2} + m_u^2, -\vec{k})$$
(13)

Матричные элементы для реакции  $d\bar{d} \rightarrow e^-e^+$  аналогичны соотношениям (11) и (12). Таким образом, в рамках пуанкаре-инвариантной квантовой механики задача расчета матричного элемента процесса  $\pi^0 \rightarrow e^-e^+$  сводится к вычислению выражения (8).

#### Литература

1. Dorokhov, A. Rare decay  $\pi^0 \rightarrow e^+e^-$  as a Test of Standard Model / A. Dorokhov // Phys.Part.Nucl.Lett. – 2010. – Vol. 7. – P. 229–234.

2. Keister, B. D. Relativistic Hamiltonian dynamics in nuclear and particle physics / B. D. Keister, W. N. Polyzou // Adv. Nucl. Phys. – 1991. – Vol. 20. – P. 225–479.

3. Крутов, А. Ф. Мгновенная форма пуанкаре-инвариантной квантовой механики и описание структуры составных систем / А. Ф. Крутов, В. Е. Троицкий // ЭЧАЯ. – 2009. – Т. 40, 2. – С. 268–318.

4.4.Андреев, В. В. Пуанкаре-ковариантные модели двухчастичных систем с квантовополевыми потенциалами / В. В. Андреев. – Гомель: УО "Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины", 2008. – 294 с.

# П.Н. Гоман<sup>1</sup>, А.В. Станчик<sup>2</sup>, Ю.С. Кедич<sup>2</sup> (<sup>1</sup>ГУО «КИИ» МЧС Республики Беларусь, Минск; <sup>2</sup>УО «БГПУ им. М. Танка», Минск) Науч. рук. В.Р. Соболь, д.ф.-м.н., профессор

# АППРОКСИМАЦИЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ НА ВОСПЛАМЕНЯЕМОСТЬ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИЕЙ

Испытание материалов на устойчивость к термическим нагрузкам производят в лабораторных условиях, применяя метод, так называемого заданного теплового потока, который позволяет моделировать воздействие энергии требуемого диапазона интенсивности на образцы конструкционных, строительных, растительных и иных материалов. При этом проведение измерений должно отвечать установленным нормам и предписываемым регламентирующими положениям, документами. В частности, для оценки способности материалов к воспламенению, в том числе и в условиях пожара достаточно широко используется установка на воспламеняемость [1]. Указанная установка включает блок управления, передвижную платформу для расположения и перемещения в зону разогрева образцов материала, стационарную и подвижную горелку, а также радиационную панель в виде усеченного конуса, обеспечивающую заданный уровень плотности теплового потока. При этом воздействие лучистой энергии заданной плотности приходится на область с диаметром 15 см (рисунок 1).



Рисунок 1 – Принципиальная схема установки по изучению термической стойкости материалов, размеры указаны в см

Следует отметить, что представленная конфигурация излучателя не является идеальной с точки зрения создания интенсивного потока энергии с высокой однородностью в значительной области рабочей зоны.

В работе исследовано пространственное распределение экспонируемой на плоский образец интенсивности лучистого потока при характерных уровнях рассеиваемой мощности в электрическом нагревателе. Результаты эксперимента сопоставлены с данными расчета для излучателя в приближении сферической поверхности, выявлены условия адекватности представления падающего потока аналитическим выражениям полусферического излучателя.

В ходе измерений выявлялось пространственное распределение температуры по верхней грани асбестоцементного листа толщиной 1 см, который обычно используется в качестве подложки при проведении испытаний. Чувствительные элементы термопарного измерителя-регулятора типа «Сосна-003» с преобразователем из кабеля КТМС-ХА были позиционированы в различных точках асбестоцементного листа вдоль его радиуса. По результатам считывания был выявлен характер распределения температуры поверхности листа. При известной плотности потока излучения распределение температурного поля было преобразовано в характер пространственной зависимости падающего потока энергии (рисунок 2).



Рисунок 2 – Распределение плотности потока лучистой энергии (q) по данным эксперимента для q, кВт/м<sup>2</sup>: 10 (1), 20 (2), 30 (3) и расчета (1) в приближении сферического источника для R, м: 0,08 (4), 0,16 (5), 0,24 (6) при энергетической яркости B = 1100 Вт/м<sup>2</sup>

Установлено, что форма усеченного конуса излучающей поверхности приводит к ослаблению потока в периферийной части рабочей зоны. Существенное уменьшение интенсивности наблюдается при удалении от центра к кромке образца на расстояние более 4 см. В частности, плотность потока энергии в 10 кВт/м<sup>2</sup> формирует температуру на верхней грани образца в его центральной зоне около 530 К. Трехкратное увеличение плотности лучистого потока приводит к возрастанию температуры примерно в 1,4 раза. При воздействии потока в 20 кВт/м<sup>2</sup> температура в центре и на краю образца отличается в 1,2 раза.

Результаты эксперимента сопоставлены с расчетом возможного распределения энергетической освещенности от полусферической излучающей поверхности, радиус которой кратен радиусу сферы вписанной в усеченный конус, с использованием выражения (1), представленного в [2]

$$E = B \frac{2\pi R^4}{\left(R^2 + x^2\right)^2} \left[ \frac{1}{k^2} \left( \frac{1}{\sqrt{1 - k^2}} - 1 \right) + \frac{2x^2}{R^2 + x^2} \left( \frac{1}{k^2 \sqrt{1 - k^2}} + \frac{2}{k^4 \sqrt{1 - k^2}} - \frac{2}{k^4} \right) \right], \quad (1)$$

где  $k = \frac{2xR}{R^2 + x^2}$ .

Результаты численного моделирования показывают, что приближение сферического источника, вписанного в конус, отвечает реальному распределению в малой области, не более полутора см от оси системы. Но выбор сферического источника большего радиуса, а именно двух- и трехкратного в сравнении с упомянутым выше, позволяет расширить область соответствия до 4 см, что отвечает более 50 % от всего радиуса рабочей зоны в 7,5 см. При этом расхождение с экспериментом реализуется в пределах до 3–4 % от значения в центральной зоне. Выбор виртуального источника в виде сферы с радиусом кратным радиусу, вписанному в усеченный конус, благоприятен в том смысле, что вне зависимости от его значения, в центральной области величина плотности потока падающего нормально на поверхность остается неизменной. Это отвечает закону сохранения в том смысле, что для Ламбертового источника такой конфигурации энергетическая освещенность определяется только его энергетической яркостью.

Таким образом, достаточно хорошее соответствие представления радиационного поля установки на воспламеняемость аналитическому выражению позволяет расширить область задач по выявлению тепловых свойств и термической устойчивости материалов.

Благодарность. Работа выполнена при поддержке БРФФИ, проект № Ф11М-005 «Аналитическая и численная аппроксимация пространственного распределения и воздействия потоков лучистой энергии для конечных по размерам протяженных тепловых источников.

### Литература

1. Бельцова, Т. Г. Показатели воспламеняемости огнезащищенной древесины / Т. Г. Бельцова, О. Н. Корольченко // Пожаровзрывобезопасность. – 2008. – № 4. – С. 31–33.

2. Гоман, П. Н. О распределении мощности радиационного излучателя в форме полусферы / П. Н. Гоман, А. В. Станчик, В. Р. Соболь // V Машеровские чтения: материалы Междунар. науч.-практич. конф., Витебск, 21–23 сент. 2011 г. / Витебский гос. ун-т им. П. М. Машерова; редкол.: А. П. Солодков [и др.]. – Витебск, 2011. – С. 6–7.

# **Ю.А. Гришечкин (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)** Науч. рук. **В.Н. Капшай,** к.ф.-м.н., доцент

# РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ЗАДАЧА О СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЯХ ДВУХЧАСТИЧНЫХ СИСТЕМ С ЗАВИСЯЩИМ ОТ ЭНЕРГИИ ПОТЕНЦИАЛОМ ОДНОБОЗОННОГО ОБМЕНА

В работе найдены численные решения релятивистских уравнений квантовой теории поля, описывающих связанные *s*-состояния системы двух одинаковых скалярных частиц [1, 2] в случае потенциала однобозонного обмена, зависящего от энергии системы [3]. Масса обменного бозона равна нулю. На основании полученных решений найдены константы распада двухчастичной системы [4].

Двухчастичные релятивистские уравнения в импульсном представлении в сферически-симметричном случае имеют следующий вид:

$$\psi_{(j)}(2E,p) = \frac{-2\lambda m}{\pi} G_{(j)}(2E,p) \int_{0}^{\infty} \frac{dk}{\sqrt{m^2 + k^2}} V(2E,p,k) \psi_{(j)}(2E,k), \quad p \ge 0, \quad (1)$$

где индекс *j* соответствует двум вариантам уравнений квазипотенциального типа: *j*=1 – уравнение Логунова-Тавхелидзе, *j*=2 – уравнение Кадышевского. Величина 2*E* в уравнениях (1) – энергия двухчастичной системы (0<2*E*≤2*m*), *m* – масса каждой частицы,  $\psi_{(j)}(2E, p)$  – волновая функция,  $\lambda$  – константа связи, *V*(2*E*, *p*,*k*) – потенциал, *G*<sub>(*j*)</sub>(2*E*, *p*) – функции Грина имеющие вид [1, 2] ( $E_p = \sqrt{m^2 + p^2}$ )

$$G_{(1)}(2E,p) = \frac{1}{E_p^2 - E^2}; \qquad G_{(2)}(2E,p) = \frac{1}{E_p(2E_p - 2E)}.$$
(2)

Зависящий от энергии системы потенциал однобозонного обмена, в сферически симметричном случае имеет следующий вид [3]:

$$V(2E, p, k) = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\sqrt{m^2 + p^2} + \sqrt{m^2 + k^2} + |p - k| - 2E}{\sqrt{m^2 + p^2} + \sqrt{m^2 + k^2} + p + k - 2E} \right).$$
(3)

Для нахождения численного решения уравнений (1) с потенциалом (3) был использован метод квадратур после приведения полубесконечного интервала к интервалу  $x \in [0;1)$  путем замены переменной k = C x/(1-x), где C > 0 – параметр, выбор значения которого влияет на скорость сходимости получаемого решения к точному. После замены интеграла суммой по квадратурной формуле уравнения (1) были приведены к однородным системам линейных алгебраических уравнений, имеющим вид  $K\psi = \lambda^{-1}\psi$ , где K – матрица, полученная из ядра интегрального уравнения,  $\psi$  – вектор, образованный значениями волновых функций в узловых точках. Применением к системам уравнений стандартных методов найдены собственные значения величин λ и ψ для фиксированного значения энергии 2Е. При решении уравнений возникла проблема медленной сходимости численного решения к точному с ростом числа шагов. Это естественно, поскольку потенциал (3) содержит модуль от разности переменных, т.е. производная от ядра уравнения по р (или по k) разрывна. Поэтому, для решения были использованы квадратуры прямоугольников на трёх сетках с числом узлов N, 2N, 4N и к полученным на этих сетках значениям  $\lambda$  и  $\psi$  был применён процесс экстраполяции Эйткена [5] Это позволило повысить точность получаемых решений. На рисунках 1 и 2 приведены собственные значения энергии системы и волновые функции: сплошная линия – первые (основные) состояния; штриховая линия – вторые состояния; пунктирная линия - третьи состояния (все вычисления проводились при m = 1).



Рисунок 1 – Энергия связанных состояний: a) для j=1, b) для j=2



Рисунок 2 – Волновые функции при 2E = 1.95: а) для j = 1, b) для j = 2

На рисунке 2 видно, что у волновых функций для основного состояния нулей нет при  $p \neq 0$ , у волновых функций второго состояния один ноль. Численные расчеты показывают, что число нулей волновой функции равно номеру состояния минус один (для основного состояния нулей нет).

На основании полученных решений были посчитаны константы распада  $f_{(j)}(2E)$ . Выражение для константы распада в случае *s*-волн имеет следующий вид [4]:

$$f_{(j)}(2E) = \frac{4\sqrt{2\pi\lambda}S}{2E} \int_{0}^{\infty} \frac{dp}{E_p} A \sinh(p/m) \psi_{(j)}(2E,p), \qquad (4)$$

где величина *S* зависит от вида системы частиц (в нашем случае S = 1). На рисунке 3 приведены результаты численных расчётов констант распада. При вычислении интегралов в выражениях (4) были использованы те же квадратурные формулы, что и при решении уравнений.



В работе получены численные решения релятивистских интегральных уравнений квантовой теории поля, описывающих связанные *s*-состояния системы двух скалярных частиц одинаковой массы для зависящего от энергии системы потенциала однобозонного обмена. Масса обменного бозона равна нулю. На основании полученных решений (волновых функций и собственных значений энергии) найдены константы распада.

#### Литература

1. Logunov, A. A. Quasi-Optical Approach in Quantum Field Theory / A. A. Logunov, A. N. Tavkhelidze // Nuovo Cimento. – 1963. – V. 29, № 2. P. 380–399.

2. Кадышевский, В. Г. Трёхмерная формулировка релятивистской проблемы двух тел / В. Г. Кадышевский, Р. М. Мир-Касимов, Н. Б. Скачков // ЭЧАЯ. – 1972. – Т. 2, № 3. – С. 635–690.

3. Капшай, В. Н. О зависимости квазипотенциала от полной энергии двухчастичной системы / В. Н. Капшай, В. И. Саврин, Н. Б. Скачков. – ТМФ, 1986. – Т. 69, № 3. – С. 400–410.

4. Savrin, V. I. Relativistic potential with QCD large  $Q^2$  behaviour and the decay form factors of mesons / V. I. Savrin, N. B. Skachkov // CERN Preprint – 1980. – TH. 2913. – 11 p.

5. Калиткин, Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин. – М. : Наука, 1978. – 512 с.

# М.С. Данильченко (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель) Науч. рук. В.Н. Капшай, к.ф.-м.н., доцент

# ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ДВУХЧАСТИЧНЫХ СИСТЕМ В СЛУЧАЕ ОДНОБОЗОННОГО ОБМЕНА С ПОТЕНЦИАЛОМ НЕ ЗАВИСЯЩИМ ОТ ЭНЕРГИИ

Большой интерес для современной физики элементарных частиц представляют исследования связанных состояний двухчастичных релятивистских систем, в том числе в случае взаимодействий однобозонного обмена.

В данной работе рассматривается решение четырех интегральных уравнений: уравнения Логунова-Тавхелидзе (j=1) и его модификации (j=3), а также уравнения Кадышевского (j=2) и его модификации (j=4), которые в релятивистском конфигурационном представлении

(РКП) имеют следующий вид ( $l = 0, 2E = 2m\cos w$ ):

$$\psi_{(j)}(r) = \lambda \int_{0}^{\infty} G_{(j)}(w, r, r') V(r') \psi_{(j)}(r') dr' , \qquad (1)$$

где  $\psi_{(j)}$  – волновые функции,  $G_{(j)}$  – функции Грина, которые, для рассматриваемых уравнений, могут быть записаны в виде[1, 2]:

$$G_{(j)}(w,r,r') = G_{(j)}(w,r-r') - G_{(j)}(w,r+r');$$

$$G_{(1)} = \frac{-1}{m\sin 2w} \frac{\sinh(\pi/2 - w)mr}{\sinh\pi mr/2}; \quad G_{(3)} = \frac{-1}{2m\sin w} \frac{\cosh(\pi/2 - w)mr}{\cosh\pi mr/2};$$

$$G_{(2)} = \frac{(4m\cos w)^{-1}}{\cosh\pi mr/2} - \frac{1}{m\sin 2w} \frac{\sinh(\pi - w)mr}{\sinh\pi mr}; \quad G_{(4)} = \frac{-1}{2m\sin w} \frac{\sinh(\pi - w)mr}{\sinh\pi mr}$$
Рассмотрим сферически симметричный потенциал  $V(r)$ , не зависящий от энергии [3, 4]:

$$V(r) = \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\pi m r} - \frac{1}{\sinh \pi m r} \right).$$
(2)

Численное решение уравнений (1) получено с применением метода составных квадратур Гаусса. На рисунке 1а представлена зависимость значений энергии первых трех связанных состояний уравнения Логунова-Тавхелидзе (j=1) от константы связи  $\lambda$  (номер кривой соответствует номеру состояния), на рисунке 1b продемонстрированы волновые функции связанных состояний соответствующих  $w = \pi/3$ .



а) собственные значения; b) волновые функции для  $w = \pi/3$ 

Рисунок 1 – Численное решение уравнения Логунова-Тавхелидзе в РКП

Полученные результаты могут быть проверены посредствам решения рассматриваемой задачи в импульсном представлении (ИП) и сравнения с решениями полученными в РКП. В ИП рассматриваемая задача сводится к решению уравнений ( $p = m \sinh \chi$ ):

$$\psi_{(j)}(\chi) = \frac{-2\lambda}{\pi} G_{(j)}(w,\chi) \int_{0}^{\infty} \frac{d\chi'}{\cosh\chi'} V(\chi,\chi') \psi_{(j)}(\chi') , \qquad (3)$$

где  $\psi_{(j)}$  – волновые функции в ИП, а функции Грина имеют вид [1, 2]:

$$G_{(1)}(w,\chi) = \left[\cosh^2 \chi - \cos^2 w\right]^{-1}; \quad G_{(2)}(w,\chi) = \left[2\cosh \chi \left(\cosh \chi - \cos w\right)\right]^{-1};$$

$$G_{(3)}(w,\chi) = \cosh \chi \left[\cosh^2 \chi - \cos^2 w\right]^{-1}; \quad G_{(4)}(w,\chi) = \left[2(\cosh \chi - \cos w)\right]^{-1}.$$

Потенциал (2) в случае нулевого орбитального момента в ИП записывается следующим образом [4]:

$$V(\chi,\chi') = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{|\sinh \chi - \sinh \chi'| + \cosh \chi + \cosh \chi'}{|\sinh \chi + \sinh \chi'| + \cosh \chi + \cosh \chi'} \right).$$

Наличие модуля (а значит особенности при  $\chi = \chi'$ ) в потенциале делает неэффективным применение многих численных методов обеспечивающих высокую точность результатов. Для вычисления собственных значений параметра  $\lambda$  и волновых функций уравнений (2) был применен метод прямоугольников совместно с уточняющей процедурой Эйткена [5]. На рисунке 2 продемонстрированы зависимости значений энергии первых трех связанных состояний модифицированного уравнения Кадышевского (j = 4) от константы связи  $\lambda$  в ИП (штриховая линия) и РКП (сплошная линия).



Рисунок 2 – Сравнение результатов численных расчетов в РКП и ИП

Как можно заметить, расхождение получаемых результатов растет со стремлением  $w \ge 0$ . Данное различие также затрагивает и волновые функции, так при  $w = \pi/3$  получаемые волновые функции различны не более чем на  $10^{-9}$  для первого состояния, на  $10^{-7}$  для второго и на  $10^{-6}$  для третьего состояния, в то время как при w = 0.1 эти значения составляют  $10^{-3}$ ,  $10^{-2}$  и  $10^{-2}$  для первого, второго и третьего связанных состояний соответственно.

### Литература

1. Logunov, A. A. Quasi-Optical Approach in Quantum Field Theory / A. A. Logunov, A. N. Tavkhelidze // Nuovo Cimento. – 1963. – V. 29, № 2. P. 380–399.

2. Кадышевский, В. Г. Трёхмерная формулировка релятивистской проблемы двух тел / В. Г. Кадышевский, Р. М. Мир-Касимов, Н. Б. Скачков // ЭЧАЯ. – 1972. – Т. 2, № 3. – С. 635–690.

3. Капшай, В. Н. О зависимости квазипотенциала от полной энергии двухчастичной системы / В. Н. Капшай, В. И. Саврин, Н. Б. Скачков. – ТМФ, 1986. – Т. 69 №3. – С.400–410.

4. Дей, Е. А. Точные решения класса квазипотенциальных уравнений для суперпозиции квазипотенциалов однобозонного обмена / Е. А. Дей, В. Н. Капшай, Н. Б. Скачков. – ТМФ, 1990. – Т. 82 № 2. – С. 188–198.

5. Калиткин, Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин. – М.: Наука, 1978. – 512 с.

### **П.В. Демиденко (УО «БрГТУ», Брест)** Науч. рук. **В.И. Гладковский,** к.ф.-м.н., профессор

### ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ЧЕЛОВЕКА

Мир современного человека почти до предела насыщен различной бытовой электротехникой. В результате, организм человека работает уже не в тех оптимальных природных условиях, к которым он приспосабливался миллионы лет [1]. Сотовая радиотелефония является одной из наиболее бурно развивающихся коммуникационных систем. Ученые пока не пришли к единому мнению о степени влияния электромагнитного излучения аппаратов сотовой связи на организм человека. Исследования, проведенные в разных странах на разнообразных биологических объектах (в том числе, и на добровольцах), привели к неоднозначным, а иногда

129

и противоречащим друг другу результатам. Неоспоримым пока остается лишь тот факт, что излучение мобильного телефона в той или иной степени воздействует на наш организм и это может иметь те или иные последствия [2–6].

Энергетическая (физическая) причина нарушения здоровья людей в зонах с повышенной интенсивностью электромагнитных излучений – устойчивое изменение характеристик собственных энергетических полей организма (биополей) под воздействием крупных сгустков энергетических образований различных излучений. Под воздействием таких энергетических сгустков органы человека (как и других живых организмов) изменяют свои природные параметры функционирования. После выхода из опасной зоны защитные механизмы здорового организма в состоянии частично или полностью устранить образовавшиеся изменения биополя или молекулярной структуры организма.

Так, при длительном пребывании людей в зонах с повышенной интенсивностью различных излучений возникают недомогания со следующими, симптомами: быстрая утомляемость; состояние апатии; общая слабость; головные боли; ослабление внимания, памяти; нарушение логики мышления и речи; нервные и психические расстройства; нарушение функционирования ослабленных органов, переходящее в постоянное болезненное состояние [7].

За последние десятилетия сформировался новый фактор окружающей среды – электромагнитные поля антропогенного происхождения. Некоторые специалисты относят электромагнитные поля к числу сильнодействующих экологических факторов с катастрофическими последствиями для всего живого [8].

Наиболее часто и сильно воздействию электромагнитного излучения при разговоре по мобильному телефону человек подвергает клетки собственного головного мозга. Мозг – это центр организма, посылающий электрические сигналы всему организму и большинство процессов в нем происходят за счет образования временных электронных контуров. Поднося к голове источник излучения, человек начинает оказывать влияние, как на организацию мыслительных процессов, так и на передачу сигналов всем органам человека. Это может привести к изменениям в деятельности головного мозга: ухудшается память, ослабляется внимание, повышается раздражительность и утомляемость [9, с. 62]. Тем более, что допороговая (до появления субъективных ощущений) реакция сердечно-сосудистой системы в виде изменения структуры сердечного ритма при воздействии слабых электрических и магнитных импульсов на кожу обследуемого лица при проведении функциональной пробы на электромагнитную чувствительность является твердо установленной [10].

### Литература

1. Козлов, В. Г. и др. Взаимодействие открытых систем. / В. Г. Козлов // Судостроительная промышленность, серия Общетехническая, НТС, выпуск 28, 1990 г., стр. 46-58.

2. Хорсева, Н. И., Григал, П. П., Горбунова, Н. В. Мониторинг психофизиологических показателей детей – пользователей мобильной связью / Н. И. Хорсева, П. П. Григал, Н. В. Горбунова // Тезисы V Международного конгресса «Слабые и сверхслабые поля и излучения в биологии и медицине». – СПб., 29 июня – 3 июля 2009. – С. 180.

3. Лебедева Н. Н., Потулова, Л. А., Марагей, Р. А. Динамика ритмической активности коры головного мозга человека при воздействии электромагнитного поля мобильного телефона / Н. Н Лебедева, Л. А. Потулова, Р. А. Марагей // Биомед. радиоэлектроника. – 2010. – № 10. – С. 3–10.

4. Будянская, Э. Н. О преждевременных изменениях со стороны гомеостатических систем организма пользователей видеодисплейных терминалов // Международный конгресс: Слабые и сверхслабые поля в биологии и медицине. СПб., 1997. – С. 219.

5. Вишневский, А. М., Разлётов, А. Б., Свядощ, Е. А., Соколов, Т. В. Магнитные поля, воздействующие на человека в условиях метро / А. М. Вишневский, А. Б. Разлётов, Е. А. Свядощ, Т. В. Соколов // 1-й Международный конгресс: Слабые и сверхслабые поля и излучения в биологии и медицине. – 1997. – С. 223.

6. Горшенина, Т. И., Казионова, Л. Ф., Фрумкис, А. Э., Садовникова, В. И. О гипоксическом влиянии слабых ПМП на живые организмы / Т. И. Горшенина, Л. Ф. Казионова, А. Э. Фрумкис, В. И. Садовникова // В кн.: Живые системы в электромагнитных полях. Вып. 2, – Томск, 1979. – С. 3–6.

7. Информационный канал// Экология вашего дома и офиса [Электронный pecypc]. – 1997–2011. – Режим доступа: http://subscribe.ru/archive/ home.help.ionization/200601/17121142.html. – Дата доступа: 02.02.2012.

8. Центр Государственного санитарно-эпидемиологического надзора в Тюменской области [Электронный ресурс]. – Тюмень, 2004. – Режим доступа: http://www.fondation-pegase.org/news06.htm. – Дата доступа: 02.02.2012.

9. Малахов, Г. П. Электромагнитное излучение и ваше здоровье / Г. П. Малахов. – СПб: Невский проспект, 2003. – 128 с.

10. Таскаев, Ю. Н. Биоконтроль экстремальных факторов в электроэнергетике: Автореф. дис. на соиск. учен. степ. д.б.н.: Спец. 03.00.16: Спец. 03.00.13 / Таскаев Юрий Николаевич; [Сиб. НИИ энергетики РАО ЕЭС]. – Новосибирск: 2001. – 38 с.

# Т.А. Державская (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель) Науч. рук. Н.В. Максименко, д.ф.-м.н., профессор

# **ДВИЖЕНИЕ ДИПОЛЬНЫХ МОМЕНТОВ В ПОСТОЯННОМ** Электромагнитном поле

Заряженные системы такие, как адроны, ядра, атомы и молекулы обладают электрическими и магнитными дипольными моментами. Величина этих моментов и характер взаимодействия дипольных моментов с электромагнитным полем связаны с внутренней структурой этих микросистем.

В последнее время активно обсуждаются взаимодействие нейтральных атомов и элементарных частиц, которые взаимодействуют с электрическим и магнитным полем с учетом квантовых и релятивистских особенностей этих систем [1].

Данная работа посвящена получению функций Лагранжа и Гамильтона движущихся частиц с дипольными моментами в постоянном электрическом и магнитном поля X, а так же определению скобок Пуассона функции Гамильтона и компоненты момента импульса. Дипольные электрический и магнитный моменты движущейся частицы с точностью до первого порядка  $\frac{|\vec{v}|}{c}$  определяются следующим образом [2]:

$$\vec{p} = \vec{p}_0 + \frac{1}{c} [\vec{v} \vec{m}_0] , \qquad (1)$$

$$\vec{m} = \vec{m}_0 + \frac{1}{c} \left[ \vec{v} \vec{p}_0 \right] ,$$
 (2)

В уравнении (1) и (2)  $\vec{v}$  – скорость частицы, *с*-скорость света,  $\vec{p}_0$  и  $\vec{m}_0$  – электрический и магнитный дипольные моменты покоящейся частицы.

Энергия взаимодействия постоянного электромагнитного поле с дипольными моментами имеет вид:

$$U = -(\vec{p}\vec{E}) - (\vec{m}\vec{H}) = -(\vec{p}_0\vec{E}) - \frac{1}{c}([\vec{v}\vec{m}_0]\vec{E}) - (\vec{m}_0\vec{H}) + \frac{1}{c}([\vec{v}\vec{p}_0]\vec{H}), \qquad (3)$$

где  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  – вектора напряженности электрического и магнитного поля соответственно.

Функцию Лагранжа с учетом (3) можно представить так:

$$L = \frac{1}{2}m\vec{v}^{2} - U , \qquad (4)$$

Из уравнения (4) следует, что канонический импульс принимает форму:

$$\vec{\pi} = \frac{\partial L}{\partial \vec{\upsilon}} = m\vec{\upsilon} + \frac{1}{c} \left[ \vec{m}_0 \vec{E} \right] - \left[ \vec{p}_0 \vec{H} \right] , \qquad (5)$$

Используя соотношения (4) и (5), а так же определение функции Гамильтона:

$$H = \left(\vec{\pi}\vec{\upsilon}\right) - L \; ,$$

получим [1]:

$$H = \frac{1}{2m} \left(\vec{\pi} - \frac{1}{c} \left[\vec{m}_0 \vec{E}\right] + \frac{1}{c} \left[\vec{p}_0 \vec{H}\right]\right)^2 - \left(\vec{p}_0 \vec{E}\right) - \left(\vec{m}_0 \vec{B}\right), \qquad (6)$$

Скобки Пуассона  $\{H, L_i\}$  позволяют установить сохраняющиеся компоненты момента импульса в случае взаимодействия постоянного электромагнитного поля с дипольными моментами при определенной их ориентации относительно электрического и магнитного поля, а тем самым установить свойства симметрии системы. Мы приведем некоторые характерные результаты вычисления скобок Пуассона.

1.  $\vec{E} // OX$ ,  $\vec{H} = 0$ .  $\{H, L_x\} = 0$ 

В этом случае система обладает аксиальной симметрией.

2. 
$$\vec{E} = 0$$
,  $\vec{H} // OX$ .  
 $\{H, L_x\} = 0$ 

3. 
$$E // OZ$$
,  $H = 0$   
 $\{H, L_x\} = y \frac{\partial}{\partial z} (-p_{0z} E_z)$ 

4. 
$$\vec{E} = 0$$
,  $\vec{H} // OZ$ .  
 $\{H, L_x\} = y \frac{\partial}{\partial z} (-m_{0z}H_z)$ 

В случае 3 и 4 симметрия относительно оси ОХ нарушена благодаря дипольным моментам частицы.

### Литература

1. Anandan, J. S. // Classical and quantum interaction of the dipole // arxiv: hcp- th /9910018v2, p. 9; Phys. Rev. Lett. – 2000. – Vol. 85. – P. 1354–1357.

2. Батыгин, В. В., Топтыгин, И. Н. // Современная электродинамика. Ч. 1. Микроскопическая теория // Москва. Ижевск. – 2003. – 735 с.

## Д.Н. Дещеня (УО «ГГТУ им. П.О. Сухого», Гомель) Науч. рук. В.Б. Попов, к.т.н., доцент

# МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВУХСТУПЕНЧАТОГО РЕДУКТОРА

Конкуренция вынуждает разработчиков постоянно повышать качество механических приводов машин, проектируя их в автоматизированном режиме. Одной из составляющих этого процесса является расчет выходных параметров редуктора, выполняемый на основе формализованной процедуры анализа. Следующий этап проектирования, включающий математическую модель анализа, относится к процедуре синтеза или оптимизации внутренних параметров редуктора. Критериями оптимальности при этом могут быть любые характеристики редуктора, по которым конструктор судит о его качестве. Для повышения качества механического привода следует формулировать задачу оптимизации как многокритериальную, обеспечивающую возможность влияния на показатели качества.

В статье представлены постановка и ход решения задачи многокритериальной оптимизации цилиндрического редуктора, чертёж которого изображен ниже.





### Понятие об автоматизационном проектировании зубчатых передач

Сущность метода автоматизированного проектирования многоступенчатых передач представлена на этом слайде. Буквы Ч и М, стоящие правее блока, указывают, человеком или машиной выполняются операции, описанные в блоке.

Начальным этапом проектирования является разработка технического задания МЗП, которое устанавливает их основное назначение и техникоэкономические показатели. Исходными данными при проектировании служат: общее передаточное отношение, передаваемые нагрузки, числа оборотов входного или выходного валов, необходимая долговечность, условия работы, технологические факторы изготовления, требования к компоновке агрегата в целом.

В блоках 2–4, соответствующих этапу эскизного проектирования, получаются результаты, дающие представления о структуре и техникоэкономических показателях МЗП. После анализа и утверждения полученных результатов производится уточненный расчет зубчатых передач, валов, подшипников и соединений и выдача результатов, необходимых для разработки рабочей документации. В противном случае корректируются исходные данные для блока 2 и процесс повторяется до утверждения эскизного проекта.

Анализ результатов уточненного расчета элементов МЗП может показать, что нарушены технические ограничения, вследствие чего потребуется корректировка исходных данных для блока 3 и повторение расчетов.

После утверждения результатов, полученных в блоке 5, разрабатывается и оформляется техдокументация, часть которой может быть получена с помощью чертежно-графических автоматов или других технических средств получения твердой копии.

### Оптимизируемые (управляемые) параметры:

1. Передаточное отношение первой ступени.  $2.5 \le U_1 \le 4.0$ .

2. Отношение ширины венца к межосевому расстоянию для первой ступени:  $0.2 \le \Psi_{hal} \le 0.4$ .

3. Внешний окружной модуль для конической передачи:  $2.0 \le m_2 \le 3.0$ .

4. Коэффициент ширины зубчатого венца для конической передачи:  $1.5 \le k_{_{be}} \le 10.0$ .



Рисунок 2 – Схема процесса автоматизированного проектирования МЗП с помощью ПЭВМ

### Функциональные ограничения:

1. Величина допускаемого отклонения при вычислении передаточного числа для конической передачи

2. Величина допускаемых контактных напряжений для цилиндрической передачи

3. Проверка зубьев на выносливость по напряжениям изгиба для конической передачи

4. Прочностные возможности по контактной выносливости для цилиндрической передачи

5. Прочностные возможности по выносливости на изгиб для цилиндрической передачи.

# Критерии оптимальности:

1. 
$$1 - \frac{\sigma_{R1}}{\sigma_{HP1}} \rightarrow \min$$
; где  $\sigma_{R1}$  – реальные контактные напряжения первой

ступени; <sub>онр1</sub> – предельные контактные напряжения первой ступени.

2.  $1 - \frac{\sigma_{R2}}{\sigma_{HP2}} \rightarrow \min$ ; где  $\sigma_{R2}$  – реальные контактные напряжения второй

ступени; <sub>онр2</sub> – предельные контактные напряжения второй ступени.

3.  $\left| \frac{\sigma_{_{P_1}}}{\sigma_{_{H_1}}} - \frac{\sigma_{_{P_2}}}{\sigma_{_{H_2}}} \right| \rightarrow 0$  – равнопрочность ступеней редуктора.

### Многокритериальная оптимизация

Пространство, ограниченное управляемыми параметрами образует 4-х мерный гиперпараллепипед, оси которого разбиваются на отрезки при помощи равномерно распределенной последовательности точек.  $\mathcal{III}_{\tau}$  последовательность позволяет наиболее равномерно назначать точки, представляющие вектор управляемых параметров и обеспечивает эффективное зондирование многомерного пространства. Исследование области допустимых решений в пространстве управляемых параметров из множества всех возможных позволило выделить подмножество "хороших" вариантов, представленных в виде таблицы испытаний. Таким образом, в пространстве множества управляемых параметров, путем отбрасывания точек не удовлетворяющих функциональным ограничениям, было выделено подмножество решений (опытов), которые сведены в таблицу 1.

moninger 1				
№ опыта	F1	F2	F3	
16	0,99733	0,94229	0,05504	
1	1,00128	0,92347	0,07780	
13	1,01867	1,00698	0,01169	
8	1,02548	0,92960	0,09587	
5	1,00647	0,96807	0,03839	
4	1,00722	0,97102	0,03621	
10	1,00998	0,98453	0,02545	
7	1,01146	0,98059	0,03086	
3	1,01152	0,94156	0,06996	
11	1,01375	0,96197	0,05178	
16	1,01830	0,98820	0,03010	
9	1,01872	0,99136	0,02736	

Т	аблина	1
T	аолица	Т

На основе полученных данных с помощью программы Pareto был выполнен поиск точек, расположенных на аналоге компромиссной кривой, представляющей собой 4-х мерную гиперповерхность. Результаты поиска представлены в таблице 2:

№ опыта	Y1	Y2	Y3
1	0,25	3,06	0,24
3	0,35	3,63	0,28
4	0,34	2,25	0,24
5	0,32	3,13	0,21
7	0,38	3,75	0,21
9	0,37	3,38	0,24

Таблица 2 – Множество Парето

Анализируя разные номера опытов (точек) можно отметить, что улучшая значение одного из критериев мы одновременно ухудшаем значения других. Очевидно, что не существует такого набора параметров, который одновременно оптимизировал бы все критерии. Однако, существуют способы, позволяющие уменьшить число эффективных точек.

Если в пространстве критериев (см. Таблица 2. Множество Парето) ввести "идеальную" точку, представляющую сочетание наилучших значений критериев, взятых из разных опытов, то получим:

Координаты "идеальной" точки.

Y1	Y2	Y3
0,25	2,25	0,28

В результате можно выбрать наилучший вариант, оценивая его по удалению от «идеальной» точки.

Таблица 3 – Решение задачи путем сравнения расстояния до "идеальной" точки.

№ опыта	Y1	Y2	Y3	расстояние
9	0,37	3,38	0,24	1,13
1	0,25	3,06	0,24	1,56
3	0,35	3,63	0,28	1,74

Если для каждого критерия ввести одинаковую функцию полезности и соответствующий ей весовой коэффициент, общая сумма которых равна 1, то среди полученных вариантов можно выделить наилучший.

№ опыта	Y1	Y2	Y3	F(Y)M
1	0,25	3,06	0,24	4,74
4	0,34	2,25	0,24	4,47
6	0,30	2,38	0,29	4,38

Таблица 4 – Решение задачи с использованием весовых коэффициентов

Оценка полученных данных позволяет заключить, что оптимальным при заданных условиях будет вариант № 1, оптимальные управляемые параметры для редуктора.

Следует отметить, что ввод вышеупомянутых весовых коэффициентов увеличивает субъективность выбора оптимального варианта и её можно понизить, если конструктор, обладая дополнительной информацией, может расположить критерии по степени их важности.

Вывод: Представленная методика позволяет выбрать оптимальные параметры двухступенчатого цилиндрического редуктора на раннем этапе проектирования с/х техники.

#### Литература

1. Соболь, И. М. Выборы оптимальных параметров в задачах со многими критериями / И. М. Соболь, Р. Б. Статников. – М.: Наука, 1985. – 107 с.

2. Максимей, И. В. Имитационное моделирование на ЭВМ. – М.: Радио и связь, 1988.

> В.В. Диндиков (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель) Науч. рук. Г.Ю. Тюменков, к.ф.-м.н., доцент

# ПОИСК ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ В ОБЩЕЙ ЗАДАЧЕ ТРЕХ ТЕЛ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА МИНИМИЗАЦИИ ФУНКЦИОНАЛА ДЕЙСТВИЯ

Задача о движении трех тел под действием гравитационного взаимодействия очень давно интересовала многих ученых, так как за кажущейся простотой обнаруживается очень сложная проблема. Известно, что общая задача трех тел не имеет аналитического решения, поэтому часто изучаются частные случаи, например ограниченная задача трех тел. Особый интерес представляют поиск периодических орбит. Первые точные периодические решения для тел равной массы были найдены Леонардом Эйлером в 1767 г. и Луи Лагранжем в 1772 г. Дальнейшее исследования задачи трех тел стало возможно с развитием вычислительных технологий в XX веке.

В 90-х годах XIX века Анри Пуанкаре предложил принцип наименьшего действия для нахождения периодических орбит. Первый кто использовал и развил эти принципы был Мур [3]. Мур рассмотрел обобщенный потенциал взаимодействия между телами  $V \propto r^{\alpha}$ . Ньютоновскому потенциалу соответствует  $\alpha = -1$ . Он показал, что периодические орбиты соответствуют минимуму функционала действия

$$A = \int_{0}^{T} (K - V)dt, \qquad (1)$$

где K и V – кинетическая и потенциальные энергии системы N тел, T – совокупный период обращения компонентов системы.

Для системы *n* тел с массами  $m_j$ , обозначим  $z_j$  положение *j*-го тела в момент времени *t*. Тогда для n тел с траекториями  $z_1(t)$ ,  $z_2(t)$ , ...,  $z_n(t)$ ,  $0 \le t \le 2\pi$ , запишем функционал действия в виде [1]:

$$A = \int_{0}^{2\pi} \left( \sum_{j} \frac{m_{j}}{2} \left| \dot{z}_{j} \right|^{2} + \sum_{j,k;k < j} \frac{m_{j}m_{k}}{\left| z_{j} - z_{k} \right|} \right) dt .$$
 (2)

Для нахождения периодических орбит используем разложение траекторий в ряды Фурье

$$z_{j}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_{k} e^{ikt}, \qquad \text{ide } \gamma_{k} \in X.$$
(3)

Траектории для плоской задачи будут содержать компоненты  $z_j(t) = (x_j(t), y_j(t))$ , и  $\gamma_k = (\alpha_k, \beta_k)$ , которые представимы в виде рядов

$$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k^c \cos(kt) + a_k^s \sin(kt))$$
  

$$y(t) = b_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (b_k^c \cos(kt) + b_k^s \sin(kt))$$
(4)

где

$$\begin{aligned} a_0 &= \alpha_0, \qquad a_k^c = \alpha_k + \alpha_{-k}, \qquad a_k^s = \beta_{-k} - \beta_k, \\ b_0 &= \beta_0, \qquad b_k^c = \beta_k + \beta_{-k}, \qquad b_k^s = \alpha_k - \alpha_{-k}, \end{aligned}$$

Будем рассматривать движение трех тел равной массы в плоскости. Так как функционал действия в пространстве параметров  $a_0$ ,  $a_k^c$ ,  $a_k^s$ ,  $b_0$ ,  $b_k^c$ ,  $b_k^s$  имеет множество локальных минимумов, то существует множество периодических орбит трех тел.

Для нахождение минимума воспользуемся системой компьютерной алгебры Mathematica. На рисунках представлены примеры полученных орбит.



Рисунок 1 – Орбита «Ducati» и орбита Хилла

Большой интерес представляют орбиты, в которых все три тела движутся по одной замкнутой орбите – они имеют название «хореографии». Ярким примером такой хореографии является ее простейший тип – орбита «восьмерка».



Рисунок 2 - Орбита «восьмерка»

Проверить существование полученных орбит можно с помощью численного интегрирования уравнений задачи трех тел [4]:

$$m_j \ddot{z}_j^{\alpha} = \sum_{k:k \neq j} m_j m_k \frac{z_j^{\alpha} - z_k^{\beta}}{\left| z_j - z_k \right|^3}, \quad j = 1, 2, 3, \quad \alpha = 1, 2.$$
 (5)

Для примера возьмем орбиту «восьмерка». Начальные значения скоростей и координат возьмем из орбиты, изображенной на рисунке 2. Для нахождения минимума функционала действия можно ограничиться 10-ю членами ряда Фурье, что определяется вычислительными возможностями компьютера. Полученные значения начальных значений скоростей и координат имеют приближенный характер. Таким образом, при численном интегрировании уравнений задачи трех тел, имеем орбиту, близкую к «восьмерке». Как видно из рисунка 3, в области устойчивого движения по «восьмерке» существуют орбиты, на некотором интервале времени близкие к «восьмерке». Этот факт был доказан Муром в работе [3].



Рисунок 3 – Иллюстрация численной проверки существования «восьмерки»

Метод минимизации функционала действия, впервые реализованный Муром [3], в последнее годы активно развивается и используется для поиска периодических орбит в задаче *n* тел. Этот метод оказался очень мощным и позволил построить много новых семейств периодических орбит. Особый интерес представляют периодические орбиты типа «хореографий», когда все тела движутся друг за другом по одной замкнутой кривой.

Таким образом в работе проиллюстрировано использование метода минимизации функционала действия для нахождения периодических решений в общей задаче трех тел.

### Литература

1. Vanderbei, R. J. New orbits for the n-body problem / R. J. Vanderbei // Annals of the New York Academy of Sciences. -2004. - V. 1017. - P. 422–430.

2. Орлов, В. В. Периодические орбиты в задаче N тел / В. В. Орлов, А. В. Рубинов, А. И. Мартынов // Физика Космоса. – Екатеринбург: УГУ, – 2010. – 108–121 с.

3. Moore, C. Braids in classical dynamics / C. Moore // Phys. Rev. Lett. – 1993. - V. 70. - P. 3675 - 3683.

4. Рой, А. Движение по орбитам / А. Рой – М.: Мир, 1981. – 545 с.

# В.В. Диндиков (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель) Науч. рук. Г.Ю. Тюменков, к.ф.-м.н., доцент

# ИЗУЧЕНИЕ НОВОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ОРБИТЫ В ОБЩЕЙ ГРАВИТАЦИОННОЙ ЗАДАЧЕ ТРЕХ ТЕЛ

Первые периодические орбиты в общей задаче трех тел были аналитически получены Леонардом Эйлером и Луи Лагранжем. Более того, Лагранж показал, что других периодических орбит аналитически получить не возможно. Однако с начала XX века получили развитие численные методы изучения общей задачи трех тел. Можно отметить исследования предельных случаев, таких как ограниченная задача, прямолинейная и равнобедренная задачи трех тел. В них также численно найдены периодические орбиты.

В 90-х годах прошлого века Муром впервые был использован метод минимизации функционала действия [3], предложенный Пуанкаре еще в конце XIX века. Результатом исследования была орбита «восьмерка», относящаяся к новому типу орбит в задаче трех тел с равными массами – «хореографиям». Мур также предложил топологический метод классификации орбит.

Для наглядного представления орбит N он использует диаграммы, изображающие «косы» из N «прядей», которые строятся в трехмерном пространстве при движении N тел на плоскости. Диаграммы показывают на протяжении одного периода для каждого из тел изменение одной из пространственных координат (ось абсцисс) со временем (ось ординат), а также то, какая из «прядей» при их пересечении проходит выше (с учетом второй координаты).

Для нахождения конкретных периодических орбит часто используется представление решения в виде отрезков рядов Фурье [1]. Используя систему компьютерной алгебры Mathematica, найдена новая периодическая орбита для трех тел равной массы, представленная на рисунке 1. Два тела двигаются по симметричным замкнутым кривым, а третье тело совершает движение вдоль вытянутой восьмерки. Концы этой восьмерки острые, так как тело в моменты нахождения в крайней точке имеет нулевую скорость.

В начальный момент времени все три тела расположены на одной прямой, причем скорость третьего тела равна нулю, а второе и первое тело имеют одинаковые скорости, перпендикулярные этой прямой. Через промежуток времени t = T/4 тела снова выстраиваются в линию, причем третье тело в этот момент времени находится в центре масс системы.



Рисунок 1 – Положения тел при t = 0 и t = T/4

Через промежуток времени t = T/2 тела снова выстраиваются вдоль первоначальной прямой, и еще через t = T/4 опять располагаются вдоль горизонтальной прямой.

Для такой орбиты характерно движение трех тел относительно неподвижного центра масс.

Приведем изображение полученной орбиты по классификации, предложенной Муром.


Рисунок 2 – Метод классификации орбит в виде прядей «кос»



Рисунок 3 – Изображение полученной орбиты в приведенной классификации

Стоит отметить также сходство данной орбиты с орбитой Брука, полученной в предельном случае – равнобедренной задаче трех тел. В этой задаче тела разделяются на две группы. Тела, принадлежащие каждой из групп, движутся вдоль неподвижных прямых линий, ортогональных друг другу и проходящих через центр масс системы N тел. В этом случае все тела движутся в одной плоскости. Для этой задачи в 1979 г. численно Бруком была найдена периодическая орбита. В данном случае центральное тело движется вдоль прямой, перпендикулярной отрезку, соединяющему крайние тела, и проходящей через его середину. Оно совершает периодические колебания, а крайние тела испытывают двойные соударения в моменты разворота центрального тела [2].

Вероятно, полученная орбита является неустойчивой или имеет очень ограниченную область устойчивости. При численном интегрирования

уравнений задачи трех тел с начальными параметрами, взятыми из полученной орбиты, была получена квазипериодическая орбита, подобная орбите Брука. Только вместо соударений между крайними телами происходил разворот одного тела вокруг другого. Орбита сохраняла свою форму на протяжения продолжительного времени.



Рисунок 4 – Численное интегрирование полученных результатов

Метод минимизации функционала действия предоставляет мощное средство для получения периодических решений в общей задаче трех тел. Полученная данным методом новая периодическая орбита обнаруживает множество симметрий и закономерностей. Вероятно, орбита Брука является предельным случаем данной орбиты, так как при численном интегрировании была получена подобная орбита.

Таким образом, было численно получена новая периодическая орбита в общей задаче трех тел с равными массами и изучены ее общие характеристики и закономерности.

## Литература

1. Vanderbei, R. J. New orbits for the n-body problem / R. J. Vanderbei // Annals of the New York Academy of Sciences. -2004. - V. 1017. - P. 422–430.

2. Орлов, В. В. Периодические орбиты в задаче N тел / В. В. Орлов, А. В. Рубинов, А. И. Мартынов // Физика Космоса. – Екатеринбург: УГУ, – 2010. – 108–121 с.

3. Moore, C. Braids in classical dynamics / C. Moore // Phys. Rev. Lett. – 1993. - V. 70. - P. 3675 - 3683.

4. Hinks, J. Knot Theory and Dynamics / J. Hinks // Cornell University, MATH 4530 – 2009. – 10 c.

## О.В. Дунаева (УО «МГУ им. А.А. Кулешова», Могилёв) Науч. рук. В.М. Кротов, к.пед.н., доцент

## ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ОСНОВ Электрорадиотехники в курсе физики в средней школе

Физика как наука исследует строение материи и простейшие формы её движения и взаимодействия. Она является важнейшим источником знаний об окружающем мире, дает человеку мощные средства разумного использования природы и имеет три потенциала: научный; технический; гуманитарный.

Физика является научной основой современных техники и технологий. Огромную роль сыграли фундаментальные физические исследования в развитии: электрорадиотехники, электроники, ядерной энергетики, лазерной техники. Развитие технического уровня производства, внедрение электрификации во все сферы деятельности человека привело к тому, что потребовало качественной подготовки специалистов. Значительную часть необходимых умений и навыков учащиеся получают на уроках физики в средней общеобразовательной школе.

Одной из важнейших целей обучения физике учащихся средних общеобразовательных школ является приобретение ими навыков связанных с использованием физических знаний и умений. При этом должны выполняться следующие педагогические задачи: развитие творческого мышления учащихся, выработка умений приобретать и практически использовать знания, наблюдать и объяснять физические явления; формирование представлений о широких возможностях применения физических законов для развития науки, техники и технологий; развитие познавательного интереса к изучению физики.

Достижение сформулированной цели и решение перечисленных педагогических задач видится эффективным при изучении основ электрорадиотехники в курсе физики средней школы, так как электрорадиотехника играет большую роль в современном научно-техническом прогрессе.

Приобретённые электротехнические знания, методы познания и мышление будут полезны в дальнейшей профессиональной деятельности связанной с наукой, техникой и технологией производства.

Предполагается построение обучения физике на принципе модульности содержания обучения, деятельностного подхода, доступности восприятия учебного материала.

Модульность содержания обучения предполагает выделение в некоторых темах школьного курса физики модуля электротехнического содержания.

Деятельностный подход предполагает организацию самостоятельной познавательной деятельности учащихся, основным понятием которой является усвоение. В процесс усвоения включаются восприятие информации (опыта), его осмысливание, запоминание и овладение способами ее применения в различных ситуациях.

Восприятие – процесс отражения в сознании человека предметов или явлений при их непосредственном воздействии на органы чувств. В восприятие входят не только данные непосредственных ощущений учащихся, но и данные его прежнего опыта. Восприятие, в отличие от ощущений, в которых отражаются лишь отдельные свойства раздражителя, отражает предмет в целом, в совокупности его свойств, предполагает узнавание предметов и явлений, отнесение их к определенным группам, известным учащемуся по его прежнему опыту.

Поэтому возникает необходимость подбора и создания натуральных и компьютерных моделей по основам электрорадиотехники в курсе физики средней школы. Для выявления необходимости создания компьютерных моделей при изучении основ электрорадиотехники в курсе физики средней школы проводилось анкетирование 56 учителей физики города Могилёва и Могилевской области.

В анкете учителя указали причины, по которым целесообразно применять модели (для формирования познавательного интереса, для усвоения учащимися механизма протекания явлений и процессов, для формирования представления об объектах изучения, для развития познавательных возможностей учащихся), а также трудности возникающие при использовании моделей на уроках физики (недостаток оборудования, сложность в создании компьютерных моделей, отсутствие необходимых моделей для применения).

Также в анкете учителя указали разделы физики в которых они бы применяли модели:



Анализ результатов анкетирования позволил сдать вывод о необходимости разработки следующих компьютерных моделей:

- работа источника постоянного тока;
- процессы происходящие в проводнике постоянного тока;
- преобразование электрической энергии в тепловую;
- модель двигателя постоянного тока;
- зависимость сопротивления проводника от температуры;
- зависимость сопротивления полупроводника от температуры;
- модель действия p-n перехода (диод);
- модель работы транзистора.

В докладе на конференции будут представлены разработанные компьютерные модели по изучению основ электрорадиотехники в курсе физики средней общеобразовательной школы.

# В.И. Ефимов (УО «ГГТУ им. П.О. Сухого», Гомель) Науч. рук. В.Б. Попов, к.т.н., доцент

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК В ТРАНСМИССИИ УНИВЕРСАЛЬНОГО ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СРЕДСТВА

В настоящее время современная наука и промышленное производство предъявляют повышенные требования к математическому моделирование сельскохозяйственных агрегатов. Компьютерное моделирование этих технических объектов позволяет в сжатые сроки с достаточно большой точностью провести исследование практически любой технической системы, установить "работоспособные" параметры, режимы работы, надежность и долговечность системы. Следует отметить, что данный метод исследования динамики сельхозмашин отличается относительно низкой себестоимостью. Наиболее качественным и доступным программным инструментом для исследования математических моделей сельскохозяйственных агрегатов являются системы компьютерной математики (СКМ) – MathCad, Maple, Matlab.

Данная работа посвящена исследованию динамических нагрузок в трансмиссии трактора в двух СКМ – MathCad и Matlab .

При исследовании динамических нагрузок в трансмиссии УЭС-2-250А вместо реального МТА принимается эквивалентная ему в динамическом отношении расчетная модель, в состав которой входят маховые массы, заменяющие отдельные вращающиеся и поступательно движущиеся массы с/х агрегата, фрикционные элементы, имитирующие работу сцепления и буксование УЭС-2-250А, упругие элементы, характеризующие податливости деталей трансмиссии, движителя и сцепки УЭС-2-250А с сельскохозяйственной машиной или орудием. Для соблюдения динамического подобия расчетной модели маховые массы выбираются так, чтобы кинетическая энергия каждой из них была равна кинетической энергии заменяемой ею массы с/х агрегата [1], [2].

Исследование динамических нагрузок в трансмиссии УЭС-2-250А было проведено на шестимассовой расчетной модели (рисунок 1).



Рисунок 1 – Динамическая система с/х агрегата

Принятые обозначения на рисунке:  $I_i$  – моменты инерции маховых масс, приведенные к коленчатому валу двигателя, из которых  $I_1$  имитирует вращающиеся и возвратно-поступательно движущиеся массы двигателя и ведущие детали сцепления,  $I_2$  – вращающиеся детали ведомой части сцепления,  $I_3$  – вращающиеся детали трансмиссии,  $I_4$  – вращающиеся массы движителя,  $I_5$  – поступательно движущуюся массу трактора,  $I_6$  – вращающиеся и поступательно движущиеся массы агрегатируемой машины;  $\Phi_1$  – фрикционная муфта, имитирующая работу сцепления;  $\Psi_2$  – фрикционная муфта, имитирующая буксование движителя УЭС-2-250A;  $e_{ij}$  – крутильные податливости, приведенные к коленчатому валу двигателя, из них  $e_{23}$  – суммарная податливость трансмиссии;  $e_{34}$  – податливость привода от ведомой шестерни главной передачи к ведущим колесам;  $e_{45}$  – податливость движителя и грунта;  $e_{56}$  – податливость тягово-сцепного устройства УЭС-2-250А.

Математическая модель трансмиссии представлена системой дифференциальных уравнений, которая модифицируется следующим образом. Если сцепление буксует ( $\phi_i \neq \omega_i$ ), то система имеет вид (1), если сцепление не буксует ( $\phi_i = \omega_i$ ), система имеет вид (2).

Система ДУ 1  

$$I_1\dot{\omega}_1 = M_{aa} - \dot{I}_{a1};$$
  
 $I_2\dot{\omega}_2 = M_{a1} - \dot{I}_{23};$   
 $\dot{M}_{23}e_{23} = \omega_2 - \omega_3;$   
 $\dot{M}_{34}e_{34} = \omega_3 - \omega_4;$   
 $\dot{M}_{34}e_{34} = \omega_3 - \omega_4;$   
 $\dot{M}_{45}e_{45} = \omega_4 - \omega_5;$   
 $\dot{M}_{56}e_{56} = \omega_5 - \omega_6;$   
 $I_3\dot{\omega}_3 = M_{23} - M_{34};$   
 $I_4\dot{\omega}_4 = M_{34} - M_{45};$   
 $I_5\dot{\omega}_5 = M_{45} - M_{56} - M_f;$   
 $I_6\dot{\omega}_6 = M_{56} - M_{20};$   
Cистема ДУ 2  
 $(I_1 + I_2)\dot{\omega}_1 = M_{aa} - \dot{I}_{23};$   
 $\dot{M}_{23}e_{23} = \omega_2 - \omega_3;$   
 $\dot{M}_{23}e_{23} = \omega_2 - \omega_3;$   
 $\dot{M}_{34}e_{34} = \omega_3 - \omega_4;$   
 $\dot{M}_{45}e_{45} = \omega_4 - \omega_5;$   
 $\dot{M}_{56}e_{56} = \omega_5 - \omega_6;$   
 $I_3\dot{\omega}_3 = M_{23} - M_{34};$   
 $I_4\dot{\omega}_4 = M_{34} - M_{45};$   
 $I_5\dot{\omega}_5 = M_{45} - M_{56} - M_f;$   
 $I_6\dot{\omega}_6 = M_{56} - M_{60};$ 

На маховые массы расчетной модели действуют моменты, приведенные к коленчатому валу двигателя:  $M\partial e$  – момент, развиваемый двигателем; Mf – момент сопротивления движению УЭС;  $M_{KP}$  – момент сопротивления агрегатируемой сельскохозяйственной машины или орудия. Момент  $M_{45}$ , развиваемый ведущими колесами УЭС, ограничен моментом их сцепления с опорной поверхностью  $M_{d2}$ .

Алгоритм реализации и исследования модели в системе MathCAD заключается в следующем: после ввода исходных данных осуществляется решение системы (1) с помощью функции rkfixed, затем выполняется анализ и вычисление значения времени, когда угловая скорость первой массы станет меньше угловой скорости второй массы, именно это числовое значение выбирается в качестве начального для решения системы (2). Выполняется графическая интерпретация полученных значений угловых скоростей и моментов для выбранного орудия, агрегатируемого с УЭС-2-250А. Затем модель исследуется для других видов агрегатируемых орудий, например, таких как культиватор, сеялка, комбайн свеклоуборочный и т.д.

В системе Matlab для решения задачи создан удобный пользовательский интерфейс, который помогает ввести исходные данные либо с клавиатуры, либо загрузить их из заранее подготовленного файла, выбрать тип навесного орудия, агрегатируемого с УЭС-2-250А, произвести расчет параметров орудия и вывести результаты расчетов в графическом виде. Интерфейс создавался с помощью специальной утилиты GUID, которую содержит Matlab. Дальнейший алгоритм реализации модели совпадает с алгоритмом, опробованным в MathCAD, но преимуществом реализации модели в Matlab является возможность перехода на блочный метод

151

моделирования в Simulink, который более нагляден и удобен при решении моделей, описываемых системами уравнений, подобных (1) и (2). Дальнейшее развитие работы предполагает создание такой блочной модели, подключение ее к графическому интерфейсу и сравнение полученных результатов моделирования. На рис. 2 приведен вид одного из окон графического интерфейса системы моделирования динамических нагрузок в трансмиссии УЭС-2-250А.

vlar			- X -	
Расчёт трансмиссии УЭС		Выбор орудия		
Задайте максимальный момент двигателя Mdvmax, Н*м=	270		m mar 10.00	
Задайте номинальный момент двигателя Mdvn, H*м=	250	вуги при вспашке на глубину	2022 CM	
Задайте угловую скорость вращения коленчатого вала двигателя при максимальном моменте Wm. pag/c=	142.35	Культиваторы лапчать	e No. 13 Vew Deert Task	
Задайте угловую скорость вращения коленчатого вала двигателя при номинальном моменте Wn, pag/c=	22817	Сеялка дисковая		
Задайте максимальную угловую скорость вращения коленчатого вала двигателя Wx, рад/с=	240.74	Лущильник дисковый	$\wedge$	
Задайте время включения сцепления TS. с=	0.5	Комбайн прицепной св	$\langle \rangle \rangle$	
Задайте коэффициент запаса сцепления BS=	2.6			
Задайте передаточное чиспо i=	2	-2	$\vee$ , $\vee$	
Задайте динамический радиус ведущего колеса трактора rd, м=	073			
Задайте ширину захвата орудия b, м=	2	Период изменения	6.3	
Задайте механический КПД трансмиссии, КРDIr=	0.95	величины Мс Т. м=		
Задайте скорость трактора V. м/о=	1.5	Удельное сопротивление	0.72	
Задайте коэффициент сопротивления движению 🛤		Степень	9.4	
Задайте эксплуатационный вес УЭС Gt, кг=	3200	неравномерности		
Выполнить расчё				
	51	<	-	
Slart		al frances in the second se		

Рисунок 2 – Вид окна графического интерфейса

Выполненная работа показала, что в СКМ достаточно эффективно можно исследовать динамические нагрузки в трансмиссии УЭС-2-250А с различными видами агрегатируемых сельхозорудий, подобрать параметры элементов трансмиссии, используя визуальное отображение результатов выполняемых исследований в графическом виде.

## Литература

1. Гуськов, В. В. Тракторы. Часть VII. Лабораторный практикум. / В. В. Гуськов. – Мн.: Вышэйш. шк., 1988. – 384 с.

2. Молибошко, Л. А. Компьютерное моделирование автомобилей: учеб. пособие для студентов специальности «Автомобилестроение» учреждений, обеспечивающих получение высшего образования / Л. А. Молибошко. – Минск, ИВЦ Минфина, 2007. – 280 с. ил.

## **А.В. Жуковский (БГУ, Минск)** Науч. рук. **А.В. Поляков,** к.ф.-м.н., доцент

## ИССЛЕДОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ ОПТОВОЛОКОННОГО ЭЛЕМЕНТА ПАМЯТИ РЕЦИРКУЛЯЦИОННОГО ТИПА

Волоконно-оптические информационные системы (ВОИС) занимают в настоящее время одно из ведущих мест среди устройств, предназначенных для высокоскоростной передачи и обработки потоков данных. Перспективным направлением развития ВОИС является разработка волоконно-оптических динамических запоминающих устройств (ВОДЗУ) регенеративного типа, которые могут использоваться в качестве быстродействующей динамической буферной памяти в оптических процессорах, оптоволоконных линиях связи; при исследовании быстропротекающих процессов для записи, хранения и обработке поступающих с большой скоростью оптических информационных полей и т.п. В таких оптоволоконных системах существует возможность организации по одному световоду одновременно нескольких информационных каналов, используя DWDM-технологию. Использование в качестве линейного усилителя непосредственно в оптоволоконной петле рециркуляции и усилителя мощности двух волоконно-оптических эрбиевых усилителей исключает применение электронных усилителей на выходе каждого фотоприемника и обеспечивает регенерацию циркулирующих информационных сигналов непосредственно в оптическом диапазоне, что обеспечивает работу с гигагерцовыми скоростями записи информационного оптического потока.

На основе разработанной математической модели был проведен многопараметрический анализ процесса рециркуляции информационного потока в замкнутом оптоэлектронном контуре с учетом шумовых источников, временного джиттера, нелинейных эффектов, а также эффекта межсимвольных помех. Установлено, что в начале при увеличении коэффициента усиления волоконно-оптического эрбиевого усилителя мощности время хранения при заданной вероятности ошибок начинает расти, поскольку определяется отношением сигнал/шум на выходе фотоприемника. При дальнейшем увеличении коэффициента усиления время хранения перестает изменяться и принимает постоянное значение (рисунок 1). Данное явление связано с тем, что определяющее ограничение на время хранения информации начинают оказывать уже не источники амплитудных шумов, а временные флуктуации положения информационных импульсов относительного своего тактового интервала (временной джиттер) возникающие вследствие дисперсии групповой скорости оптического сигнала в волокне. Данную зависимость следует учитывать при выборе величины коэффициента усиления оптического усилителя мощности, чтобы избежать излишних энергозатрат.



## Рисунок 1 – Время хранения информации в ВОДЗУ при различных коэффициентах усиления волоконно-оптического эрбиевого усилителя мощности

Внедрение технологии спектрального уплотнения *WDM/DWDM*, которая ведет к значительному возрастанию вводимой в волоконный световод (ВС) мощности излучения, а также повышение скорости передачи до 10 Гбит/с и выше требует учета нелинейных эффектов в ВС при исследовании волоконно-оптических информационных систем. На рисунке 2 представлено относительное изменение длительности циркулирующих импульсов  $\tau/T_i$ , где  $T_i$  – величина тактового интервала. Получено, что под влиянием фазовой автомодуляции, связанной с зависимостью показателя преломления волокна от оптической мощности, в процессе рециркуляции длительность информационных импульсов сначала уменьшается, а затем увеличивается. Данный эффект усиливается с возрастанием передаваемой мощности (т.е. увеличением числа информационных каналов) и оказывает существенное влияние на информационные параметры оптоволоконной памяти.

Показано, что совместное влияние амплитудных флуктуаций, явления временного джиттера и эффекта межсимвольных помех приводит к появлению максимума времени хранения в зависимости от длины оптоволоконной петли (рисунок 3). Это позволяет выбирать длину волоконного световода с компенсацией дисперсии в бинарной вариативной оптической памяти, обеспечивающую наилучшие информационные параметры при заданной скорости поступления потока информации.



Рисунок 2 – Влияние фазовой автомодуляции на динамику изменения длительности циркулирующих импульсов при различном числе информационных каналов *k* 



1 – с учетом джиттера Гордона-Хауса; 2 – без учета временного джиттера

Рисунок 3 – Зависимость времени хранения информации от длины волоконно-оптической петли рециркуляции для скорости информационного потока *B*=10 Гбит/с

Таким образом, для оценки возможностей использования рассматриваемых ВОДЗУ в качестве быстродействующей буферной памяти проведены исследования времени хранения цифрового информационного потока при заданной вероятности ошибки. Выявлены закономерности влияния режимов работы элементов контура на предельно достижимые информационные характеристики.

## **Ю.А. Зубарева (УО «ГГТУ им. П.О. Сухого», Гомель)** Науч. рук. **И.А. Концевой,** ст. преподаватель

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ТЕПЛОВОГО ПОЛЯ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО СВЕРХПРОВОДНИКА

В работе изучены амплитудные, частотные и гистерезисные свойства тепловых колебаний, возбуждаемых поверхностным импульснопериодическим источником энергии в высокотемпературной сверхпроводящей керамике  $Y_{0,8} - Sm_{0,2} - Ba_2 - Cu_3 - O_{7-x}$ . Теплофизическая модель включает в себя уравнение баланса энергии и закон Максвелла релаксационного теплопереноса [1]. Вынужденные колебания возбуждаются поверхностным источником энергии, действующим на левую границу образца:

$$q(x=0,t) = q_0(t), \ T(x=h,t) = T_w \equiv \text{const}; \ q(x,t=0) = 0,$$
  
 $T(x,t=0) = T_w,$ 

где *x* – декартова координата; *t* – время; *q* – удельный тепловой поток; *T* – температура. Образец материала представляет собой плоскую пластину толщины *h*, расположенную перпендикулярно вектору теплового потока, направленного на пластину. Здесь  $q_0(t)$  – плотность потока энергии, по-глощенной поверхностью образца материала,  $T_w$  – температура правой стенки;  $x \in [0,h]$ ,  $t \ge 0$ . Импульсно-периодическое тепловое воздействие на материал изучено для двух вариантов: 1) постоянная частота колебаний,  $q_0(t) = H(\sin(pt/2))^2$ ; p, H - const; 2) частота возбуждения p(t) – немонотонная функция времени,  $q_0(t) = H(\sin(P(t)/2))^2$ , p(t) = dP(t)/dt.

Решение краевой задачи выполнено численным методом интегральных соотношений А. А. Дородницына. Расчеты выполнены для трех типов нелинейности. Отметим следующие полученные результаты.

1. Анализ резонансных свойств колебаний при постоянной частоте [2], позволил установить, что в линейном случае добротность резонатора – функция  $K_1(p/\omega_1)$ , где  $\omega_1$  – первая собственная частота, достигает максимум при  $p/\omega_1 = 0,5$ . Под влиянием же физической нелинейности температуропроводности a(T) пики резонансных кривых  $K_1 = K_1(p/\omega_1)$  отклоняются влево или вправо от этого максимума, причем ведущую роль здесь играет параметр неравновесности  $\Gamma$ , который весьма чувствителен к изменению толщины образца h.

2. При переменной частоте p(t) влияние параметра h проявляется одинаково: чем тоньше образец, тем больше площадь петли S на плоскости  $(p, K_2)$  «частота – добротность». Столь же чувствительны гистерезисные свойства нелинейных колебаний к длительности всплеска теплового импульса: чем меньше длительность всплеска и/или чем больше  $\Gamma$ , тем сильнее проявляются релаксационные свойства тепло-переноса.

3. При фиксированном h зависимость площади петли гистерезиса от параметров процесса одинаковая в качественном отношении для линейной и нелинейной задач. Количественные различия между линейной и нелинейной задачами проявляются по-разному: возможны ситуации, когда учет нелинейности снижает проявление гистерезисных свойств.

4. С ростом параметра неравновесности  $\Gamma$  гистерезис проявляется в значительной степени именно в нелинейных теплофизических условиях. Так, при росте  $\Gamma > 0$  после перехода порогового значения  $\Gamma = \Gamma_*$  происходит инверсия: меняется вид неравенства [меньше/больше] между площадями петель частотного гистерезиса для линейной и нелинейной задач. Отметим, что для нелинейных вынужденных тепловых колебаний существование порога  $\Gamma = \Gamma_*$  в динамических гистерезисных процессах подтверждается практикой наших расчетов и результатами исследования модельных задач [2].

Данная работа выполнена в рамках госпрограммы «Энергоэффективность 1.10.3». Научный руководитель проекта профессор О. Н. Шабловский.

#### Литература

1. Жоу, Д. Расширенная необратимая термодинамика / Д. Жоу, Х. Касас-Баскос, Дж. Лебон. – Москва–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2006. – 528 с.

2.Шабловский, О. Н. Нелинейные свойства вынужденных колебаний локально-неравновесного теплового поля / О. Н. Шабловский, И. А. Концевой // Тепловые процессы в технике, 2010. – Т. 2. – № 6. – С. 267–274.

## Г.А. Зубов (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель) Науч. рук. М.И. Жадан, к.ф.-м.н., доцент

## ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ИГРОВОМ ПРОГРАММНОМ ОБЕСПЕЧЕНИИ

В связи с ростом производства мобильных устройств и увеличением их мощности, возрастает и сложность программного обеспечения для них. Особенно это заметно в игровом программном обеспечении. Во многих игровых приложения используется трехмерная графика и физические модели различной точности и реалистичности. Реализм в игровых приложениях увеличивает популярность и получаемую от них прибыль.

Farseer Physics Engine – набор инструментов для обработки физических явлений, разработанный специально для использования вместе с программным пакетом XNA Game Studio для мобильной платформы Windows Phone 7. XNA Game Studio позволяет объединить в одной системе различные аспекты разработки игрового программного обеспечения, такие как отображение игровой графики, звуковое сопровождение, обработка команд устройств ввода, а также игровой логики. Подмножеством последней как раз и является физическая модель.

Farseer Physics Engine предоставляет набор классов для физического описания игрового мира, которые позволяют устанавливать вектор гравитации в игровом пространстве, описывать физические тела, соединения между физическими телами, различные геометрические фигуры. Также реализована обработка коллизий между физическими объектами, группировка их в различных категориях, применение к объектам силы и импульса различной величины. В рамках предоставляемых средств можно сконструировать достаточно подробную физическую модель взаимодействий между телами. Программный пакет также предоставляет средства для генерации графических текстур по физическим объектам, средства для конвертации координат, работы с многоугольниками и вершинами.

В ходе работы было спроектировано и разработано игровое приложение жанра «головоломка» с обработкой соударений между физическими объектами, гравитацией, действующей на игровые объекты и генерацией текстур. Также для моделирования взрывов используются средства Farseer Physics Engine, позволяющие прикладывать силу определенного направления и модуля к различным физическим объектам. В процессе разработки широко используются концепции объектно-ориентированного программирования, а также различные паттерны проектирования.

Функционал данного игрового приложения может быть расширен в зависимости от потребностей разработчика.

## А.А. Капанский (УО «ГГТУ им. П.О. Сухого», Гомель) Науч. рук. Д.Р. Мороз, к.т.н.; А.С. Фиков, к.т.н.

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ КОРОТКИХ ЗАМЫКАНИЯХ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЯХ**

Наиболее распространенными видами повреждений в распределительных сетях являются однофазные замыкания на землю [1]. Чтобы произвести оценку состояния электроэнергетической системы при коротких замыканиях, необходимо разработать модель переходных процессов в сложных распределительных сетях. Расчет электромагнитных переходных процессов в переходных режимах связан с составлением и решением интегро-дифференциальных уравнений электрической цепи, позволяющих установить по какому закону и как долго будет наблюдаться заметное отклонение токов в ветвях и напряжений на участках цепи от их установившихся значений.

При исследовании расчета переходных процессов в сложных электрических сетях возникают трудности в разработке алгоритма составления систем дифференциальных уравнений, позволяющих находить токи и напряжения на любом участке электрической цепи при коротком замыкании в заданной точке схемы электроснабжения. Разработка такого алгоритма позволит автоматизировать расчет переходных процессов, что в свою очередь позволит уменьшить трудоемкость вычислительных работ инженера-проектировщика, основной задачей которого будет являться лишь подготовка исходных данных и анализ полученных результатов.

Математическая задача расчета переходного процесса сводится к решению дифференциальных уравнений, составленных для цепи после коммутации на основе законов Кирхгофа, методов контурных токов или другими методами и компонентными уравнениями. Поскольку закон изменения токов и напряжений в цепи при переходном процессе неизвестен и подлежит определению, то связи между током и напряжением на катушке и конденсаторе необходимо включать в уравнение цепи в общей форме [2]:

$$u_L = L \frac{di_L}{dt}; \ i_C = C \frac{du_C}{dt}.$$
 (1)

Формирование систем дифференциальных уравнений базируется на использовании уравнений Кирхгофа и компонентных уравнений.

Отличительной чертой предлагаемого метода расчета переходных процессов является дифференцирование уравнений составленных

по первому закону Кирхгофа. Такой подход позволяет избежать операций по замене нереактивных токов переменными состояния и получить систему дифференциальных уравнений всех токов в цепи.

При составлении уравнений второго закона Кирхгофа, контуры должны выбираться таким образом, что бы были включены все индуктивности схемы, а количество неизвестных первых производных токов в данной системе должно быть не меньше, чем:

$$Y = x_{ni} - (\acute{O} - 1) \tag{2}$$

где  $x_{ni}$  – общее количество неизвестных токов в схеме,  $\acute{O}$  – количество узлов в расчетной схеме.

Это условие необходимо для того, что бы количество искомых переменных (первых производных токов) было не меньше количества уравнений.

На следующем этапе определяется количество емкостных элементов в схеме, соответствующее количеству компонентных уравнений. Компонентными уравнениями являются уравнения характеризующие изменение напряжения на емкости во времени. Составление этих уравнений предлагается для приведения системы дифференциальных уравнений состояния к первому порядку.

После составления системы дифференциальных уравнений основной задачей является приведение уравнений к форме Коши. Для реализации такой задачи предлагается применять символьное решение уравнений относительно первых производных токов и напряжений схемы, решая систему методом Гаусса.

$$\begin{cases} a_{11} \cdot y_1 + a_{12} \cdot y_2 \dots a_{1n} \cdot y_n = b_1 \\ a_{21} \cdot y_1 + a_{22} \cdot y_2 \dots a_{2n} \cdot y_n = b_1 \\ \dots \\ a_{m1} \cdot y_1 + a_{m2} \cdot y_2 \dots a_{mn} \cdot y_n = b_m \end{cases}$$
(3)

где  $a_{1n}$  – коэффициенты, содержащие численные значения сопротивлений и индуктивностей схемы;  $b_m$  – коэффициенты, содержащие численные значения источников питания и символьные значения переменных состояния схемы.

Решение сформированных уравнений должно сводиться к следующей системе:

где  $f_n$  – значения напряжений источников питания ( $f_n = \sin(\omega t + \psi)$ ).

Решение данной системы уравнений производится путем численного интегрирования неизвестных.

### Литература

1. Худяков, В. В. Повышение надежности электрических сетей / В. В. Худяков // Электротехника. – 2011. – № 9. – С. 6–11.

2. Мартынов, В. А. Математическая модель несимметричных переходных процессов электрической машины // Электричество. – 2006. – № 12. – С. 40–45.

## А.А. Климов (УО «ГГТУ им. П.О. Сухого», Гомель) Науч. рук. В.Б. Попов, к.т.н., доцент

## СНИЖЕНИЕ ДИСИПАТИВНЫХ ПОТЕРЬ В МЕХАНИЗМЕ НАВЕСКИ ТРАКТОРА БЕЛАРУС 2522

В настоящее время среди ведущих производителей мобильных сельскохозяйственных машин наметилась тенденция к переходу от производства самоходных специализированных уборочных машин к уборочным комплексам, в том числе на базе трактора Белорус 2522. Появление в шлейфе навесных машин тяжелых адаптеров – навесных кормоуборочных, свеклоуборочных, зерноуборочных и картофелеуборочных комбайнов массой от 3600 до 4600 кг повышает требования к их агрегатированию с энергосредством. Так, например, возрастают требования к грузоподъемности подъемно-навесного устройства (ПНУ) и, в частности, к основному компоненту ПНУ – механизму навески (МН). Фактически его структурная модель сложилась (на плоскости – одноподвижный восьмизвенный шарнирно-рычажный механизм) и длительное время остается неизменной, а изыскание резерва грузоподъемности должно обеспечиваться в первую очередь за счет оптимизации параметров МН. Одним из способов обеспечения грузоподъемности на требуемом уровне является повышение коэффициента полезного действия (КПД) МН.

Потери энергии на трение в шарнирах при переводе навесной уборочной машины из рабочего положения в транспортное в среднем составляет 17–23 % от ее общей величины. Коэффициент полезного действия в процессе подъема навесной машины не остается постоянным, причем переменными оказываются как его средняя величина, так и экстремальные значения. Поэтому снижение величины диссипативных потерь напрямую способствует повышению грузоподъемности ПНУ.

Приведенная к штоку ГЦ сила трения определяется по результатам кинематического и силового анализа:

$$F_{mp}^{np}(S) = F_{mpy} + r \cdot f_{mp} \cdot \left\{ \sum_{i=1}^{7} R_{0i}(S) \cdot \varphi'_{i}(S) + \sum R_{ij}(S) \cdot \left[ \varphi'_{i}(S) \pm \varphi'_{i+1}(S) \right] \right\},\$$

где r – радиус шарниров;  $f_{mp}$  – коэффициент трения;  $R_{ij}$  – силы реакций соответственно в неподвижных и подвижных шарнирах МН;  $\varphi'_i(S)$  – аналоги угловых скоростей звеньев МН;  $F_{mpy}$  – сила трения манжеты ГЦ.

$$F_{\rm int} = \pi \cdot D \cdot l \cdot f_{\rm c} \cdot p_{\rm m},$$

где D – диаметр поршня ГЦ; l – ширина манжеты;  $f_c$  – коэффициент трения манжеты о гильзу ГЦ;  $p_m$  – среднее давление в напорной полости ГЦ.

Величина силы трения в шарнире зависит от условий эксплуатации кинематических пар, материала и скорости относительного перемещения, трущихся поверхностей, нагрузки в трущейся паре, геометрии шарнира и некоторых других параметров. Для аналитического определения сил трения в кинематических парах были использованы математические модели геометрического, кинематического и силового анализа МН.

С помощью программных модулей (Turbo-Pascal), разработанных на ПЭВМ типа IBM PC, был поставлен вычислительный эксперимент и выполнено исследование изменения КПД в зависимости от вышеупомянутых параметров в процессе перевода навесной уборочной машины из рабочего в транспортное положение.

Функциональные математические модели анализа, параметрические и функциональные ограничения, а также целевая функция составили основу математической модели оптимизационного параметрического синтеза внутренних параметров МН. Целевая функция представляла собой интегральную характеристику энергетических потерь на трение, сформированную из показателей качества (части выходных параметров) функционирования МН.

$$\underline{\mu} \Phi = k_1 \frac{I_{cp}}{I_{max}} + k_2 \frac{\eta_{cp}}{\eta_{max}} + k_3 \frac{R_{03}^c}{R_{03}^{max}}.$$
162

Сформированная оптимизационная модель нелинейного программирования решалась по методу штрафных функций.

S	G <sub>m</sub> (S)	GS6(S)	R03(S)	R05(S)	R07(S)	$F_{TP}(S)$	η(S)
[M]	[ĸH]	[ĸH]	[ĸH]	[ĸH]	[ĸH]	[ĸH]	
0,49	*	*	*	*	*	*	*
0,515	63,569	71,1841	56,9271	27,0411	36,6214	12,4916	0,72
0,54	66,4224	70,2908	57,2458	26,1571	36,2168	11,118	0,746
0,565	68,4828	69,2572	57,8901	25,5119	36,1208	10,4831	0,767
0,59	70,0953	68,1496	58,7503	25,0376	36,2899	10,2213	0,793
0,615	71,4485	66,9928	59,7975	24,701	36,7056	10,2026	0,831
0,64	72,6657	65,7934	61,0436	24,4868	37,3652	10,3794	0,807
0,665	73,831	64,5507	62,5286	24,3874	38,2755	10,7466	0,784
0,69	75,0108	63,2613	64,3263	24,4027	39,4528	11,3348	0,779
0,715	76,262	61,9166	66,5559	24,5319	40,919	12,2171	0,773
0,74	77,6356	60,5107	69,411	24,7809	42,6964	13,5507	0,769

Таблица 1 – Результаты расчета выходных параметров ПНУ

Достигнутое в результате проведенного исследования 5–6 % сокращение диссипативных потерь для тяжело нагруженного МН (3600–4600 кг) создает внутренний резерв увеличения грузоподъемности ПНУ. Алгоритм решения поставленной задачи снижения потерь на трение может быть использован также в механизмах навески других колесных тракторов БЕЛАРУС.

#### Литература

1.Попов, В. Б. Анализ навесных устройств универсального энергосредства «Полесье-250» / В. Б. Попов // Тракторы и сельскохозяйственные машины. – 1990. – № 12. – С. 11–14.

2. Попов, В. Б. Аналитические выражения кинематических передаточных функций механизмов навески энергоносителей / В. Б. Попов // Вестник ГГТУ им. П. О. Сухого. – 2000. – № 2. – С. 25–29.

3. Артоболевский, И. И. Теория механизмов и машин / И. И. Артоболевский – М.: Машиностроение, 1988. – 640 с.

# Н.Ю. Кобзарь (УО «ГГТУ им. П.О. Сухого», Гомель) Науч. рук. Д.Г. Кроль, к.ф.-м.н.

# ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ С ОБЪЕМНЫМИ ИСТОЧНИКАМИ ЭНЕРГИИ

Теплофизическая модель «среда – объемный источник энергии» имеет широкое распространение в теории горения, в газовой динамике, в физике твердого тела и др. В данном докладе приводятся результаты воздействия объемного источника энергии на неподвижную сплошную среду, обладающую «тепловой памятью». Прикладные аспекты проведенного исследования связаны с проблемой возникновения нелинейных колебаний и периодических структур при взрывной кристаллизации аморфных пленок, напыленных на подложку [1].

Локально-неравновесная модель переноса тепла состоит из уравнения для теплового потока [2] и уравнения баланса энергии

$$q + \gamma \frac{\partial q}{\partial t} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}, c \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = q_v, \qquad (1)$$

Здесь основные обозначения общепринятые;  $\gamma$  – время релаксации теплового потока;  $q_{\nu}(T,t)$  – мощность внутренних источников энергии.

Цель работы: изучить генерацию периодических локально-неравновесных тепловых полей объемным источником энергии.

Рассмотрим эволюционные процессы в классе решений «бегущая волна», когда T = T(z), q = q(z), z = x + bt,  $b \equiv \text{const.}$  На основе системы уравнений (1) решаем обратную задачу, а именно: постулируем физически содержательную зависимость T(z) либо q(z) и вычисляем  $q_v(z)$ . Это дает возможность определить температурную зависимость источника энергии  $q_v(T)$  и замкнуть задачу. Параметр *b* представляет собой безразмерную скорость бегущей волны (тепловое число Маха), распространяющейся влево (b > 0) либо вправо (b < 0). В качестве масштаба скорости принята скорость  $w = [\lambda/(c\gamma)]^{1/2}$  распространения тепловых возмущений. Характерные масштабы теплофизических параметров взяты такими, что в безразмерных переменных имеем  $\lambda = 1$ , c = 1,  $\gamma = 1$ . Следовательно, имеем «дозвуковой» процесс, если |b| < 1; процесс «сверхзвуковой», если |b| > 1. Обнаружено существование нетривиальных ситуаций при взаимодействии источника энергии со средой, а именно: монотонный источник (сток)  $q_v(T)$  при определенных обстоятельствах инициирует формирование периодических по z = x + bt тепловых полей. В качестве примера на рисунке 1 даны три варианта зависимости  $q_v(T)$ : два дозвуковых варианта – на рисунке 1а,б; один сверхзвуковой вариант – на рисунке 1в. На плоскости  $(T, q_v)$  наблюдаем гистерезисные кривые, причем имеются случаи самопересечения гистерезисной кривой. Отметим рисунок 1б, где гистерезис практически отсутствует, и функция источника  $q_v(T)$  – монотонная и знакопеременная.



Рисунок 1 – Гистерезисные свойства объемного источника энергии  $q_v(T)$ 

Таким образом, объемный источник энергии  $q_v = q_v(T)$ , возбуждающий одномерные автомодельные периодические по z = x + bt тепловые поля, обладает следующими свойствами. В локально-неравновесной среде ( $\gamma > 0$ ) наблюдаются существенные различия между дозвуковыми и сверхзвуковыми тепловыми процессами. Генерация периодических полей может происходить под действием положительного, отрицательного или знакопеременного источника, не обладающего гистерезисной зависимостью  $q_v(T)$ : в этом случае на плоскости ( $T, q_v$ ) имеем монотонную либо немонотонную однозначную по отношению к аргументу T линию.

Данная работа выполнена в рамках госпрограммы «Энергоэффективность 1.10.3». Научный руководитель проекта профессор О. Н. Шабловский.

#### Литература

1. Шабловский, О. Н. Феноменологическая оценка времени тепловой релаксации при взрывной кристаллизации аморфных пленок германия /

165

О. Н. Шабловский, Д. Г. Кроль // Тепловые процессы в технике. – 2010. – № 5. – С. 203–208.

2. Жоу, Д. Расширенная необратимая термодинамика / Д. Жоу, Х. Касас – Баскес, Дж. Лебон. – Москва – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2006. – 528 с.

## Ж.В. Колядко (УО «МГПУ им. И.П. Шамякина», Мозырь) Науч. рук. В.В. Шепелевич, д.ф.-м.н., профессор

# ФОРМИРОВАНИЕ ТЁМНОГО СОЛИТОНА ВЫСШЕГО ПОРЯДКА В ПОГЛОЩАЮЩЕМ, КУБИЧЕСКОМ, ОПТИЧЕСКИ АКТИВНОМ ФОТОРЕФРАКТИВНОМ КРИСТАЛЛЕ

Формирование солитонов высших порядков [1] зависит от типа начальных условий [2] и ширины входного пучка. Первое условие называется «*нечётным*» условием или «фазовым скачком». Оно связано с задержкой фазы на 180<sup>0</sup>, введённой в половину пучка (фазовая неоднородность). Второе условие называется «*чётным*» или «амплитудным скачком». Оно связано с симметричным падением амплитуды вблизи центра светового пучка (амплитудная неоднородность) без изменения фазы пучка.

Рассмотрим распространение тёмного нечётного (рисунок 1) светового пучка в поглощающем, кубическом оптически активном фоторефрактивном кристалле класса 23 с плоскостью среза ( $\overline{1} \ \overline{1} 0$ ), к которому приложено внешнее электрическое поле [3].

В расчётах используем параметры, близкие к параметрам кристалла BSO:  $n_0 = 2.54$ ,  $r_{41} = 5 \cdot 10 \cdot 12 \text{ м/B}$ ,  $\rho = 22 \text{ град/мм}$ . Длина световой волны однородного светового фона  $\lambda = 0.6328 \text{ мкм}$ ,  $I_d = 5 \cdot 10^{-3} \text{ BT/m}^2$ ,  $\alpha = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^{-1}$ . Рассмотрим случай, когда внешнее электрическое поле  $\vec{E}_0$  параллельно кристаллографическому направлению  $[1\overline{1}\ \overline{1}\ \overline{1}]$ .



Рисунок 1 – Распределение светового поля тёмного светового пучка полушириной 15 мкм на входе в кристалл

В отсутствие внешнего электрического поля за счет дифракции происходит расширение тёмной области светового пучка с начальной полушириной  $x_0 = 15$  мкм (рисунок 1) и увеличение интенсивности на его краях (рисунок 2,  $a_1$ - $B_1$ ).

При значении напряженности внешнего электрического поля  $E_0$ =-60 В/см, приложенного к кристаллу, можно наблюдать формирование тёмного фундаментального квазисолитона (рисунок 2, a<sub>2</sub>-в<sub>2</sub>), соответствующего самому низкому порядку тёмного солитона. Тёмная полоса может быть разбита на многократные каналы (переход от солитонов низких порядков к солитонам более высоких порядков [4]) в результате распространения в кристалле, к которому приложено внешнее электрическое поле двумя способами. Первый связан с увеличением напряженности внешнего электрического поля (рисунок 2, a<sub>3</sub>-в<sub>3</sub>, x<sub>0</sub> = 15 мкм, E<sub>0</sub>=-300 кВ/см,), а второй – с увеличением полуширины тёмного светового пучка (рисунок 2, a<sub>4</sub>-в<sub>4</sub>, x<sub>0</sub> = 30 мкм, E<sub>0</sub>=-150 кВ/см).

Оптическая активность влияет не только на поляризацию светового поля, но и на интенсивность распространяющегося тёмного светового пучка, так кривые 2 (распространение с учётом оптической активности) на рисунке 2 практически совпадает с кривыми 3 (распространение без учёта оптической активности). На рисунке 2, а<sub>1</sub> кривые 2 и 3 совпадают, так как в этом случае оптическая активность приводит только к повороту плоскости поляризации без изменения относительной интенсивности светового пучка. Отметим, что на рисунке 2 в случаях (б) и (в) распределение светового поля показано с учетом оптической активности кристалла. Таким образом, для перехода от тёмного солитона низшего порядка к темному солитону высшего порядка необходимо увеличение значения внешнего электрического поля или изменение полуширины исходного тёмного светового пучка.

167



Рисунок 2 – Распространение нечётного тёмного светового пучка с полушириной 15 мкм при  $E_0 = 0$  ( $a_1$ - $B_1$ ),  $E_0 = -60$  B/см ( $a_2$ - $B_2$ ),

E<sub>0</sub> = -300 В/см (а<sub>3</sub>-в<sub>3</sub>), с полушириной 30 мкм при E<sub>0</sub> = -150 В/см (а<sub>4</sub>в<sub>4</sub>). Относительная интенсивность на входе (кривая 1) и выходе из кристалла с учётом оптической активности (кривая 2) и без её учета (кривая 3) (а<sub>1</sub>-а<sub>4</sub>). Распределение светового поля по толщине кристалла толщиной 15 мм (б<sub>1</sub>б<sub>4</sub>). Распределение светового поля тёмного светового пучка на выходе из кристалла (в<sub>1</sub>-в<sub>4</sub>)

#### Литература

1. Mendez-Otero, M. M. High order dark spatial solitons in photorefractive  $Bi_{12}TiO_{20}$  crystal / M. M. Mendez-Otero [et al.] // Opt. Commun. – 2001. – Vol. 193. – P. 277–282.

2. Iturbe Castillo, M. D. (1+1)-Dimension dark spatial solitons un photore-fractive  $Bi_{12}TiO_{20}$  crystal / M.D. Iturbe Castillo [et al.] // Opt. Commun. – 1995. – Vol. 118. – P. 515–519.

3. Шепелевич, В. В. Взаимодействие экранирующих солитонов в кубических оптичесик активных фоторефрактивных кристаллах / В. В. Шепелевич [и др.] // Квантовая электроника. – 2005. – Т. 33. № 4. – С. 351– 355.

4. Chen, Z. Sequential formation of multiple dark photorefractive spatial solitons: experiments and theory / Z. Chen [et al.] // J. Opt. Soc. Am. B. – 1997. – Vol. 14, No. 6. – P. 1407–1417.

## В.С. Коржов (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель) Науч. рук. О.М. Дерюжкова, к.ф.-м.н., доцент

# ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЁТЫ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ В СИСТЕМЕ МАТLAB

MathWorks MATLAB представляет собой основу всего семейства продуктов MathWorks и является главным инструментом для решения широкого спектра научных и прикладных задач, в таких областях как: моделирование объектов и разработка систем управления, проектирование коммуникационных систем, обработка сигналов, изображений и экспериментальных данных, измерение сигналов и тестирование, финансовое моделирование и другие. Кроме того, среда MATLAB может оказать заметную помощь студенту в изучении физики, так как позволяет освоить методы создания и исследования моделей физических явлений. При желании среда MATLAB тесно интегрируется с вычислительной средой Simulink, образуя мощную систему инженерных расчётов любого уровня сложности. Регулярно выпускаются обновления, а также разрабатываются так называемые тулбоксы (*Toolboxes*) и блоксеты (*Blocksets*), позволяющие упростить и повысить эффективность проведения расчетов для разнообразных систем и их компонент.

Тулбоксы и блоксеты – результат многолетнего развития продукта МАТLAB, в процессе которого разработчики ориентировались на различных пользователей. Тулбоксы представляют собой набор М-файлов (Model Files), т.е. функций в системе MATLAB, под частные классы задач: обработка сигналов, моделирование, построение фильтра калмана [1]. М-файлы, в свою очередь, представляют собой набор обыкновенных текстовых файлов с расширением \*.m, код которых выполняется в командном окне (Command Window) MATLAB. Таким образом, пользователь имеет возможность использовать одинаковые функции в различных проектах, не отвлекаясь на детали и экономя значительную часть своего времени. М-файлы можно условно разделить на файлы-программы (Script M-Files) и файлы-функции (Function M-Files), создание которых осуществляется в контекстном меню программы (см. рисунок 1).

File Edit Debug Parallel	Desktop	Window Help		
New		Script	Ctrl+N	министратор\Documents\MATLAB 👻 📖 🖻
Open	Ctrl+0	Function		
Close Command Window Ct	Ctrl+W	Class		→ □ × Wor
		Enumeration		500

Рисунок 1 – Создание М-файла

Интерфейс программы представлен различными окнами. Стандартный набор показан на рисунке 2.

MATLAB 7.12.0 (R2011a)				
File Edit Debug Para	llel Desktop Window Help	1		
: 🗋 🙆 👗 🛍 🤊	🕅 🦓 🗐 🖉 C:\Users\	Администратор	\Documents\MATLAB	▼ €
Shortcuts 🖪 How to Add	What's New			
Current F 🖛 🗖 🍖 🗙	Command Window	× 5 ⊡ 1+	Workspace	× 5 ⊡ 1+
📕 « M 🔻 🔎 🛅 »	>> fu=sqrt(26) 3			Select 👻
🗋 Name 🔺	fu =		Name 🔺 🛛 4	Value
2	5.0990			
	>> clear			
Defaile Y	$f_{\star} >>$		• [ m	•
vetails •			Command History	+1 🗖 🗖 🗙
			clear	*
			<b>5</b> 20	12 18:30
Select a file to view details			2+2	
				12 13:191
			fu=sqrt(26	,) 
* +			× [	
📣 Start				

1 – Контекстное меню; 2 – Current Folder;

3 – Command Window; 4 – Workspace; 5 – Command History

## Рисунок 2 – Интерфейс МАТLAВ

Первое окно представляет собой классическое контекстное меню со стандартным набором основных команд: создание/сохранение фалов, распечатка документа, пошаговое выполнение расчётов, поведение окна МАТLAB в операционной оболочке и прочие. К слову, разработчиками заявлена совместимость программы не только с Windows, а также с такими операционными системами, как MacOS или Linux. Окно «Текущая папка» (*Current Folder*) оповещает об М-файлах, найденных в пользовательской папке. Важнейшим окном программной среды можно назвать «Командное окно» (*Command window*). В этом окне вводятся данные, подлежащие расчёту, а также системные команды. Например, команда **clear**, очищающая имена всех заданных переменных в процессе вычислений. Имена этих переменных до очищения накапливаются в окне «Рабочее пространство» (*Workspace*). А окно «История команд» (*Command History*) отображает все вводимые пользователем в среду данные.

Рассмотрим пример численного решения задачи в системе МАТLAB. Снаряд вылетает из пушки под углом  $\alpha = 42^{\circ}$  к горизонту с начальной скоростью  $v_0 = 350$  м/с. Через какой промежуток времени его расстояние (не проекция) от точки выстрела будет равно 2.75 км? Сопротивление воздуха не учитывать. Пусть s – модуль вектора расстояния, тогда его значение будет равно корню квадратному из суммы квадратов проекций на две оси координат. Решению задачи соответствуют нули функции:

$$F(t) = s - \sqrt{(tv_0 \cos \alpha)^2 + (tv_0 \sin \alpha - \frac{gt^2}{2})^2} = 0, \tag{1}$$

где t – время полёта, g – ускорение свободного падения.

Для решения подобного рода задач необходимо построить график – средства MATLAB это позволяют (см. рисунок 3):

```
>> clear
>> u=42/180*pi; g=9.81; v0=350; s=2750;
>> t=[0:0.05:30];
>> y1=s-sqrt((v0*cos(u)*t).^2+(v0*sin(u)*t-(g/2)*t.^2).^2);
>> plot(t,y1)
>> grid on
>> title('График зависимости расстояния от времени')
>> xlabel('t, c')
>> ylabel('s, м')
```

Рисунок 3 – Построение графика в системе MATLAB



Рисунок 4 – График решения в системе MATLAB

Из графика на рисунке 4 находим, что решение лежит в отрезке [5; 10]. Теперь для решения применим метод половинного деления, сопоставив ему решение, полученное с помощью встроенной функции FZERO системы MATLAB (рисунки 5 и 6).

## Рисунок 5 – Метод половинного деления в системе MATLAB

# Рисунок 6 – Функция FZERO в системе MATLAB

Как мы можем заметить, результаты вычислений совпадают. Действительно, подставив вычисленное значение аргумента в функцию F(t) (уравнение (1)), получаем

$$F(8.4983) = 0.$$

Таким образом, через восемь с половиной секунд ядро окажется на расстоянии более 2750 метров от пушки. Хотелось бы подчеркнуть, что встроенная функция даёт тот же результат, что и метод половинного деления, но уже с меньшими затратами усилий, позволяя пользователю сэкономить своё время для выполнения более серьёзных физических задач.

Использование системы MATLAB позволяет не только освоить методы численной реализации модели, наглядной интерпретации полученных результатов, но и дает углубленное понимание физической природы моделируемого явления.

#### Литература

1. Кирьянов, Д. В. Mathcad 12. Наиболее полное руководство / Д. В. Кирьянов. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 566 с.

## Д.С. Котов, Е.В. Верхотурова (БГУ, г. Минск) Науч. рук. В.А. Саечников, д.ф.-м.н., профессор

## ЭКСПРЕСС-МЕТОД ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЗОН ЗАРАЖЕНИЯ СИЛЬНОДЕЙСТВУЮЩИМИ ЯДОВИТЫМИ ВЕЩЕСТВАМИ

Руководствуясь нормативными документами, разработаны теоретические основы расчета зоны заражения экспересс-методом при выбросах и проливе сильнодействующих ядовитых веществ (СДЯВ).

Предложено, для описания глубины зоны заражения от эквивалентного количества СДЯВ использовать два полинома:

$$\Gamma = \begin{cases} \sum_{i=1}^{6} a_i Q_s^i, & \text{при} \quad 0,01 \le Q_s \le 3\tau \\ \sum_{j=1}^{4} b_j (\lg Q_s)^j, & \text{при} \quad 3 \le Q_s \le 20m \end{cases},$$
(1)

где  $Q_3$  – эквивалентное количество СДЯВ, *а* и *b* – эмпирические коэффициенты.

С помощью метод последовательного исключения переменных выполнено нахождение коэффициентов в полиномах.

Показано, что при четырех знаках после запятой в коэффициенте *a<sub>i</sub>* значение коэффициента дисперсии глубины зоны заражения составляет

порядок  $10^4$ , и при двух знаках после запятой в коэффициенте  $b_j$  - порядка  $10^{-5}$ , что позволяет выполнить расчеты с точностью достаточной для практического применения.

На основе полиномов зависимости глубины зоны заражения от эквивалентного количества СДЯВ, получены полиномы глубины зоны заражения от выброшенного количества СДЯВ, являющегося сжатым газом:

$$\Gamma = \begin{cases} \sum_{i=1}^{6} d_{i} Q_{0}^{i}, & \Pi P \mathcal{U} \quad Q_{0\min} \leq Q_{0} \leq Q_{0cp} \\ \sum_{j=0}^{4} c_{j} (\lg Q_{0})^{j}, & \Pi P \mathcal{U} \quad Q_{0cp} \leq Q_{0} \leq Q_{0\min} \end{cases},$$
(2)

где  $Q_0$  – выброшенное количество СДЯВ, *с* и *d* – эмпирические коэффициенты;  $Q_{0min}$ ,  $Q_{0cp}$ ,  $Q_{0max}$  – минимальное, среднее и максимальное количество СДЯВ, при которых можно использовать полиномы.

Для СДЯВ, являющихся жидкостями, кипящими выше температуры окружающей среды, определены вещества, время испарения слоя минимальной толщины (0,05 м) у которых превышает 4 часа. Для этих СДЯВ, получены полиномы глубины зоны заражения от выброшенного количества СДЯВ вида:

$$\Gamma = \begin{cases} \sum_{i=1}^{6} g_i (\frac{N^{0.8} Q_0}{h})^i, & \text{при} \quad Q_{0\min} \le Q_0 \le Q_{0\text{cp}} \\ \sum_{i=1}^{4} f_i (\lg \frac{N^{0.8} Q_0}{h})^i, & \text{при} \quad Q_{0\text{cp}} \le Q_0 \le Q_{0\min} \end{cases}$$
(3)

где *f* и *g* – эмпирические коэффициенты; *N* – время, прошедшее с момента аварии, *h* – толщина разлившегося слоя СДЯВ.

Для СДЯВ, являющимися жидкостями, кипящими выше температуры окружающей среды, у которых время испарения слоя минимальной толщины не превышает 4 часа, получены формулы расчета времени испарения. В тех случаях, когда время испарения больше, чем время, прошедшее с момента аварии, глубина зоны заражения от выброшенного количества СДЯВ описывает полином (3), а когда время испарения меньше, чем время, прошедшее с момента аварии, глубина зоны заражения от выброшенного количества СДЯВ – полином:

$$\Gamma = \begin{cases} \sum_{i=1}^{6} n_i \left(\frac{Q_0}{h^{0,2}}\right)^i, & \text{при} \quad Q_{0\min} \le Q_0 \le Q_{0\text{cp}} \\ \sum_{i=1}^{4} m_j \left(\frac{Q_0}{h^{0,2}}\right)^j, & \text{при} \quad Q_{0\text{cp}} \le Q_0 \le Q_{0\min} \end{cases}$$
(4)

где *n* и *m* – эмпирические коэффициенты.

При этом значение дисперсии глубины зоны заражения, рассчитанной для СДЯВ, являющихся сжатыми газами и жидкостями, кипящими выше температуры окружающей среды, с использованием полученных коэффициентов, как правило, не превышает дисперсии глубины зоны заражения, рассчитанной исходя из эквивалентного количества СДЯВ.

Показано, что для СДЯВ, являющихся сжиженными газами, для случая, когда время, прошедшее с момента аварии больше, чем время испарения жидкости, глубина заражения первичным облаком больше чем вторичным облаком для фтора, а для остальных СДЯВ, глубина заражения вторичным облаком больше, чем первичным.

Получены полиномы нахождения глубина зоны заражения от выброшенного количества СДЯВ фтора (5) и других СДЯВ (7).

Для случая, когда время, прошедшее с момента аварии меньше, чем время испарения, получены формулу расчета толщин, при которых глубина зоны заражения первичным облаком меньше глубины заражения вторичным облаком и при каких больше.

Получены полиномы нахождения глубина зоны заражения от выброшенного количества СДЯВ для случая, когда глубина заражения первичным облаком больше чем вторичным облаком (7) и для случая, когда глубина заражения вторичным облаком больше, чем первичным (8).

$$\Gamma = \begin{cases} \sum_{i=1}^{6} r_{i} Q_{0}^{i}, & \Pi P U Q_{01\min} \leq Q_{01} \leq Q Q_{01ep1} \\ + \\ \sum_{j=0}^{4} p_{j} (\ln Q_{0})^{j}, & \Pi P U Q_{01ep1} \leq Q_{01} \leq Q_{01\max} \end{cases} + \\
+ \begin{cases} \sum_{i=1}^{6} A_{i} \left(\frac{Q_{0}}{h}\right)^{i}, & \Pi P U Q_{02\min} \leq Q_{0} \leq Q_{02ep2} \\ + \\ \sum_{j=1}^{6} B_{j} \left(\lg \frac{Q_{0}}{h}\right)^{j}, & \Pi P U Q_{02ep2} \leq Q_{0} \leq Q_{02\max} \end{cases} \\
\Gamma = \begin{cases} \sum_{i=1}^{6} x_{i} \left(\frac{Q_{0}}{h}\right)^{i}, & \Pi P U Q_{02ep2} \leq Q_{0} \leq Q_{02ep2} \\ + \\ \sum_{j=1}^{6} w_{j} \left(\lg \frac{Q_{0}}{h}\right)^{j}, & \Pi P U Q_{02ep2} \leq Q_{0} \leq Q_{02ep2} \end{cases} + \\
+ \begin{cases} \sum_{j=1}^{6} X_{i} Q_{0}^{i}, & \Pi P U Q_{02ep2} \leq Q_{0} \leq Q_{02ep2} \\ + \\ \sum_{j=0}^{6} X_{i} Q_{0}^{j}, & \Pi P U Q_{01ep1} \leq Q_{0} \leq Q_{01ep1} \\ + \\ \begin{cases} \sum_{j=0}^{6} E_{j} (\ln Q_{0})^{j}, & \Pi P U Q_{01ep1} \leq Q_{01} \leq Q_{01ep1} \end{cases} \end{aligned}$$
(5)

$$\Gamma = \begin{cases} \sum_{i=1}^{6} r_i Q_0^i, & \text{при } Q_{01\min} \leq Q_{01} \leq Q 0_{01\text{cp1}} \\ + \\ \sum_{j=0}^{4} p_j (\ln Q_0)^j, & \text{при } Q_{01\text{cp1}} \leq Q_{01} \leq Q_{01\max} \end{cases} + \\ + \begin{cases} \sum_{i=1}^{6} I_i \left( \frac{N^{0.8} Q_0}{h} \right)^i, & \text{при } Q_{02\min} \leq Q_{02} \leq Q 0_{02\text{cp2}} \\ + \\ \sum_{j=0}^{4} \Lambda_j \left( \ln \frac{N^{0.8} Q_0}{h} \right)^j, & \text{при } Q_{02\text{cp2}} \leq Q_{02} \leq Q_{02\max} \end{cases} \end{cases}$$

$$\Gamma = \begin{cases} \sum_{i=1}^{6} u_i \left( \frac{N^{0.8} Q_0}{h} \right)^i, & \text{при } Q_{02\text{cp2}} \leq Q_{02} \leq Q 0_{02\text{cp2}} \\ + \\ \sum_{j=0}^{4} t_j \left( \ln \frac{N^{0.8} Q_0}{h} \right)^j, & \text{при } Q_{02\text{cp2}} \leq Q_{02} \leq Q 0_{02\text{cp2}} \end{cases} + \\ + \begin{cases} \sum_{i=1}^{4} t_j \left( \ln \frac{N^{0.8} Q_0}{h} \right)^j, & \text{при } Q_{02\text{cp2}} \leq Q_{02} \leq Q 0_{02\max} \end{cases} \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} \sum_{i=1}^{6} L_i \left( \ln \frac{N^{0.8} Q_0}{h} \right)^j, & \text{при } Q_{02\text{cp2}} \leq Q_{02} \leq Q 0_{02\max} \end{cases} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \sum_{i=1}^{6} L_i \left( \ln \frac{N^{0.8} Q_0}{h} \right)^i, & \text{при } Q_{02\text{cp2}} \leq Q 0_{02\max} \end{cases} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \sum_{i=1}^{6} L_i \left( \ln \frac{N^{0.8} Q_0}{h} \right)^i, & \text{при } Q_{02\text{cp2}} \leq Q 0_{02\max} \end{cases} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \sum_{i=1}^{6} L_i \left( \ln \frac{N^{0.8} Q_0}{h} \right)^i, & \text{при } Q_{02\text{cp2}} \leq Q 0_{02\max} \end{cases} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \sum_{i=1}^{6} L_i \left( \ln \frac{N^{0.8} Q_0}{h} \right)^i, & \text{при } Q_{01\text{cp1}} \leq Q 0_{01\text{cp1}} \end{cases} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \sum_{i=1}^{6} L_i \left( \ln \frac{Q_0}{h} \right)^i, & \text{при } Q_{01\text{cp1}} \leq Q 0_{01\text{cp1}} \end{cases} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \sum_{i=1}^{6} L_i \left( \ln Q_0 \right)^i, & \text{при } Q_{01\text{cp1}} \leq Q 0_{01\text{cp1}} \end{cases} \end{cases}$$

где  $r, p, x, u, t, w, A, B, E, I, X, \Lambda$  – эмпирические коэффициенты.

## А.В. Макаревич (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель) Науч. рук. М.И. Жадан, к.ф.-м.н., доцент

# СИМУЛЯЦИЯ СОЕДИНЕНИЙ В ДВУХМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Симуляция соединений является довольно широкой темой при разработке приложений в двухмерном пространстве. Чем естественнее ведёт себя тело при физическом взаимодействии, тем точнее можно смоделировать поведение остальных физических объектов, которые взаимодействуют с данным. Соединения при этом играют одну из наиболее важных ролей, так как соединение подразумевает связанную систему как минимум из двух физических объектов. Различают несколько видов соединений:

• Угловое соединение – позволяет управлять углом, на который могут отклониться два тела, относительно указанной точки.

• Соединение расстоянием – следит за тем, что бы расстояние между двумя объектами не изменялось со временем, при этом положение и углы

наклона тел могут меняться, так же не исключено, что тела будут повёрнуты относительно начального положения.

• Соединение трением – взаимодействие между объектами осуществляется при помощи силы трения.

• Зубчатое соединение (передаточное соединение) – соединение для моделирование работы сложных механических соединений и их элементов, таких как шестерёнки.

• Болтовое соединение (соединение вращением) – управляет вращением тел относительно указанной точки.

• Призматическое соединение – похоже по принципу действия на болтовое соединение, но ограничивает степень свободы тела в передвижении, а не во вращении. С помощью данного соединение контролируется движение одного тела относительно второго тела по выбранной оси. При этом тела не могут вращаться.

• Линейное соединение – похоже по своем действию на призматическое соединение за тем исключением, что соединённые тела могут вращаться друг относительно друга.

• Талевое соединение – соединяет два тела с выбранной точкой и друг с другом. Общая длина двух сегментов талей является константой. Может использоваться при симуляции механических блоков или при симуляции лебёдки.

• Сварочное соединение – позволяет жёстко соединить два тела. При этом допускаются небольшие колебания тел.

• Поршневое соединение – позволяет симулировать скользящее движение, примером которого являются поршни.

• Верёвочное соединение – соединение, при котором тела связываются упругой связью, которая, в отличие от соединения расстоянием может менять свою длину в зависимости от силы, приложенной к этим телам.

Для симуляции был выбран физический движок Farseer Physics, который был выбран благодаря широкому функционалу для реализации соединений в двухмерном пространстве.

В ходе работы было спроектировано и разработано приложение, в котором можно управлять рэгдоллом посредством физического взаимодействия. Суставы и прочие соединения были сформированы благодаря комбинированию соединений. Так, например, суставы рук являются комбинацией углового и болтового соединения.

Функционал данного приложения может быть расширен, если такая необходимость потребуется конечному пользователю.

## А.В. Макаревич, М.В. Дубина (УО «МГПУ им. И.П. Шамякина», Мозырь) Науч. рук. В.В. Шепелевич, д.ф.-м.н., профессор

# СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ ОРИЕНТАЦИИ КРИСТАЛЛА С ИЗВЕСТНЫМ СРЕЗОМ

В настоящее время методы голографических интерферометрии с использованием фоторефрактивных кристаллов (ФРК) нашли широкое применение в различных технических областях. Динамический характер записанных в фоторефрактивном кристалле голограмм дает возможность проводить высокоточные измерения в непрерывном режиме работы (режиме реального времени), а также осуществлять последующий анализ изменений в состоянии объекта. Это важное свойство фоторефрактивных кристаллов стало основополагающим критерием к их широкому использованию в целях голографической интерферометрии [1].

Как известно, качество данных полученных методами голографической интерферометрии напрямую зависит от контраста получаемой интерферограммы, которая непосредственно позволяет охарактеризовать эволюцию объекта или процесса [2]. Одним из основополагающих факторов лучшего восприятия (как техническими средствами, так и человеческим глазом) системы интерференционных полос является дифракционная эффективность голограммы, которая в случае использования ФРК непосредственно зависит от пространственной ориентации кристалла относительно плоскости падения опорной R и предметной S волн, как для отражательной, так и для пропускающей геометрии записи голограммы. Поэтому с целью оптимального использования ФРК в целях голографической интерферометрии необходимо ориентировать кристалл таким образом (далее оптимальная ориентация), чтобы достигалась максимальная дифракционная эффективность.

В настоящее время известны теоретические зависимости, посредством которых можно определить оптимальную ориентацию кристалла. Но для использования теоретического подхода к решению данной задачи наряду с физическими параметрами кристалла необходимо знать его срез и ориентацию плоскости падения интерферирующих световых волн относительно кристаллографических направлений. Поэтому в случае отсутствия такой информации невозможно применить теоретический подход и возникает необходимость экспериментального исследования зависимости дифракционной эффективности от ориентации образца.

В данной работе мы предлагаем способ определения оптимальной ориентации кристалла с известным срезом, но с неизвестной ориентацией

кристаллографического направления [001] в плоскости среза, на основании результатов эксперимента по исследованию одновременной дифракции световых волн в ФРК, который гораздо проще в плане технического исполнения, чем эксперимент по определению зависимости дифракционной эффективности от ориентации кристалла.

Суть данного способа можно описать через реализацию трех последовательных этапов.

На первом этапе необходимо получить экспериментальные данные о зависимости перекачки энергии из волны R в волну S от ориентации кристалла при начале отсчета угла  $\theta$  между вектором  $\vec{K}$  и каким-либо произвольно выбранным направлением в плоскости среза.

На втором этапе необходимо сопоставить экспериментальные данные с теоретической зависимостью, характеризующей перекачку энергии из волны R в волну S, построенной для отсчета угла θ от кристаллографического направления [001], и путем совмещения экспериментальных данных с теоретической зависимостью определить искомое кристаллографическое направление.

На третьем этапе, зная кристаллографическое направление, а, следовательно, и пространственную ориентацию кристалла, строим теоретическую зависимость для дифракционной эффективности и определяем положение кристалла, при котором достигается максимальная дифракционная эффективность.

Для проверки работоспособности данного способа определения максимальной дифракционной эффективности в лаборатории когерентной оптики и голографии МГПУ им. И.П. Шамякина были проведены эксперименты по исследованию образцов фоторефрактивных кристаллов  $Bi_{12}SiO_{20}$  (BSO) и  $Bi_{12}TiO_{20}$  среза (110). Оба эксперимента проводились при использовании схемы по изучению взаимной трансформации электромагнитных волн, предложенной авторами работы [3].

В первом случае кристаллическая пластинка BSO толщиной 2,19 мм, после каждого измерения поворачивалась вокруг оси, перпендикулярной плоскости среза, на угол, равный 10°. Векторы напряженности электрического поля  $\vec{R_0}$  и  $\vec{S_0}$  линейно поляризованных опорной и предметной световых волн были ориентированы в плоскости падения (азимут  $\psi_0=0$ ). Угол Брэгга  $\phi$  вне кристалла был равен 32°. Время записи решетки составляло 30 с и было близким к времени выхода процесса формирования голограммы на стационар.

Измерения интенсивности световых волн до и после их взаимной трансформации проводились с помощью измерительной системы, содержащей фотодиод и цифровой вольтметр.

Аналогичные исследования были проделаны для кристалла  $Bi_{12}TiO_{20}$ (BTO) толщиной 7,7 мм при угле Брэгга  $\phi = 12^{\circ}$ .

Результаты полученных экспериментальных данных относительной интенсивности предметной волны R от угла  $\theta$  ( $I_s^{\text{отн.}}(\theta) = I_s(\theta)/I_s^0(\theta)$ ) ( $I_s^0 -$ интенсивность предметного светового пучка на выходе из кристалла в отсутствие голографической решетки,  $I_s$  – интенсивность предметного светового пучка на выходе из кристалла при наличии голографической решетки в кристалле) для кристаллов BSO и BTO представлены на рисунке 1.



Рисунок 1 – Зависимость относительной интенсивности  $I_s^{\text{отн.}}$  предметной волны от угла поворота кристалла  $\theta$  при произвольной ориентации кристалла:

а) – для кристалла BSO, б) – для кристалла BTO;

♦ – несмещенные экспериментальные данные,

 смещенные экспериментальные данные, сплошная линия – теоретическая кривая

Как видно из рисунка 1 отклонение экспериментальных точек от теоретической кривой для кристалла BSO составляет 60°, а для кристалла BTO – 170°, учет этих фактов позволяет определить направление [001] для этих кристаллов, что в свою очередь дает возможность определить зависимость дифракционной эффективности кристалла от угла θ. Это достигается путем построения теоретической зависимости дифракционной эффективности от ориентационного угла, начало отсчета которого совпадает с кристаллографическим направлением [001], и последующим смещением теоретической кривой на определенное выше число градусов. Описанные выше операции представлены на рисунках 1 и 2.


Рисунок 2 – Зависимость дифракционной эффективности от угла поворота кристалла: а) – для кристалла BSO, б) – для кристалла BTO; тонкая линия – угол поворота кристалла отсчитывается от направления [001], жирная линия – угол поворота кристалла отсчитывается от зафиксированного нами направления

Таким образом, представленный нами выше алгоритм действий позволяет определить оптимальную ориентацию кристалла с известным срезом, но с неизвестным кристаллографическим направлением. Несомненно, положительной чертой описанного способа является простота его реализации и возможность проведения в условиях лаборатории. Также при решении поставленной задачи попутно определяется кристаллографическое направление [001], информация о котором может быть использована в других исследованиях.

#### Литература

1.Петров, М. П. Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике / М. П. Петров, С. И. Степанов, А. В. Хоменко. – СПб.: Наука, 1992. – 320 с.

2.Вест, Ч. Голографическая интерферометрия: пер. с англ. / Ч. Вест. – М.: Мир, 1982. – 504 с.

3.Шепелевич, В. В. Одновременная дифракция двух световых волн в кубических фоторефрактивных пьезокристаллах / В. В. Шепелевич, Н. Н. Егоров // Письма в ЖТФ. – 1991. том 17, вып. 5. – С. 24–27.

# А.С. Макарский (УО «ГрГУ им. Я. Купалы», Гродно) Науч. рук. С.Г. Минаев, преподаватель

### ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ КОНСТРУИРОВАНИЯ ЛИТЬЕВЫХ ПРЕСС-ФОРМ

Методом литья под давлением производится более трети от общего объема изделий из полимерных материалов. В процессе придания формы изделию, используется специальная дорогостоящая оснастка – литьевая пресс-форма. Современное программное обеспечение позволяет повысить качество проектирования оснастки и сократить сроки её изготовления. В качестве программной среды используются САПР – системы автоматизированного проектирования. (1)

Современные САПР включают в себя системы автоматизированного конструирования, анализа и подготовки производства. Системы конструирования помогают в разработке конструкции пресс-формы, оптимизации расположения и типа литниковой системы, толкателей и других элементов. Системы анализа позволяют провести расчёт и моделирование физических процессов происходящих внутри пресс формы. Используя системы анализа можно получить информацию о (2): деформации плит пресс-формы; распределении температур внутри оснастки; анализе течения полимерного расплава и т.д.

В данной работе наибольший интерес представляют системы компьютерного анализа, т.к. они позволяют при помощи расчётных методов оценить, как поведёт себя компьютерная модель изделия в реальных условиях эксплуатации, помогают убедиться в работоспособности изделия без привлечения больших затрат времени и средств. Для моделирования процесса литья термопластов применяются фундаментальные законы механики и термодинамики. (3)

Рынок САПР для анализа литья пластмасс предлагает большой выбор программ, лидирующее место среди которых занимает *MoldFlow* компании *Autodesk*. Данная система включают автоматизированные алгоритмы прогнозирования возникновения дефектов отливки при заполнении пресс-формы (4).

Основной задачей настоящей работы является сравнение эффективности применения холодноканальной и горячеканальных литниковых систем, и на основании выбора конкретной литниковой системы – конструирование литьевой пресс-формы для изготовления изделий типа «дюбель – зонтик» (рисунок 1).



Рисунок 1 – Чертёж изделия «дюбель-зонтик»

На сегодняшний день имеются следующие основные типы литниковых систем: холодноканальные, с затвердевающими литниками; горячеканальные, с внутренним обогревом (*Cold – One*); горячеканальные, с наружным обогревом (*Hot – One*). Каждая из перечисленных систем имеет свои преимущества и недостатки, и выбор конкретной системы влияет на конструкцию оснастки.

Объектом компьютерных испытаний выбрана трёхмерная модель двух полимерных изделий. Нами были построены соответствующие трёхмерные литниковые системы, заданы начальные условия и проведены компьютерные испытания. На первой стадии на моделях были определены места расположения точек впрыска пластмассы, и построены необходимые системы расположения литниковых каналов. На второй стадии проведён анализ заполнения моделей полимерным материалом. Важным результатом испытаний является то, что использование горячеканальной системы с наружным обогревом по сравнению с другими, позволяет уменьшить давление впрыска термопластавтомата на 22 %, а усилие смыкания на 25 %. При снижении этих значений, мы можем снизить энергопотребление литьевой машины.

Полученные данные были применены при проведении натурных испытаний на термопластавтомате *Engel\_Victory\_*500/120. После уменьшения давления впрыска на 22 % и усилия смыкания на 25 %, мы добились снижения энергопотребления за один рабочий цикл на 0,0017 кВт·ч и 0,0033 кВт·ч соответственно, что в сумме даёт 0,005 кВт·ч. Изделия типа «дюбель-зонтик» производятся крупными сериями, таким образом, при производстве 100 000 изделий, экономия электроэнергии составляет 250 кВт\*ч.

На основании данных компьютерного анализа и выбора литниковой системы была сконструирована трёхмерная модель горячеканальной литьевой пресс-формы. Конструирование проводилось в программе

183

*SolidWorks*. Определённые на первом этапе компьютерных испытаний места расположения впускных литников, определили расположение всех элементов оснастки (рисунок 2).



Рисунок 2 – Компьютерная модель литьевой пресс-формы

Таким образом, при использовании программных продуктов мы можем не только добиваться наилучших характеристик изготавливаемых изделий, а так же выбирать наиболее экономически выгодный способ их производства.

#### Литература

1. САПР // Независимый информационный портал САДобзор [Электронный ресурс]. – 2011. – Режим доступа: http://cadobzor.ru/САПР. – Дата доступа : 10.11.2011.

2. Глобальные изменения рынка программных продуктов для компьютерного анализа процесса литья под давлением полимерных материалов / Барвинский И.А., И.Е. Барвинская // Литьё пластмасс [Электронный ресурс]. – 2011. – Режим доступа: http://www.barvinsky.ru /articles/art\_041\_global\_market\_of\_cae\_2010.htm. – Дата доступа : 21.10.2011.

3. Проблемы горячеканального литья под давлением деталей из термопластов / И.А. Барвинский, И.Е. Барвинская // Литьё пластмасс [Электронный pecypc]. – 2011. – Режим доступа: http://www.barvinsky.ru /articles/art\_044\_temperature\_in\_hot\_runners\_mold.htm. – Дата доступа : 25.10.2011.

4. MoldFlow – Возможности и демонстрация проектов деталей из пластмассы // Autodesk [Электронный ресурс]. – 2011. – Режим доступа: http://www.autodesk.ru/adsk/servlet/pc/index?siteID=871736&id=14659045. – Дата доступа : 25.09.2011.

# В.С. Марченко, Н.С. Емельянченко (УО «ГГТУ им. П.О. Сухого», Гомель) Науч. рук. Н.С. Емельянченко, преподаватель

# ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМЫ МАТНСАД ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ С АВТОКОЛЕБАНИЯМИ

Математическое моделирование технических объектов занимает центральное место в построении эффективной технологии автоматизированного проектирования.

В данной работе исследовалась математическая модель электрической цепи с автоколебаниями, вид которой приведён на рисунке 1:



Рисунок 1-Электрическая цепь

Теоретический расчет параметров был произведён в [1]. Электрическая цепь имеет следующие оптимальные параметры:

 $C=10^{-9} \Phi$ ,  $M=1.1\cdot10^{-4}$ , R=3 OM,  $L=9\cdot10^{-4} \Gamma H$ ,  $E_{CM}=0.4$ ,  $T=1.4\cdot10^{-5}c$ , где C – исходная емкость, M – коэффициент взаимной индукции, R – исходное сопротивление, L – исходная индуктивность,  $E_{CM}$  – напряжение обратной связи, T – время исследования.

Электрическая цепь, приведенная на рисунке 1, описывается дифференциальным уравнением вида [2]:

$$\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + 2\alpha_{\mathcal{F}} \frac{d i_L(t)}{dt} + \frac{1}{LC} i_L(t) = 0, \qquad (1)$$

где  $\alpha_{2}$  – коэффициент затухания колебательного контура:

$$\alpha_{\mathfrak{H}} = \frac{1}{2L} \left( R - \frac{S_0 M}{C} \right) \tag{2}$$

С использованием системы MathCAD была рассчитана аналитическая зависимость для заданной графически вольт-амперной характеристики транзистора (рисунок 2).

Для этого провели аппроксимации по методу наименьших квадратов с помощью функции linfit, в итоге которой, определили коэффициенты при элементарных функциях в вольтамперной характеристике транзистора и вывели аналитическую зависимость:

$$I(u) = 4.694 \times 10^{-3} \cdot u - 0.08 \cdot u^{3}, \qquad (3)$$



Рисунок 2 – Вольтамперная характеристика транзистора

Далее построили зависимости тока и напряжения на катушке и конденсаторе. Для этого нашли производную от функции I(u) в точке u=Ecm, затем по формуле 2 нашли эквивалентный коэффициент затухания  $\alpha_{9}$ . С помощью метода Рунге-Кутты с постоянным шагом, т.е. с помощью функции rkfixed, решили дифференциальное уравнение 1 и определили зависимость тока в катушке от времени [3,4].

Смоделировали автоколебания. Для этого изменили напряжение обратной связи так, чтобы эквивалентный коэффициент затухания, вычисленный по формуле 2, был меньше нуля (рисунок 4).



Рисунок 4 – График зависимости тока в катушке при  $\alpha_{2} < 0$ 

Для исследования математической модели проделали девять опытов. В каждом опыте изменяли значения варьируемого параметра С. В итоге проделанных опытов построили сводный график всех полученных токов на одном поле (рисунок 5).

С помощью сплайн-интерполяции построили аппроксимирующую функцию (рисунок 4), для того чтобы посмотреть, как изменяется амплитуда колебаний с ростом значения ёмкости.



Рисунок 5 - Сводный график всех полученных токов



Рисунок 4 – Аппроксимирующая функция

По виду аппроксимирующей функции видно, что амплитуда колебаний уменьшается с ростом значения С.

В итоге исследования математической модели электрической цепи, в которой возникают автоколебания, можно сделать вывод, что автоколебания могут возникнуть, если эквивалентный коэффициент затухания меньше нуля. В противном случае процессы в цепи будут затухать. 1.Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи. Учебник для студентов электротехнических, энергетических и приборостроительных специальностей вузов. Изд. 9-е, перераб. и доп. / Л. А. Бессонов. – М.: Высшая школа, 1996. – Т. 2. – 639 с.

2. Крылов, В. В. Основы теории цепей для системотехников: учебное пособие для втузов / В. В. Крылов, С. Я. Корсаков. – М.: Высшая школа, 1990. – 224 с.

3. Кирьянов, В. Д. MathCAD 13 / В. Д. Кирьянов. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006. – 608 с.

4. Бахвалов, Н. С. Численные методы: учебное пособие для студентов физико-математических специальностей вузов. Изд. 6-е, перераб. и доп. / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков; МГУ им. М. В. Ломоносова. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. – 636 с.

# А.Г. Матвеева (УО «МГПУ им. И.П. Шамякина», Мозырь) Науч. рук. Г.В. Кулак, д.ф.-м.н., профессор

## РАССЕЯНИЕ ПРОДОЛЬНЫХ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН КЛИНОВИДНЫМ ДЕФЕКТОМ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ

Введение. Теория рассеяния ультразвуковых (УЗ) волн на объектах круглой и цилиндрической формы достаточно хорошо разработана [1–4]. При этом строятся решения волновых уравнений в области рассеивателя и вне ее в виде разложений в ряды по сферическим или цилиндрическим функциям, а затем «сшивают» полученные решения на границах среды и рассеивающего центра. Решение систем алгебраических уравнений с переменными коэффициентами численно или аналитически позволяют рассчитать сечения рассеяния или относительные интенсивности рассеянных волн.

#### Теоретические результаты и обсуждение

Рассмотрим плоскую задачу рассеяния звука на клиновидном объекте (рисунок 1), который предполагаем бесконечно протяженным вдоль оси, перпендикулярной плоскости чертежа. Поверхности, образующие объект в виде трещины граничат с твердой границей твердого тела. Для описания геометрии объекта и построения решения задачи рассеяния введем полярную систему координат (r,  $\theta$ ) с центром О в угле клина.



Рисунок 1 – Геометрия клиновидного объекта с частичными областями I, II и III (область клина);  $2\theta_1$  – угол клина; R = |OA| = |OB| – размер клина;  $\theta_0$  – угол падения, отсчитываемый от оси OX

Задача теории рассеяния сводится к определению шести неизвестных:  $A_n, B_n, \overline{A}_n, \overline{B}_n, C_n, D_n$ . Данные неизвестные находим из граничных условий для вектора смещений  $\vec{S}$  и тензора напряжений  $\hat{\sigma}$  в различных областях в цилиндрической системе координат [1, 5].

Используя условия сшивания продольных и сдвиговых составляющих УЗ полей для падающей плоской волны на границах клиновидных областей (рисунок 1) получим систему уравнений для коэффициентов  $A_n, B_n, \overline{A}_n, \overline{B}_n, C_n, D_n$ , где n – число членов ряда в разложении цилиндрических функций, описывающих процесс рассеяния. Решение такой системы функциональных уравнений проще всего провести численными методами. В простейшем случае n=0, 1 решение системы уравнений можно провести аналитически. Приближение, при котором ограничиваются n=0, соответствует приближению Рэлея в теории рассеяния на сфере [1]. Такое приближение в нашем случае, однако, слабо согласуется с экспериментальными данными и результатами численных расчетов для рассеяния плоских УЗ волн на клине в воде [7].

Плотности потока мощности рассеянной (s), падающей (i) УЗ волн даются соотношениями [1]:

$$P_r^{s,i} = \left(-i\Omega/4\right) \left( \sigma_{rr}^{s,i} S_r^{s,i*} + \sigma_{r\theta}^{s,i} S_{\theta}^{s,i*} - \sigma_{rr}^{s,i*} S_r^{s,i} - \sigma_{r\theta}^{s,i*} S_{\theta}^{s,i} \right), \tag{1}$$

где компоненты вектора  $\vec{S}^{s,i}$  и тензора  $\hat{\sigma}^{s,i}$  определены в результате расчета и из–за громоздкости не приводятся.

Относительная интенсивность рассеянного излучения дается соотношением:

$$\eta = P_r^s / P_r^i \tag{2}$$

Численные расчеты проводились для стали (*Fe*) при следующих значениях параметров:  $\upsilon_l = 5921 \text{ м/c} - \phi$ азовая скорость продольной УЗ волны,  $\upsilon_t = 3223 \text{ м/c} - \phi$ азовая скорость сдвиговой УЗ волны,  $\rho = 7870 \text{ кг/m}^3 - \text{плот$  $ность материала, <math>\nu = 0,28 - \text{коэ}\phi\phi$ ициент Пуассона. Для продольной УЗ волны частотой f = 5 МГц коэффициент затухания составляет 0,0001 мм<sup>-1</sup>, поэтому им в дальнейшем пренебрегаем.



Рисунок 2 – Схема рассеяния ультразвука трещиной (2θ<sub>1</sub> – угол клина; *R* – размер клина (трещины); φ<sub>0</sub> – угол падения УЗ волны, φ – угол рассеяния УЗ волны, *r* – расстояние до приемника, пройденное рассеянной УЗ волной, γ – угол наклона трещины, Ис – источник ультразвука, Пр – приемник)

На рисунке 3 представлена зависимость нормированной относительной интенсивности рассеянной УЗ волны  $\eta_n = \eta / \eta_{\text{max}}$  ( $\eta_{\text{max}}$  – максимальное значение эффективности рассеяния) от угла рассеяния  $\varphi = 180^o - (\theta + \gamma) - ($ угол  $\theta$  отсчитывается от оси *OX* на рисунке 2) при различных размерах трещины *R*.



Рисунок 3 – Зависимость относительной интенсивности рассеянной УЗ волны  $\eta_n$  от угла рассеяния  $\varphi$  при различных размерах трещины R: 1–1, 2–2, 3–3, 4–4 мм (а) и различных углах падения  $\varphi_0$ : 1–10, 2–15, 3–20, 4–25 град (б) (r = 5 см,  $\varphi_0 = 0$  град (а), R=5 мм (б),  $\theta_1 = 4$  град.,  $\gamma = 0$ , f=5 МГц)

Из рисунка 3, а следует, что максимальное значение относительной интенсивности достигается при угле рассеяния  $\varphi=0$  для любых размеров трещины *R*. Зависимость относительной интенсивности рассеянной УЗ волны  $\eta_n$  от угла рассеяния  $\varphi$  при различных углах падения УЗ волны  $\varphi_0 = 180^{\circ} - (\theta_0 + \gamma)$  представлена на рисунке 3 б.

Установлены также зависимости относительной интенсивности рассеянного УЗ излучения от угла рассеяния  $\varphi$  при различных, углах при вершине клина  $2\theta_1$  и углах наклона клина  $\gamma$  к поверхности образца. Показано, что максимальное значение относительной интенсивности достигается для рассеянного УЗ луча, вдоль нормали к поверхности образца. Для следующих параметров: угла падения УЗ излучения на клин, размера клина, угла при вершине клина и др., максимальное значение эффективности рассеяния достигается при оптимальном выборе данных параметров. Исследованные зависимости согласуются с результатами численных расчетов, приведенными в работе [5] для УЗ рассеяния на клине в воде, то есть при отсутствии сдвиговых составляющих рассеянной волны.

С увеличением размера (R) клина (трещины) от 1 до 4 мм максимальное значение относительной интенсивности рассеянного излучения достигается для R=2 мм. Данная особенность объясняется интерференционными эффектами при наложении плосковолновых составляющих УЗ волн, дифрагированных на клиновидных объектах. Отсутствие рассеянного излучения при углах  $\phi$ =90 град. объясняется ограниченностью числа членов ряда, включенных в схему расчета с n=0, 1. Такое приближение можно считать близким к рэлеевскому рассеянию (n=0). При изменении угла падения  $\varphi_0$  оптимальная эффективность рассеяния вдоль нормали к поверхности кристалла достигается при максимальном угле падения  $\varphi_0=25$  град. Пересечение кривых рассеяния в одной точке объясняется тем, что для данного размера трещины R=5 мм и угла клина  $2\theta_1 = 8$  град. углу рассеяния  $\varphi = 18$  град. соответствует интерференционное усиление волн при любых углах падения в диапазоне 10 – 25 град. При больших углах при вершине клина (2 $\theta_1 \ge 16$  град.) эффективность рассеяния слабо зависит от угла рассеяния  $\varphi$ , сохраняя постоянное значение вплоть до 40 град., причем максимальная интенсивность рассеянного излучения достигается для направления вдоль нормали к поверхности и минимального угла при вершине клина  $2\theta_1 = 2$  град. из диапазона 2 - 16 град.

С изменением наклона трещины и фиксированных прочих параметрах оптимальная эффективность рассеяния достигается в диапазоне углов рассеяния ~ 45 град. Для центрального луча рассеяния ( $\phi$ =0) такие вариации эффективности рассеяния отсутствуют.

Заключение. Рассмотренные зависимости показывают, что угловые закономерности рассеянного ультразвукового излучения на клиновидных дефектах, близким по форме к трещинам, позволяют определить размер трещины, угол ее раскрыва, угол наклона трещины и ее местоположение по отношению к источнику и приемнику излучения. Отсутствие информации о длине трещины (вдоль оси OZ) обусловлено особенностями расчетного метода частичных областей, примененного выше. Для учета длины трещины по результатам рассеяния следует применять метод расчета на основе функций Грина [6].

#### Литература

1. Труэл, Р. Ультразвуковые методы в физике твердого тела / Р. Труэл, Ч. Эльбаум, Б. Чик; Пер. с англ. под ред. Н.Г. Михайлова и В.В. Леманова. – М.: Мир, 1972. – 307 с.

2. Кайно, Г. Акустические волны. Устройства, визуализация и аналоговая обработка сигналов / Г. Кайно. – М.: Мир, 1990. – 652 с.

3. Шендеров, Е. Л. Излучение и рассеяние звука / Е. Л. Шендеров. – М.: Судостроение, 1989. – 301 с.

4. Keller, J. B. Geometrical theory of diffraction / J. B. Keller // J. Opt. Soc. Amer. -1962. - V. 52. - P. 116-130.

5. Гринченко, В. Т. Рассеяние звука на конечных клиновидных объектах / В. Т. Гринченко, В. Т. Мацыпура // Акустичний вісник. – 2003. – Т. 6. – № 2. – С. 23–33.

6. Бусов, В. Л. Рассеяние ультразвуковых волн на микротрещинах в фрагментированных поликристаллах / В. Л. Бусов // Акустичний вісник. – 2007. – Т. 10. – № 3. – С. 19–24.

### А.М. Минченко (УО «ГГТУ им. П.О. Сухого», Гомель) Науч. рук. В.Б. Попов, к.т.н., доцент

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОДЪЕМНО-НАВЕСНОГО УСТРОЙСТВА УНИВЕРСАЛЬНОГО ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СРЕДСТВА ТРЕТЬЕГО ПОКОЛЕНИЯ

Полноприводное универсальное энергосредство УЭС-290/450 «ПАЛЕССЕ 450» эффективно выполняет сельскохозяйственные работы в агрегате с быстро заменяемыми навесными и прицепными машинами с помощью подъемно-навесных устройств (ПНУ).

ПНУ являются составной частью таких сложных технических объектов, как мобильные сельскохозяйственные агрегаты (MCXA). Они предназначены для связи мобильных энергоносителей (тракторов, универсальных энергосредств) с навесными машинами и орудиями. В машинном агрегате, состоящем из ПНУ и навесной машины, ПНУ в свою очередь, состоит из гидропривода и механизма навески. МН является основным структурным компонентом ПНУ, определяющим характер взаимодействия рамы мобильного энергосредства с навесной машиной (орудием).



1 – поворотный рычаг; 2 – рама энергосредства; 3 – гидроцилиндр;
 4 –раскос;5 – верхняя (центральная) тяга; 6 – нижняя тяга;
 7 – шарниры присоединительного треугольника

Рисунок 1 – Механизм навески универсального энергосредства «Полесье – 290/450» и его пространственная структурная схема

Механизм навески (МН) представляет собой пространственный рычажный механизм (рисунок 1). Звенья МН, опирающиеся на раму мобильного энергосредства, принимаемую за неподвижное звено – стойку (2) и связанные через шарниры присоединительного треугольника (7) с навесной машиной, принимаемой за подвижное звено –  $L_6$ , образуют все вместе замкнутую кинематическую цепь. Такая структура механизма навески характерна для большинства мобильныхэнергосредств как отечественного, так и зарубежного производства. Рассматриваемый МН относится к механизмам с заданным относительным движением подвижных звеньев, которые, помимо сельскохозяйственных, достаточно широко применяются в землеройных, грузоподъемных и дорожных машинах.



1 – насос шестеренный; 2 – клапан предохранительный;
 3 – гидрораспределитель; 4 – напорнаямагистральгидропривода;
 5 – гидроцилиндр; 6 – сливнаямагистраль;

7 – регулируемыйдроссель; 8 – фильтр; 9 – бак

Рисунок 2 – Схема гидропривода подъемно-навесного устройства

Структурная схема гидропривода, используемого для подъема и опускания различных навесных машин приведена на рисунке 2. Гидропривод работает следующим образом: приводимый от ДВС гидронасос 1, нагнетает рабочую жидкость через напорную магистраль к гидрораспределителю (ГР) 3и, при его включенной правой секции, далее в поршневую полость гидроцилиндра (ГЦ) 5, одновременно являющегося входным звеном МН. Давление в этой полости определяется приведенной к штоку поршня нагрузкой, передаваемой от навесной машины через звенья МН и направленной противоположно выдвигающемуся штоку. Включение левой секции ГР обеспечивает движение штока внутрь гильзы ГЦ. Нейтральное положение ГР характеризуется сливом рабочей жидкости через регулируемый дроссель 7, затем через фильтр 8 и в бак 9.

В проекции на продольную плоскость симметрии машинного агрегата пространственный МН преобразуется в его плоский аналог (рис.3).

Характерными особенностями новых ПНУ УЭС являются: усложнение структуры переднего ПНУ; наращивание функций, выполняемых гидроприводом ПНУ; усложнение конструкции заднего ПНУ; перераспределение характера изменения выходных параметров гидропривода и механизма навески ПНУ.

В данной работе было выполнено математическое моделирование для определения кинематических, геометрических и силовых выходных параметров механизма навески

В результате определяется центр тяжести рабочего орудия, поднимаемого МН

$$X_{S6} = X_{56} + L_{S6} \cdot \cos(\varphi_6 + \varphi_{S6}) \qquad Y_{S6} = Y_{56} + L_{S6} \cdot \sin(\varphi_6 + \varphi_{S6})$$

Для определения механических потерь необходимо определить реакции в шарнирах, а также аналоги угловой скорости звеньев. Аналог угловой скорости поворотного рычага:



Рисунок 3 – Плоский аналог механизма навески УЭС-290/450 «ПАЛЕССЕ U450» (на рисунке изображен перевод рабочего орудия в транспортное положение)

Передаточные отношения в звеньях МН:

$$U_{53} = \frac{L_{34} \cdot \sin(\varphi_{34} - \varphi_4)}{L_5 \cdot \sin(\varphi_5 - \varphi_4)} \qquad \qquad U_{65} = \frac{L_{56} \cdot \sin(\varphi_5 - \varphi_7)}{L_6 \cdot \sin(\varphi_7 - \varphi_6)}$$
едаточное число на оси подвеса:

Пер

$$I_{56} = \varphi_3' \cdot U_{53} \cdot L_{56} \cdot \cos \varphi_5$$

Аналоги угловой скорости 5 и 6 звеньев определяются по выражени-ЯМ:

$$\varphi'_5 = \varphi'_3 \cdot U_{53}$$
  $\varphi'_6 = \varphi'_3 \cdot U_{53} \cdot U_{65}$ 

Передаточное число в центре тяжести S6 рабочего орудия

$$I_{s} = \varphi_{3}' \cdot U_{53} \cdot \left[ L_{56} \cdot \cos \varphi_{5} + U_{65} \cdot L_{56} \cdot \cos (\varphi_{6} + \varphi_{56}) \right]$$

Грузоподъемность для конкретного рабочего орудия:

$$G_{s} = \frac{p_{2}^{\max} \cdot F_{c} - \left[F_{u\mu}^{np}(\mathbf{S}) + F_{\tau p}^{np}(\mathbf{S})\right]}{I_{s}^{\max}(S)}$$

Представленный в работе способ определения грузоподъемности позволяет оценить возможность агрегатирования в энергетическом аспекте любого навесного рабочего орудия или машины с любой другой моделью ПНУ МЭС, имеющее идентичное по структуре ПНУ. Разработанная ФММ может быть использована в качестве базового модуля при параметрической оптимизации как данного, так и идентичных по структуре ПНУ на ранних стадиях их проектирования.

#### Литература

1. Артоболевский, И. И. Теория механизмов и машин / И. И. Артоболевский – М.: Машиностроение, 1988, С. 687.

2. Гуськов, В. В. Тракторы. Часть III. Конструирование и расчет / В. В. Гуськов – Мн.: Вышэйш. шк. 1981. С. 383.

3.Попов, В. Б. Аналитические выражения кинематических передаточных функций механизмов навески энергоносителей / В. Б. Попов // Вестник ГГТУ им. П.О. Сухого – 2000. – № 2 – С. 25–29.

### О.В. Новикова (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель) Науч. рук. Г.Ю. Тюменков, к.ф.-м.н., доцент

# ГРАФИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ПОТЕНЦИАЛОВ ГАЗОВ ДИТЕРИЧИ-II

В термодинамике при исследовании характеристик реальных газов широко используются полуэмпирические уравнения состояния [1]. Классическим примером такого уравнения считается уравнение Ван-дер-Ваальса. Но не менее интересным является второе уравнение Дитеричи [2]

$$\left(P + \frac{a}{V^{5/3}}\right) (V - b) = RT , \qquad (1)$$

отличающееся от уравнения Ван-дер-Ваальса лишь степенью в поправке к давлению и имеющее ряд преимуществ в некоторых областях изменения термодинамических переменных, среди которых особое место занимают термодинамические потенциалы: внутренняя энергия U, свободная энергия F, энтальпия W и термодинамический потенциал Гиббса  $\Phi$ . В данной работе проводится графическое исследование поверхностей термодинамических потенциалов, следующих их уравнения (1), с целью их визуализации, выявления возможных особенностей и экстремумов, а так же асимптотического поведения.

Выражение для внутренней энергии газов Дитеричи-II имеет вид

$$U(T,V) = C_V(T - T_0) - \frac{3}{2} \frac{a}{V^{2/3}} + \frac{3}{2} \frac{a}{V_0^{2/3}}.$$
 (2)

Соответствующая поверхность представлена на рисунке 1.



Рисунок 1 — Внутренняя энергия U(T, V)

Из которого видно, что для произвольного фиксированного Т:

$$U(T,V)\big|_{V\to\infty} \approx C_V(T-T_0) + \frac{3}{2} \frac{a}{V_0^{2/3}}$$

Для произвольного фиксированного V:  $U(T, V = const) = C_V(T-T_0)$  является линейной функцией температуры.

Выражение для свободной энергии газов Дитеричи-II имеет вид

$$F(T,V) = -\frac{3}{2} \frac{a}{V^{2/3}} - TR \ln(V - b).$$
(3)

Соответствующая поверхность представлена на рисунке 2.



Рисунок 2 – Свободная энергия *F*(*T*,*V*) 197

Из которого видно, что для произвольного фиксированного Т:

$$F(T,V)\Big|_{V\to\infty} \to +0$$
.

Для произвольного фиксированного V:  $F(T, V = const) = \alpha_1 T + \beta_1$  является линейной функцией температуры, где  $\beta_1 = -\frac{3}{2} \frac{a}{C^{2/3}}$ ,  $a_1 = -R \ln(C-b)$ .

Выражение для энтальпии газов Дитеричи-II имеет вид

$$W(T,V) = C_V(T-T_0) + \frac{RTV}{(V-b)} - \frac{RT_0V_0}{(V_0-b)} - \frac{5}{2}\frac{a}{V^{2/3}} + \frac{5}{2}\frac{a}{V_0^{2/3}}.$$
 (4)

Из графика приведенного нами ниже видно, что для произвольного фиксированного *T*:

$$W(T,V)\big|_{V\to\infty} = C_V(T-T_0) - \frac{RT_0V_0}{(V_0-b)} + \frac{5}{2}\frac{a}{V_0^{2/3}}.$$

Для произвольного фиксированного объема V:  $W(T,V = const) = C_V(T - T_0)$  является линейной функцией температуры.

Соответствующая поверхность представлена на рисунке 3.



Рисунок 3 — Энтальпия W(T, V)

Выражение для потенциала Гиббса газов Дитеричи-II имеет вид

$$\Phi(T,V) = \frac{RTV}{(V-b)} - \frac{5}{2} \frac{a}{V^{2/3}} + TR\ln(V-b).$$
(5)

Соответствующая поверхность представлена на рисунке 4.



Рисунок 4 – Потенциал Гиббса  $\Phi(T, V)$ 

Из которого видно, что для произвольного фиксированного Т:

$$\Phi(T,V)\Big|_{V\to\infty} = -0$$
.

Для произвольного фиксированного объема V:  $\Phi(T, V = const) = \alpha_2 T + \beta_2$ является линейной функцией температуры, где

$$\beta_2 = -\frac{5}{2} \frac{a}{C^{2/3}}, \ a_2 = \frac{RC}{C-b} + R \ln(C-b) = R \left(\frac{C}{C-b} + \ln(C-b)\right).$$

При построении поверхностей были использованы параметры уравнения, соответствующие аргону (*Ar*) [3]:

$$a = 1,363 \text{ м}^3$$
/моль,  $b = 32,19 \cdot 10^{-6} \text{ M}^3$ /моль.

Общим свойством всех приведенных поверхностей является отсутствие локальных экстремумов и сингулярностей, а так же разрезов во всем диапазоне изменения температур и объемов.

Таким образом, в работе графически исследованы поверхности термодинамических потенциалов, соответствующие полуэмпирическому уравнению состояния Дитеричи-II. Показано, что они являются гладкими, обладающими определенным асимптотическим поведением, неимеющими особенностей.

#### Литература

1. Румер, Ю. Б. Термодинамика статистическая физика и кинетика / Ю. Б. Румер, М. Ш. Рывкин. – М: Наука, 1977. – 552 с.

2. Тюменков, Г. Ю. О некоторых параметрах и изоэнтальпическом охлаждении газов Дитеричи-II / Г. Ю. Тюменков, Е. А. Дей, О. В. Тарнавская // Чрезвычайные ситуации: образование и наука. – 2011. – Т. 6, № 1. – С. 135 – 140.

3. Уэйлес, С. Н. Фазовое равновесие в химической технологии / С. Н. Уэйлес. – М.: Мир, 1989. – 304 с.

## **Д.С. Однолько (БНТУ, Минск)** Науч. рук. **О.Ф. Опейко,** к.т.н, доцент

## КОМПЬЮТЕРНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СХОДИМОСТИ РЕГРЕССИОННЫХ МЕТОДОВ ИДЕНТИФИКАЦИИ ФИЗИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ ПРИ РАЗЛИЧНОМ ВЫБОРЕ МАТРИЦЫ УСИЛЕНИЯ

Проблема уточнения математической модели уже существующей физической системы возникает, когда некоторые переменные, входящие в математическую модель, в общем случае могут изменяться предполагаемым, но не известным образом. Причем сами эти переменные непосредственно в опыте не наблюдаются. Косвенную информацию о характере изменения этих переменных получают в результате наблюдений за физическим объектом либо в результате целенаправленного активного эксперимента, либо в режиме его нормального функционирования [1]. Далее по этим наблюдениям оценивают характер изменения переменных и их значения. За такими переменными закрепилось название параметров. Характер изменения параметров отражает изменчивость внутренних и внешних факторов, определяющих условия функционирования объекта.

В данной работе проведен анализ функционирования систем идентификации синтезированных на основе регрессионных методов оценивания. При этом было проведено исследование различных структур идентификационных моделей, при которых на процесс сходимости оценок к их истинным значениям влиял различный выбор матриц усиления в «ядре» алгоритма.

Идентификация физических объектов сводится к задаче создания математической модели, адекватной данной физической системе. Решение этой задачи в значительной степени неоднозначно. Чтобы получить математическое описание физической системы, необходимо, во-первых, построить идеализированную модель процесса, во-вторых, аппроксимировать эту идеализированную модель. Моделированию сложных физических систем должна сопутствовать в интересах сокращения объема вычислений преобразование и упрощения уравнений математической модели, понижение их порядка, линеаризации и т.д. Для полученной модели физического объекта осуществляется выбор критерия близости между моделью и реальной системой, основанный на специфике задачи. Таким образом, для выбранной структуры модели и критерия оптимальности, синтезируется наблюдатель, на который налаживаются требования по обеспечению предельной скорости сходимости при некоторой гарантированной точности. В настоящее время регрессионные методы идентификации благодаря своим широким возможностям успешно используются в инженерной практике. Новые возможности по реализации более сложных структур стали доступны благодаря развитию микропроцессорной техники, с большим объемом предоставляемой памяти. Более того, регрессионные методы позволяют осуществлять идентификацию в реальном масштабе времени, поскольку они основаны на измерениях входных и выходных сигналов, которые можно получить в процессе нормального функционирования системы. Известно большое число вариаций данных алгоритмов [2], отличающихся друг от друга матрицей усиления  $Q_{(n)}$ . Поэтому естественно возникает задача выяснения, как влияет выбор матрицы усиления  $Q_{(n)}$  на свойства алгоритма, а значит, и на свойства порождаемых им оценок. Важным показателем этих алгоритмов и порождаемых ими оценок, является асимптотическая скорость сходимости оценок к оптимальному решению.

Наиболее часто в инженерной практике используется три варианта корректирующих коэффициентов  $\rho_n$ , образующих матрицу усиления  $Q_{(n)}$ . При этом для обеспечения сходимости последовательность коэффициентов должна удовлетворять условиям (1), основанным на теореме Дворецкого [3]:

$$\lim_{n\to\infty}\rho_n=0;\quad \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^n\rho_k=\infty;\quad \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^n\rho_k^2<\infty.$$
 (1)

Наиболее простой в реализации алгоритм оперирует последовательностью скалярных коэффициентов усиления – классический метод стохастической аппроксимации (2). При этом алгоритм имеет вид:

$$k_n = k_{n-1} - \rho_n \Psi_n, \quad \forall n = 1, 2, 3, ...,$$
 (2)

где  $\Psi_n$  – вектор функция последовательного градиентного поиска [3];  $\rho_n$  – последовательность скалярных корректирующих коэффициентов.

Данный тип алгоритмов (2) не предполагает четкой методики подбора коэффициентов  $\rho_n$ , и допускает некоторый инженерный произвол. При этом основным способом подбора является экспериментальное определение наиболее приемлемой комбинации. Данный произвол снижает привлекательность метода, несмотря на простоту в его реализации.

Результаты проведенного моделирования позволяют сделать вывод, о высокой скорости сходимости данного алгоритма в случае оптимального подбора  $\rho_n$ . Иные варианты могут приводить к затягиванию идентификации либо полной асимптотической расходимости процесса при наличии внешних помех.

Матрица усиления  $Q_{(n)}$  может формироваться на основе информации о структуре физического объекта. Данный вариант алгоритма, оперирует аналитической зависимостью коэффициентов усиления от сигналов вход-

выход динамической системы. Данный тип алгоритмов представляют собой рекуррентную форму метода наименьших квадратов (МНК):

$$k_{n} = k_{n-1} + Q_{(n)} \cdot \mathcal{E}(y_{(n)}, x_{(n)}, k_{n-1}), \quad \forall n = 1, 2, 3, \dots,$$
(3)

где  $Q_{(n)}$  – оптимальная матрица усиления для данного «информационного» состояния физической системы;  $\varepsilon(y_{(n)}, x_{(n)}, k_{n-1})$  – коэффициент близости между моделью и реальной системой.

Важно подчеркнуть, что алгоритмы (3) не зависят от дисперсии помех. Поэтому оценки, порождаемые этими алгоритмами, обладают достаточно высокой скоростью сходимостью, даже в условиях внешних возмущений. При этом данный алгоритм нагляднее в настройке и обладает высокой точностью получаемых оценок.

Если для синтеза алгоритма идентификации используется модульная функция потерь [4], то получаемый наблюдатель представляет собой релейную структуру и соответствует методу наименьших модулей (МНМ). Моделирование показало, что в отличие от алгоритмов МНК, которые становятся неработоспособными при помехах с неограниченной дисперсией, алгоритмы МНМ не теряют сходимости и в этом случае. Однако скорость сходимости рекуррентных алгоритмов МНМ определяется максимальным значением плотности распределения помех. Поэтому его работоспособность зависит от точности информации о внешних возмущениях, действующих на физическую систему.

Выполненное моделирования, различных структур регрессионных методов идентификации, показала, что выбор рационального алгоритма должен полагаться на информацию о помехах, действующих на систему, с учетом оптимальной процедуры настройки его «ядра».

#### Литература

1. Овчаренко, В. Н. Адаптивная идентификация параметров в динамических и статических системах / В. Н. Овчаренко // Автоматика и телемеханика. – 2011. – № 3. – С. 113–123.

2. Семенов, А. Д. Идентификация объектов управления: Учебн. Пособие / А. Д. Семенов, Д. В. Артамонов, А. В. Брюхачев. – Пенза: Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2003. – 211 с.

3. Гроп, Д. Методы идентификации систем / Д. Гроп. – М.: Мир, 1979. – 305 с.

4. Цыпкин, Я. З. Основы информационной теории идентификации / Я. З. Цыпкин. – М.: Наука, 1984. – 320 с.

#### А.И. Остапенко (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель) Науч. рук. Е.А. Дей, к.ф.-м.н., доцент

## ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ

В квантовой теории рассеяния рассматривается проблема взаимодействия частиц с нелокальным потенциалом. Для решения данной задачи переходят к импульсному представлению уравнения Шредингера:

$$R(k') = V(k,k') + \frac{2}{\pi} \int_{0}^{\infty} dp \, \frac{p^2 V(k',p) R(k,p)}{(k_0^2 - p^2)/2\mu},\tag{1}$$

где  $\mu$  – это приведенная масса системы,  $k_0$  определяет энергию системы  $E = \frac{k_0}{k_0}$ 

$$E = \frac{0}{2\mu}$$

Интеграл в уравнении (1) обращается в бесконечность в точке  $k=k_0$ . Для исключения сингулярности в данной задаче интеграл вычисляется в смысле главного значения:

$$\int_{0}^{\infty} f(k)dk = \lim_{\varepsilon \to 0} \left[ \int_{0}^{k_{0}-\varepsilon} f(k)dk + \int_{k_{0}-\varepsilon}^{\infty} f(k)dk \right]$$
(2)

Численное вычисление предела в выражении (2) не совсем удобно, т.к. компьютеры имеют ограниченную точность. Соотношение (2) для численной обработки записывается в виде:

$$\int_{0}^{\infty} \frac{f(k)dk}{k^{2} - k_{0}^{2}} = \int_{0}^{\infty} \frac{f(k) - f(k_{0})}{k^{2} - k_{0}^{2}}.$$
(3)

Правая часть данного соотношения уже не обращается в бесконечность при  $k = k_0$ . Следовательно, можно записать уравнение (1) в виде:

$$R(k',k) = V(k',k) + \frac{2}{\pi} \int_{0}^{\infty} dp \, \frac{p^2 V(k',p) R(p,k) - k_0^2 V(k',k_0) R(k_0,k)}{(k_0^2 - p^2)/2\mu}$$
(4)

Преобразуем этот интеграл к системе линейных уравнений, аппроксимируя его с помощью квадратурной суммы с N узлами:

$$R(k,k_0) \approx V(k,k_0) + \frac{2}{\pi} \sum_{j=1}^{N} \frac{k_0^2 V(k,k_j) R(k_j,k_0) w_j}{(k_0^2 - p^2)/2\mu} - \frac{2}{\pi} k_0^2 V(k,k_0) R(k_0,k_0) \sum_{j=1}^{N} \frac{w_j}{(k_0^2 - p^2)/2\mu},$$

где *w<sub>i</sub>* – веса квадратурной формулы.

Решая эту систему уравнений, мы получим амплитуды  $R(k, k_0)$ , эквивалентные сдвигу фазы рассеяния  $\delta_l$ :

$$R(k_0, k_0) = \frac{-\tan \delta_0}{2\mu k_0}.$$
 (5)

Для решения данной задачи в системе MathCAD была реализована функция – программный блок Lippman(Kmax, N,  $\mu$ , T, W), где K<sub>max</sub> определяет максимальное значение энергии системы, N – количество точек, определяющих различные значения энергии  $k_0$ ,  $\mu$  – приведенная масса системы, T, W – узлы и веса квадратурной формулы Гаусса соответственно. Был рассчитан сдвиг фаз рассеяния R(k, $k_0$ ), для потенциала  $V(k',k) = \delta(k - k')$ . Численное решение для сдвига  $\delta_0$  с погрешностью не более чем 10<sup>-3</sup> совпадает с точным при N=16, K<sub>max</sub>=2 $\pi$ .

#### Литература

1. Давыдов А. С. Квантовая механика. – М.: Наука, 1973. – 703 с.

2. Верлань А. Ф., Сизиков В. С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. Справочное пособие. – К.: Наукова думка, 1986. – 544 с.

# Н.С. Потипко (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)

Науч. рук. Е.А. Дей, к.ф.-м.н., доцент

## РЕАЛИЗАЦИЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА СПЕКТРАЛЬНЫМ МЕТОДОМ В СИСТЕМЕ МАТНСАD

В докладе рассматривается решение одномерного стационарного уравнения Шредингера [1–3]

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + U(x)\psi(x) = E\psi(x)$$
(1)

спектральным методом [4, 5]. В этом методе волновая функция представляется в виде ряда Фурье:

$$\psi(x) = \sum_{i=1}^{2} \sum_{k=0}^{\infty} A_{k,i} g_{i,k}(x)$$
(2)

по базисным функциям на участке  $-L \le x \le L$ 

$$\begin{cases} g_{1,k}(x) = \frac{1}{\sqrt{LR_k}} \sin\left(\frac{k\pi x}{L}\right) \\ g_{2,k}(x) = \frac{1}{\sqrt{LR_k}} \cos\left(\frac{k\pi x}{L}\right) \end{cases} \quad R_k = \begin{cases} 2, m = 0 \\ 1, m \neq 0 \end{cases}.$$
(3)

Важным свойством базисных функций является их полнота и ортогональность:

$$\int_{-L}^{L} g_{i,k}(x) g_{i',k'}(x) dx = \delta_{kk'} \delta_{ii'}$$
(4)

Используя в уравнении разложение (2) и умножая скалярно на  $g_{i',k'}(x)$  получаем систему соотношений:

$$\left(\frac{k\pi}{L}\right)^{2} A_{k,i} + \sum_{k',i'} A_{k',i'} \int_{-L}^{L} g_{i,k}(x) U(x) g_{i',k'}(x) dx = \mathcal{E} A_{k,i}.$$
(5)

Таким образом приходим к стандартной задаче на собственные значения матрицы:

$$D_{k,k',i,i'} = \left(\frac{k\pi}{L}\right)^2 \delta_{kk'} \delta_{ii'} + \int_{-L}^{L} g_{i,k}(x) U(x) g_{i',k'}(x) dx \quad .$$
(6)

Для реализации метода выбрана система MathCAD, поскольку она зарекомендовала себя как надежный и стабильный инструмент для решения математических и физических задач разного уровня сложности. Также система позволяет решать задачу на собственные значения с помощью встроенных функций eigenvec и eigenvals и вычислять интегралы численно с большой точностью. Для решения был создан программный блок Shred(L,N,n,g,U), где в скобках указаны параметры: область решения, число шагов, уровень энергии, для которого находятся значения волновой функции, базисные функции и функция потенциальной энергии.

Для отладки программного блока использовали задачу с потенциалом гармонического осциллятора в безразмерных переменных:

$$U(x)\frac{m\omega^2 x^2}{2}, \xi^* = \sqrt{\frac{h}{m\omega}}, x = \frac{\xi}{\xi^*}, E^* = \frac{h\omega}{2}, \varepsilon = \frac{E}{E^*}$$
(7)

Численное решение уравнения (1) содержит вектор собственных значений, которые при N=60 совпадают с точными вплоть до 45 уровня энергии (погрешность не превышает  $10^{-14}$ ).

#### Литература

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика, т. 3. Квантовая механика, нерелятивистская теория. – изд. 4-е, испр., – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. литературы, 1989. – 468 с.

2. Давыдов А. С. Квантовая механика. – М.: Наука, 1973. –703с.

3. J. P. Boyd, Chebyshev&Fourier'Spectral Methods, Springer-Verlag, BerlinHeidelberg, 1989.

4. P. Pedram, M. Mirzaei Refined Spectral Method as an extremely accurate technique for solving time-independent Schrodinger equation //arXiv:math-ph/0611008.

## Д.М. Сазонов (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель) Науч. рук. В.Ф. Шолох, к.ф.-м.н., доцент

## ОБЛАСТИ ПРОЗРАЧНОСТИ ДВИЖУЩЕЙСЯ СРЕДЫ С ИНДУЦИРОВАННОЙ ГИРОТРОПИЕЙ

Поведение электромагнитной волны, падающей на движущуюся границу раздела двух сред, обладает рядом особенностей, одной из которых является усиление волн при отражении от тангенциального разрыва скорости. Указанный эффект может иметь место лишь в областях прозрачности среды, поэтому определение условий, при которых отсутствует поглощение энергии движущейся средой, является одним из важных пунктов при анализе возможностей усиления отражённой волны.

Пусть из покоящейся недиспергирующей среды со скалярной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_1$ , занимающей полупространство Z<0 (рисунок 1), падает плоская электромагнитная волна с заданным вектором рефракции  $\vec{m} = n\vec{n} = \sqrt{\varepsilon_1}\vec{n}$ .



Полупространство Z > 0 заполнено прозрачной средой с индуцированной гиротропией, движущейся со скоростью  $\vec{v} = v\vec{\tau}$  ( $\vec{\tau}$  – вектор задающий направление движения среды) вдоль границы двух сред, совпадающей с плоскостью Z = 0. Гиротропная среда в локально сопровождающей системе отсчета описывается тензором диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon^{\circ} \delta_{ij} + i e_{ijk} G_k$  [1]. Будем считать, что вектор волновой нормали  $\vec{n}$  лежит в плоскости ( $\vec{q}, \vec{\tau}$ ), где  $\vec{q}$  – нормаль к плоскости границы раздела.

Запишем векторы рефракции падающей, отражённой и преломлённой волн в виде [2]

$$\vec{m} = \vec{b} + \eta \vec{q}; \quad \vec{m}^{(r)} = \vec{b} + \eta^{(r)} \vec{q}; \quad \vec{m}^{(t)} = \vec{b} + \eta_{(t)} \vec{q},$$
 (1)

где  $\vec{b} = [\vec{q}[\vec{m}\vec{q}]]$  – тангенциальная составляющая вектора рефракции падающей волны,  $\eta = \vec{m}\vec{q} = \sqrt{\varepsilon_1}\vec{n}\vec{q} = -\eta^{(r)}$ ,  $\eta_{(t)}$  – скалярный параметр подлежащий определению.

Уравнение нормалей для движущееся гиротропной среды с индуцированной гиротропией [3]

$$\frac{[\vec{m}\vec{\tau}]^{2} + \gamma^{2}(\vec{m}\vec{\tau} - \beta)^{2}}{\gamma^{2}(1 - \beta\vec{m}\vec{\tau})^{2}} - \frac{[\vec{\tau}[\vec{m}\vec{\tau}]]\vec{G}^{\circ} + \gamma(\vec{m}\vec{\tau} - \beta)\vec{\tau}\vec{G}^{\circ}}{\gamma(1 - \beta\vec{m}\vec{\tau})} - \varepsilon^{\circ} = 0.$$
(2)

Здесь, как обычно,  $\gamma^{-2} = 1 - \beta^2$ ,  $\beta = \nu/c$ , *c* – скорость света в вакууме. Подставляя выражение для вектора рефракции преломлённой волны из (1) в уравнение нормалей (2) имеем:

$$\eta_{(t)}^2 - \gamma (1 - \beta \vec{m} \vec{\tau}) \vec{q} \vec{G}^{\circ} \eta_{(t)} + \Theta = 0, \qquad (3)$$

где введены обозначения

$$\Theta = \gamma^2 (\vec{m}\vec{\tau} - \beta) \left( \vec{m}\vec{\tau} - \beta - (1 - \vec{m}\vec{\tau})\vec{\tau}\vec{G}^\circ \right) - \varepsilon^\circ \gamma^2 \left( 1 - \beta \vec{m}\vec{\tau} \right)^2, \quad \vec{G}^\circ = \vec{G} / \sqrt{\varepsilon^\circ}.$$

Условия прозрачности требуют вещественности скалярного параметра  $\eta_{(t)}$ , поэтому в рассматриваемом нами случае, отрицательные значения дискриминанта уравнения (3), общее решение которого имеет вид

$$\eta_{(t)}^{\pm} = \frac{1}{2} \gamma \left( 1 - \vec{m}\vec{\tau} \right) \vec{q} \vec{G}^{\circ} \pm \sqrt{\frac{1}{4}} \gamma^2 \left( 1 - \vec{m}\vec{\tau} \right)^2 \left( \vec{q} \vec{G}^{\circ} \right)^2 - \Theta , \qquad (4)$$

исключаются из рассмотрения.

Рассмотрим некоторые частные случаи уравнения (4), для которых определим области прозрачности.

1) Внешнее поле направлено перпендикулярно нормали к плоскости раздела  $\vec{q}$ , тогда из уравнения (4), при условии  $\varepsilon^{\circ}\beta^{2} + \beta\vec{\tau}\vec{G}^{\circ} - 1>0$ , получаем две области прозрачности:

$$0 \leq \Psi_{\circ} \leq \arcsin\left(\frac{2\beta\left(\varepsilon^{\circ}-1\right)-\vec{\tau}\vec{G}^{\circ}\left(\beta^{2}+1\right)-\Gamma}{2\sqrt{\varepsilon_{1}}\left(\varepsilon^{\circ}\beta^{2}+\beta\vec{\tau}\vec{G}^{\circ}-1\right)}\right),$$

$$\arcsin\left(\frac{2\beta\left(\varepsilon^{\circ}-1\right)-\vec{\tau}\vec{G}^{\circ}\left(\beta^{2}+1\right)+\Gamma}{2\sqrt{\varepsilon_{1}}\left(\varepsilon^{\circ}\beta^{2}+\beta\vec{\tau}\vec{G}^{\circ}-1\right)}\right) \leq \Psi_{\circ} \leq \frac{\pi}{2}.$$
(5)

Здесь введено обозначение

$$\Gamma = \sqrt{\left(2\beta\left(\varepsilon^{\circ}-1\right)-\vec{\tau}\vec{G}^{\circ}\left(\beta^{2}+1\right)\right)^{2}-4\left(\varepsilon^{\circ}\beta^{2}+\beta\vec{\tau}\vec{G}^{\circ}-1\right)\left(\varepsilon^{\circ}-\beta^{2}-\beta\vec{\tau}\vec{G}^{\circ}\right)}$$

В случае, когда вектор  $\vec{G}^{\circ}$  перпендикулярен вектору  $\vec{\tau}$ , из (5) получаем

$$0 \leq \Psi_{\circ} \leq \arcsin\left(\frac{\beta\left(\varepsilon^{\circ}-1\right)-\sqrt{\beta^{2}\left(\varepsilon^{\circ}-1\right)^{2}-\left(\varepsilon^{\circ}\beta^{2}-1\right)\left(\varepsilon^{\circ}-\beta^{2}\right)}}{\sqrt{\varepsilon_{1}}\left(\varepsilon^{\circ}\beta^{2}-1\right)}\right),$$
(6)  
$$\arcsin\left(\frac{\beta\left(\varepsilon^{\circ}-1\right)+\sqrt{\beta^{2}\left(\varepsilon^{\circ}-1\right)^{2}-\left(\varepsilon^{\circ}\beta^{2}-1\right)\left(\varepsilon^{\circ}-\beta^{2}\right)}}{\sqrt{\varepsilon_{1}}\left(\varepsilon^{\circ}\beta^{2}-1\right)}\right) \leq \Psi_{\circ} \leq \frac{\pi}{2}.$$

Таким образом, системы неравенств (5) и (6) определяют допустимые значения угла падения  $\Psi_{\circ}$ , при указанных условиях движения, для которых будет отсутствовать поглощение средой энергии преломлённой волны.

2) Пусть вектор магнитной гирации 
$$\vec{G}^{\circ}$$
 коллинеарен вектору  $\vec{q}$ . Из  
(4), при условии  $\beta^{2} \left( \left( \vec{q} \vec{G}^{\circ} \right)^{2} + 4\varepsilon^{\circ} \right) - 4 > 0$ , имеем  
 $0 \le \Psi_{\circ} \le \arcsin \left( \frac{\beta \left( \left( \left( \vec{q} \vec{G}^{\circ} \right)^{2} + 4\varepsilon^{\circ} \right) - 4 \right) - \Upsilon}{\sqrt{\varepsilon_{1}} \left( \beta^{2} \left( \left( \vec{q} \vec{G}^{\circ} \right)^{2} + 4\varepsilon^{\circ} \right) - 4 \right) \right)} \right),$  (7)  
 $\arcsin \left( \frac{\beta \left( \left( \left( \vec{q} \vec{G}^{\circ} \right)^{2} + 4\varepsilon^{\circ} \right) - 4 \right) + \Upsilon}{\sqrt{\varepsilon_{1}} \left( \beta^{2} \left( \left( \vec{q} \vec{G}^{\circ} \right)^{2} + 4\varepsilon^{\circ} \right) - 4 \right) \right)} \right) \le \Psi_{\circ} \le \frac{\pi}{2},$ 

здесь

$$\Upsilon = \sqrt{\beta^2 \left( \left( \left( \vec{q} \vec{G}^\circ \right)^2 + 4\varepsilon^\circ \right) - 4 \right)^2 - \left( \beta^2 \left( \left( \vec{q} \vec{G}^\circ \right)^2 + 4\varepsilon^\circ \right) - 4 \right) \left( \left( \vec{q} \vec{G}^\circ \right)^2 + 4\left(\varepsilon^\circ - \beta^2 \right) \right).}$$

В случае, когда вектор магнитной гирации  $G^{\circ}$  перпендикулярен  $\vec{q}$ , условия (7) как и следовало, переходят в условия (6).

Таким образом, системы неравенств (5) и (7) представляют собой области прозрачности для движущиеся среды с индуцированной гиротропией. Именно в областях прозрачности может наблюдаться эффект усиления волны отраженной от тангенциального разрыва скорости, что обусловлено перекачкой энергии поступательного движения среды в энергию электромагнитной волны. Следует однако отметить, что указанный эффект возможен не во всех областях прозрачности. Соотношения (5), (6) и (7) также могут быть использованы при экспериментальном исследовании движущихся во внешнем магнитном поле сред. Измеряя области прозрачности и сравнивая их с расчетными значениями, можно судить о внутренней структуре и симметрии исследуемого образца.

#### Литература

1. Ландау, Л. Д. Электродинамика сплошных сред / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М.: Наука, 1982. – Т. 8. – 624 с.

2. Федоров, Ф. И. Отражение и преломление света прозрачными кристаллами / Ф. И. Федоров, В. В. Филиппов. – Мн.: Наука и техника, 1976. – С. 224.

3.Шолох, В. Ф. Эффект Фарадея в движущейся среде / В. Ф. Шолох, Т. П. Желонкина, Д. М. Сазонов. – Мат. Гомельский научный семинар по теоретической физике, 2011. – С. 48–51.

#### А.В. Станчик (УО «БГПУ им. М. Танка», Минск) Науч. рук. В.Р. Соболь, д.ф.-м.н., профессор

### О ПРОСТРАНСТВЕННОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ЛУЧИСТОГО ПОТОКА ОТ СФЕРИЧЕСКОГО ЛАМБЕРТОВСКОГО ИСТОЧНИКА

Введение. При решении задач радиационного обогрева часто приходится оперировать интегральными потоками энергии, создаваемыми протяженными излучателями. Из первых принципов достаточно несложно рассчитать значения интенсивности энергетического потока, в отдельных точках пространства используя свойства симметрии задачи, что в дальнейшем дает возможность экстраполировать полученные данные на соседние точки требуемой области, что и осуществляется для случая действия реальных источников. Поверхность теплового источника должна быть близка к форме и симметрии расчетной модели. В этом смысле участок сферы является достаточно привлекательной формой для исследования, который можно отождествить с плоским круговым излучающим элементом при соответствующих ориентации области наблюдения и значениях расстояния до нее.

В сообщении представлены результаты рассмотрения пространственного распределения интенсивности нормальной составляющей радиационного потока энергии от источника сферической формы. Источник, являющийся частью полусферического купола, отнесенный от горизонтальной площадки, находящейся на Земле, посылает излучение во внутреннюю область вблизи своего геометрического центра. Ситуация отвечает случаю выявлению характера распределения плотности энергетического потока, испускаемой сферическими диффузными экранами, отражателями перераспределяющими световые и радиационные потоки, вогнутыми сферическими зеркалами, испусканию тепловой энергии сферическими куполами и арочными сводами конструкций при их нагреве солнечными лучами или в случае пожара.

#### Основная часть

Исследование проводилось для сферического излучателя энергии, действующего в приближении ламбертовского источника. Для области наблюдения, находящейся под куполом в районе оси симметрии, опирающейся на горизонтальную поверхность, записано выражение для нормальной компоненты локальной плотности энергии. В терминах сферической системы координат энергетическая освещенность представлена в виде суммы вкладов от отдельных элементарных источников, расположенных на куполе полусферы.

$$E = BR \int_{0}^{\theta_{1}} \int_{0}^{2\pi} \frac{\sin\theta(R\cos\theta + h)\left(R + h\cos\theta - a\sin\theta\cos\phi\right)}{\left(R^{2} + 2hR\cos\theta + h^{2} + a^{2} - 2aR\sin\theta\cos\phi\right)^{2}} d\varphi d\theta, \quad (1)$$

где *В* и *R* – энергетическая яркость и радиус ламбертовского сферического источника,  $\theta$  – азимутальный угол,  $\theta_1$  – значение угла, задающее требуемый сегмент излучателя, расположенного на сферической поверхности,  $\varphi$  – полярный угол, *a* – расстояние от оси симметрии до точки наблюдения, *h* – высота от горизонтальной площадки до полусферы.

Следует отметить, что для центральной точки, находящейся на оси симметрии, расчет осуществляется просто и значение освещенности изменяется в зависимости от диапазона изменения азимутального угла  $\theta$  в пределах от нуля до  $\pi B$ .

Для иных точек на плоскости наблюдения выражение для нормальной компоненты освещенности является более громоздким в виду сложной связи между расстоянием от облучаемой площадки до элементарного участка поверхности. Это приводит к процедуре расчета псевдоэллиптических интегралов.

Проинтегрировав данный интеграл (1), после несложных преобразований и введя подстановки A, C, c и b, сведется к следующему виду

$$E = 2\pi B \int_{0}^{\theta_1} \frac{R\sin\theta (R\cos\theta + h)(Ac - bC)d\theta}{(c^2 - b^2)^{3/2}}$$

где A = R +  $h\cos\theta$ , C =  $-a\sin\theta$ , b =  $-2aR\sin\theta$ , c = R<sup>2</sup> +  $2hR\cos\theta + h^2 + a^2$ 

Таким образом, для случая суммирования по половине телесного угла выражение для распределения энергетической освещенности имеет вид

$$E = 2\pi BR \left[ Rhk - mR^2 - \frac{111}{35}h^2(h^2 + a^2) + \frac{1757}{385}Ra^2 \right], \qquad (2)$$
  
где  $k = \frac{(724 - 45\pi)}{80}R^2 + \frac{(9712 - 675\pi)}{1200}a^2 + \frac{(352 - 180\pi)}{240}h^2,$   
 $m = \frac{37}{35} \left( R^2 + a^2 + \frac{2125}{407}h^2 \right)$ 

В частности, для области наблюдения, находящейся в районе центра полусферы, опирающейся на горизонтальную поверхность (h=0), выражение (2) для распределения энергетической освещенности примет вид

$$E = B \frac{2\pi R^4}{\left(R^2 + a^2\right)^2} \left[ \frac{1}{k^2} \left( \frac{1}{\sqrt{1 - k^2}} - 1 \right) + \frac{2a^2}{R^2 + a^2} \left( \frac{1}{k^2 \sqrt{1 - k^2}} + \frac{2}{k^4 \sqrt{1 - k^2}} - \frac{2}{k^4} \right) \right]$$

где

$$k = \frac{2aR}{R^2 + a^2}.$$

Заключение. Следует отметить, что полученное соотношение (2) не может считаться окончательным. Для выявления условий применения (2) требуется дальнейший анализ методом сравнения получаемых значений во всей области со значениями при предельном переходе в точку высокой симметрии.

#### Литература

1. Вести БГПУ 2010 Материалы строительные. Метод испытания на воспламеняемость: ГОСТ 30402–96. – Введ. 30.04.97. – Минск: Межгос. научно-техническая комиссия по стандартизации, техническому нормированию и сертификации в строительстве, 1996. – 31 с.

2. Соболь, В. Р. О влиянии формы протяженного теплового источника на плотность лучистого потока энергии / В. Р. Соболь, П. Н. Гоман, В. И. Януть // Весці БДПУ. Сер. 3. – 2010. – № 4. – С. 3–9.

3. Ландсберг, Г. С. Оптика / Г. С. Ландсберг. – М: Наука, 1976. – 926 с.

4. Градштейн, И. С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. – М.: Гос. изд. Физико-математической литературы, 1962. – 1100 с.

5. Гусак, А. А. Справочник по высшей математике / А. А. Гусак, Г. М. Гусак. – Минск: Навука і тэхніка, 1991. – 480 с.

# А.А. Титова (УО «БГПУ им. М. Танка», Минск) Науч. рук. О.М. Бояркин, д.ф.-м.н., профессор

## МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ НЕЙТРИНО В ЛЕВО-ПРАВОЙ МОДЕЛИ

В стандартной модели электрослабых взаимодействий (СМ) нейтрино являются безмассовыми частицами, и как результат, смешивание состояний в нейтринном секторе отсутствует. Однако к концу 2002 г. в результате серии экспериментов с солнечными, атмосферными и реакторными нейтрино было установлено существование нейтринных осцилляций [5]. Из этого факта в свою очередь следовало, что масса нейтрино отлична от нуля и имеет место нарушение частичного лептонного флейвора. Этот фундаментальный результат является одним из прямых экспериментальных указаний на реконструкцию нейтринного сектора СМ.

Нейтрино является нейтральной частицей и описывающий ее поведение полный лагранжиан не содержит никаких мультипольных моментов (MM). Появление этих моментов обусловлено взаимодействием нейтрино с вакуумом, структура которого определяется выбором той или иной модели электрослабого взаимодействия. Электромагнитные свойства массивного дираковского нейтрино описываются четырьмя формфакторами. Общий вид матричного элемента для сохраняющегося электромагнитного тока нейтрино  $J_{\mu}^{em}$  дается выражением [4]:

$$\langle v_i(p') | J_{\mu}^{em} | v_j(p) \rangle = = \langle v_i(p') | i\sigma_{\mu\lambda} q^{\lambda} [F_M(q^2) + F_E(q^2)\gamma_5] + (q^2\gamma_{\mu} - q_{\mu}\hat{q}) [F_V(q^2) + F_A(q^2)\gamma_5] | v_j(p) \rangle^{(1)}$$

где q = p' - p,  $F_M(q^2)$ ,  $F_E(q^2)$ ,  $F_A(q^2)$  è  $F_V(q^2)$  - магнитный, электрический, анопольный и приведенный дираковский формфакторы нейтрино, соответственно. Для майорановского нейтрино диагональные элементы всех мультипольных моментов за исключением анапольного обращаются в ноль [7]. Что касается недиагональных элементов, то ситуация зависит от того сохраняется или не сохраняется *CP*- четность.

К настоящему времени существуют только границы на AMM легких нейтрино. Так, например, для AMM дираковского нейтрино на 90% CL получены следующие значения [4]

$$\mu_{\nu_{e}} \le 5.8 \times 10^{-11} \,\mu_{B}, \,\mu_{\nu_{\mu}} \le 6.8 \times 10^{-10} \,\mu_{B}, \,\mu_{\nu_{\tau}} \le 3.9 \times 10^{-7} \,\mu_{B}, \quad (2)$$

где  $\mu_B$  - магнетон Бора. Взаимодействие нейтрино с магнитным полем Солнца может приводить к конвертированию  $v_e$  в  $\overline{v_e}$ . Использование этого эффекта приводит к результату [3]

$$\mu_{eff}\left(v_{*_{B}}\right) \leq \left(10^{-10} - 10^{-12}\right)\mu_{B}.$$
(3)

Наиболее успешное описание нейтрино происходит в лево-право симметричной модели, основанной то есть В модели на  $SU(2)_R \times SU(2)_L \times U(1)_{B-L}$  – калибровочной группе (см. для обзора [1]). Величина магнитного момента этой модели была найдена в работе [4], где учитывались только лишь вклады от заряженных калибровочных бозонов. Однако, лево-право симметричная модель (ЛПМ) включает в себя также заряженные скалярные бозоны, и их также необходимо учесть при вычислении АММ нейтрино. В традиционном варианте ЛПМ имеется два триплета и один бидублет полей Хиггса. При этом нейтрино является майорановской частицей. После спонтанного нарушения симметрии мы имеем 14 физических бозонов Хиггса. Четыре двукратно-заряженных скаляра  $\Delta_{1,2}^{(\pm,\pm)}$ , четыре однократно-заряженных  $\delta^{(\pm)}$  и  $h^{(\pm)}$ , четыре нейтральных скаляра  $S_{1,2,3,4}$ , а также два скаляра нейтральных псевдоскаляра  $P_{1,2}$ . В третьем порядке теории возмущений вклад в АММ нейтрино будет давать только однократнозаряженные бозоны. Анализ экспериментальных данных приводит к выводу, что массы этих бозонов Хиггса и их константы взаимодействия с лептонами и калибровочными бозонами могут лежать на электрослабой шкале [6].



Рисунок 1 – Диаграммы Фейнмана, обусловленные бозонами Хиггса

Далее будем считать, что масса  $h^{(\pm)}$  - бозона лежит на электрослабой шкале, в то время как  $\delta^{(\pm)}$  - бозон имеет массу в ТэВ области. Вклады от заряженных бозонов Хиггса описываются диаграммами, представленными на рис. 1. Выражение для матричных элементов AMM разбиваются на две группы. Первая соответствует переходам без изменения спиральности нейтрино, а вторая связана с переходами, изменяющими спиральность нейтрино. Для моментов первой группы получаем ( $i \neq j$ )

$$\mu_{\nu_{i}\nu_{j}} = \frac{m_{e}\mu_{B}}{4\pi^{2}} \sum_{l_{\alpha}} \frac{U_{\alpha i}^{t}U_{\alpha j}\alpha_{\overline{\nu_{\alpha}}hl_{\alpha}}^{2}}{\left(m_{\nu_{i}} - m_{\nu_{j}}\right)} \int_{0}^{1} x \left[ \ln \left| \frac{L_{\nu_{i}h}}{L_{\nu_{j}h}} \right| + \ln \left| \frac{L_{\nu_{i}l_{\alpha}}}{L_{\nu_{j}l_{\alpha}}} \right| \right] dx, (4)$$

$$\mu_{N_{i}N_{j}} = \mu_{\nu_{i}\nu_{j}} \left(\nu_{i} \to N_{i}, \nu_{j} \to N_{j}\right), \qquad (5)$$

$$\frac{\alpha_{\nu_{\mu}\mu h}^2}{m_h^2} < 0.66 \times 10^{-6} \,\tilde{\mathrm{A}} \mathrm{y} \mathrm{\hat{A}}^{-2} \,,$$

полученное в работе [7]. Полагая

$$m_h = 100 \; \tilde{A} \circ A_{\nu_\mu \mu h} \approx \alpha_{\overline{\nu_e} e h} \approx \alpha_{\overline{\nu_\tau} t h}, m_{\nu_i} = 2 \circ A,$$

получаем малое значение

$$\mu_{\nu_i\nu_j} < 10^{-19} \,\mu_B. \tag{6}$$

Однако для случая тяжелых нейтрино, поправки, вызванные однократно-заряженным бозоном Хиггса достаточно велики. Так, для  $m_{N_i} = 150 \ {
m A} {
m y} {
m A}$ , мы получаем

$$\mu_{N_i N_j} \approx 10^{-8} \,\mu_B$$

как для случая  $m_{N_i} \approx m_{N_j}$ , так и для случая  $m_{N_i} >> m_{N_j}$ . При этом с ростом  $m_{N_j}$  значение  $\mu_{N_iN_j}$  уменьшается, т.е. мы можем заключить

$$\mu_{N_i N_i} \le 10^{-8} \,\mu_B. \tag{7}$$

Аналогично находим, что  $\mu_{v_i N_j}$  имеет отрицательный знак, а его абсолютное значение ограничено неравенством

$$\left|\mu_{\nu_i N_j}\right| \le 1, 1 \times 10^{-9} \,\mu_B \tag{8}$$

Рассмотрим движение высокоэнергетического потока нейтрино в веществе и магнитном поле. Тогда соответствующий гамильтониан дается выражением

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_{\nu\nu} & \mathbf{H}_{\nu N} \\ \mathbf{H}_{\nu N}^{t} & \mathbf{H}_{N N} \end{pmatrix},\tag{9}$$

При анализе поведения нейтринного пучка с точки зрения ЛПМ нам наиболее интересны резонансные конверсии легких нейтрино в тяжелые нейтрино, как с изменением лептонного флейвора, так и без него. Приравнивая соответствующие диагональные элементы гамильтониана (9), мы можем найти эти резонансы. Так, и резонанс

$$V_{eL} \to N_{eR} \tag{10}$$

будет имеет место при выполнении условия

$$\delta_c^{21} c_{\varphi_e}^2 + \delta_c^{43} s_{\varphi_e}^2 + \Delta c_{2\varphi_e} + V_{ee} = \delta_c^{21} s_{\varphi_e}^2 + \delta_c^{43} c_{\varphi_e}^2 - \Delta c_{2\varphi_e}.$$
 (11)

В свою очередь, рождение тяжелых мюонных нейтрино в пучке легких электронных нейтрино, т.е. резонансный переход

$$\nu_{eL} \to N_{\mu R} \tag{12}$$

происходит если

$$\delta_c^{21} c_{\varphi_e}^2 + \delta_c^{43} s_{\varphi_e}^2 + \Delta c_{2\varphi_e} + V_{ee} = \delta_c^{21} s_{\varphi_\mu}^2 + \delta_c^{43} c_{\varphi_\mu}^2 - \Delta c_{2\varphi_\mu}$$
(13)

Из (12–13) следует, что резонансные переходы из сектора легких нейтрино в сектор тяжелых нейтрино не могут быть реализованы не при каких значениях масс нейтрино и величины внешнего магнитного поля.

В данной работе были найдены поправки от сектора Хиггса к аномальному магнитному моменту с майорановского нейтрино в третьем порядке теории возмущений. Было показано, что для тяжелых правосторонних нейтрино эти поправки превышают вклады от заряженных калибровочных бозонов. В случае, когда масса тяжелого нейтрино лежит на электрослабой шкале диагональные элементы матрицы AMM нейтрино достигают значений  $10^{-8} \mu_B$ , в то время как недиагональные элементы имеют порядок  $10^{-9} \mu_B$ .

#### Литература

1. Boyarkin, O. M. Advanced Particles Physics, Volume II, Taylor and Francis Group. – London – N. Y., 2011. – pp. 555.

2. Gonzalez-Garcia, M. C. and Michele Martoni, arXiv: 0704.1800.

3. Lee, B. W., Shrock, R. E. Phys. Rev. - D 16 1444 (1977).

4. Shrock, R. E. Nucl. Phys. – B 206 359, 1982.

5. Бояркин, О. М. Физика массивных нейтрино. – М. : КомКнига, 2006. – 200 с.

6. Бояркина, Г. Г., Бояркин, О. М. Ядерная физика. – 68 2109, 2005.

7. Зельдович, Я. Б. ЖЭТФ. - 33 1531, 1957.

# **Ткачёв Д.В. (МГУ им. А.А. Кулешова)** Науч. рук. **Л.Е. Старовойтов**, к.ф.-м.н., доцент

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПЕРЕХОДНОГО СЛОЯ НА ЭЛЛИПСОМЕТРИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ

Эллипсометрия – метод исследования свойств границы (поверхности) раздела различных сред и происходящих на ней явлений (адсорбция, окисление и др.) по параметрам эллиптической поляризации отраженного света. Данный метод является неразрушающим, бесконтактным и обладает высокой точностью и чувствительностью, что выгодно отличает его от других методов исследования поверхности. В результате применения этого метода определяются зависимости основных эллипсометрических параметров  $\psi$  и  $\Delta$  например, от угла падения, где tg $\psi$  – отношение амплитуд р- и s- компонентов падающего света, а  $\Delta$  – возникающая разность фаз между этими же компонентами. Характеристики углов  $\psi$  и  $\Delta$  отраженного света связаны с коэффициентами отражения по формуле  $tg \psi e^{i\Delta} = \frac{R_p}{R_s}$ , которая является основным урав-

нением эллипсометрии [1].

Особенностью эллипсометрии является выбор модели отражающей системы так как одна и та же пара значений  $\psi$  и  $\Delta$  может наблюдаться при отражении от совершенно различных поверхностей.

В данной работе приводится результаты расчета влияния поверхностного слоя на эллипсометрические параметры. Расчет проводился в рамках программы Spel [2]. В качестве объекта исследования была выбрана следующая модель: плоскопараллельный слой окиси кремния на полубесконечной подложке – стекло марки К-8. Дисперсия данных материалов в диапазоне от 400нм до 1000нм известна [3]. Для данной модели были получены спектральные зависимости элипсометрических параметров для угла падения 65°. Результаты моделирования представлены на рисунке 1.


Рисунок 1 – а - спектральная зависимость tg $\Psi$  от длинны волны  $\lambda$  в диапазоне 400–1000 нм при угле падения  $\phi$ =65°,

- в спектральная зависимость tgΨ от длинны волны λ в диапазоне 505–510 нм при угле падения φ=65°,
- с спектральная зависимость  $cos\Delta$  от длинны волны  $\lambda$ 
  - в диапазоне 400–1000нм при угле падения φ=65°:
- 1 К-8 без поверхностного слоя, 2 поверхностного слоя 2 нм,
  - 3 поверхностного слоя 3 нм, 4 поверхностного слоя 4 нм,

5 - поверхностного слоя 5 нм

Как видно из рисунка 1 поверхностный слой с оптическими характеристиками окиси кремния вносит свой вклад в 4-том знаке по tg $\Psi$ , а по cos $\Delta$  5-тый знак. Также с увеличением толщины поверхностного слоя tan $\psi$  увеличивается, а cos $\Delta$  при этом уменьшается.

Далее с помощью программы Spel полученные спектральные зависимости использовались для решения обратной задачи эллипсометрии для модели полубесконечной. Это позволяет найти оптические характеристики стекла К-8 и посмотреть как повлиял поверхностный слой на дисперсию материала. Результаты расчётов представлены на рисунке 2.



Рисунок 2 – а - спектральная зависимость показателя преломления п от длины волны λ в диапазоне 400–1000 нм стекла марки К-8 в рамках модели полубесконечной среды при угле падения φ=65°,
в - спектральная зависимость показателя преломления п от длины волны λ в диапазоне 505–510нм стекла марки К-8

в рамках модели полубесконечной среды при угле падения φ=65°, с - спектральная зависимость показателя экстинкции k от длины волны λ в диапазоне 400–1000 нм стекла марки К-8

в рамках модели полубесконечной среды при угле падения  $\phi = 65^\circ$ :

1 – К- 8 без поверхностного слоя,

2 - поверхностного слоя 2 нм, 3 - поверхностного слоя 3 нм,

4 - поверхностного слоя 4 нм, 5 - поверхностного слоя 5 нм

Из полученных зависимостей видно, что с увеличением толщины поверхностного слоя уменьшается показатель преломления и увеличивается показатель экстинкции. При этом незначительные на первый взгляд изменения tgΨ и cos∆ привели к изменением показателя экстинкции в 3-тьем знаке, а изменение показателя преломления в 4-том знаке. Таким образом, даже незначительно отличающийся от объема по своим оптическим характеристикам поверхностный слой влияет на объёмные оптические характеристики материала. Из этого следует, что при использовании эллипсометрии для расчета оптических характеристик необходимо учитывать поверхностный слой.

#### Литература

1.Горшков В. И. Эллипсометрия. – М.: Сов. Радио, 1974.200с. 2.В. И. Ковалев, А. И. Руковишников, Приборы и Техника эксперимента. – 2003. – № 2. – Р. 164–167 с. 3. Справочник конструктора оптика-механических приборов. / В. А. Панов, М. Я. Кругер, В. В. Кулагин и др.; под общ. Ред. В. А. Панов. – 3-е изд., перераб. и доп. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1980. – 742 с., ил.

### А.В. Ухтин (УО «ГГТУ им. П.О. Сухого», Гомель) Науч. рук. Е.В. Лозовская, ассистент

#### РАСЧЕТ ИЗГИБА ТОНКОЙ ПЛАСТИНЫ

Многие механические устройства содержат составные части, которые могут быть рассмотрены как тонкие пластины. Поэтому получение результатов расчета нагруженных тонких пластин является актуальной задачей.

Пластину можно рассматривать как трехмерный объект, но в этом случае необходимо будет решать трехмерную задачу упругости. Однако учитывая то, что пластина тонкая, трехмерная задача может быть сведена к двухмерной, т.е. другими словами будем считать, что деформации срединной поверхности однозначно определяют деформированное и напряженное состояние рассматриваемого тела. Таким образом, мы будем использовать следующие упрощения:

 перемещения точек срединной поверхности малы по сравнению с толщиной пластины;

 справедлива гипотеза Киргофа, т.е. считаем, что точки пластины, расположенные на нормали к срединной поверхности в процессе приложения нагрузки остаются на нормали к деформируемой срединной поверхности;

 – слои пластины, параллельные срединной поверхности, не надавливают друг на друга.

Рассмотрим решение задачи изгиба тонкой пластины методом конечных элементов. Примем, что пластина изготовлена из изотропного материала, её срединная поверхность  $S_{+}$  совпадает с плоскостью x, y (рисунок 1).





Введем обозначения: h – толщина пластины,  $\Omega$ – область, занимая пластиной,  $S_+$  – верхняя поверхность пластины, внешняя нормаль к которой совпадает с ортом оси Z. На поверхности  $S_+$  задается нагрузка приложена нагрузка, состоящая из распределенных сил  $p_z$  и моментов  $m_1$  и  $m_2$ . Нижняя поверхность пластины свободна от внешних сил. Такая нагрузка вызывает только изгиб срединной поверхности, деформации удлинения и сдвига оказывается равными нулю. Поэтому степени свободы точек x, y, расположенных на срединной поверхности S задаются величинами; w(x, y)– перемещение по оси z;  $\Theta_1 = \frac{\partial w}{\partial y}$  – угол поворота сечения y = const относительно оси x;  $\Theta_2 = -\frac{\partial w}{\partial x}$  – угол поворота сечения x = const относительно оси y.

В соответствии с методом конечных элементов [1] срединную поверхность представим совокупностью четырехугольных элементов.

В результате получаем систему уравнений в виде:

$$K\beta = R \tag{1}$$

где K – матрица жесткости пластины;  $\beta$  – искомые деформации узлов пластины; R – вектор узловых нагрузок.

Четырехугольные элементы использовались ввиду простоты вычислений соответствующих элементов матрицы жесткости [2].

Уравнение (1) представляет собой систему 3*n* (*n*-число узлов) уравнений относительно перемещений и углов поворота узловых точек. Система (1) может быть модифицирована с учетом граничных условий.

На основе вышеуказанного алгоритма была составлена программа на MathCad. Для верификации программы был проведен расчет квадратной свободно опертой пластины под действием равномерно распределенной нагрузки. Полученные результаты с погрешностью не более 0,5 % соответствуют расчету, приведенному в [2].

#### Литература

1. Бате, К. Численные методы анализа и метод конечных элементов / К. Бате, Е. Вилсон. – М.: Стройиздат, 1982. – 448 с.

2 Варвак, П. М. Справочник по теории упругости / П. М. Варвак, А. Ф. Рябов – Киев.: Будівельник, 1971. – 418 с.

#### С.И. Фиалка (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель) Науч. рук. В.Н. Капшай, к.ф.-м.н., доцент

## РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ДВУХЧАСТИЧНЫХ СИСТЕМ С НЕНУЛЕВЫМ ОРБИТАЛЬНЫМ МОМЕНТОМ

Динамическое описание составных систем частиц требует, при больших дефектах массы, построения последовательной релятивистской теории связанных состояний [1]. Большое применение в приложениях находит подход, основанный на использовании динамических уравнений в локальной квантовой теории поля, например, квазипотенциальных уравнений Логунова-Тавхелидзе и Кадышевского [2], [3]. Ядра интегральных уравнений удается построить только в низших порядках теории возмущений, поэтому разработка методов точного или приближенного решения квазипотенциальных уравнений позволит учесть вклад непертурбативных эффектов взаимодействия [4]. Один из предложенных ранее методов решения квазипотенциальных уравнений основывается на сведении этих уравнений в импульсном пространстве к дифференциальным [5].

Рассмотрим трехмерные интегральные квазипотенциальные уравнения для связанных состояний систем двух релятивистских бесспиновых частиц массы *m* с произвольным орбитальным моментом [5]

$$G_{0,j}^{-1}(E,E_p)\psi_{j,l}(\vec{p}) = \int V(E,\vec{p},\vec{k})\psi_{j,l}(\vec{k}) \,m\frac{dk}{E_k}.$$
(1)

Здесь  $\psi_{j,l}(\vec{p})$  – волновые функции относительного движения,  $\vec{p}$  и  $\vec{k}$  – начальный и конечный относительные импульсы частиц в системе центра инерции,  $E_p$  и  $E_k$  – начальная и конечная энергии частиц,  $2E = 2m\cos w$  – энергия двухчастичной системы,  $w \in [0; \pi/2]$ ,  $V(E, \vec{p}, \vec{k})$  – квазипотенциал,  $G_{0,j}^{-1}$  – обратные функции Грина (уравнения Логунова-Тавхелидзе (*j*=1), Кадышевсого (*j*=2) и их модифицированные версии (*j*=3, *j*=4)):

$$G_{0,1}^{-1}(E, E_p) = E^2 - E_p^2; \qquad G_{0,2}^{-1}(E, E_p) = E_p(E - E_p); G_{0,3}^{-1}(E, E_p) = m(E^2 - E_p^2) / E_p; \qquad G_{0,4}^{-1}(E, E_p) = m(E - E_p).$$
(2)

Рассмотрим в качестве релятивистского потенциала  $V(E, \vec{p}, \vec{k})$  обобщение [5] нерелятивистского потенциала  $V(\vec{p}, \vec{k}) = -\lambda (4\pi |\vec{p} - \vec{k}|)^{-1}$ 

$$V(\vec{p},\vec{k}) = -\frac{\lambda}{4\pi} \frac{1}{\left|\vec{\Delta}_{p,k}\right|} = -\frac{\lambda}{4\pi} \frac{m}{\sqrt{\left(E_{p}E_{k} - \vec{p}\,\vec{k}\,\right)^{2} - m^{4}}}.$$
(3)

Решение (1) будем искать в виде  $\psi_{j,l}(\vec{p}) = \psi_{j,l}(p)Y_l^{\mu}(\theta_p, \varphi_p)$ , при этом потенциал (3) также можно разложить по сферическим гармоникам. Все это, после сокращения на  $Y_l^{\mu}(\theta_p, \varphi_p)$ , дает

$$G_{0,j}^{-1}(E,E_p)\psi_{j,l}(p) = \frac{4\pi}{2l+1}m\int_0^\infty V_l(p,k)\psi_{j,l}(k)k^2\frac{dk}{E_k}$$
(4)

И

$$V_l(p,k) = 2\pi \frac{2l+1}{4\pi} \int_0^{\pi} V(p,k,\cos\theta_{pk}) P_l(\cos\theta_{pk}) \sin\theta_{pk} \, d\theta_{pk} \,. \tag{5}$$

Подставим явный вид потенциала (3) в (5), введем обозначения  $\alpha = E_p E_k - p k$ ,  $\beta = E_p E_k + p k$ , сделаем замену  $y = E_p E_k - p k \cos \theta_{pk}$ , то-гда

$$V_{l}(p,k) = -\frac{2l+1}{4\pi} \frac{\lambda m}{2} \frac{1}{p k} \int_{\alpha}^{\beta} P_{l}\left(\frac{\beta + \alpha - 2y}{\beta - \alpha}\right) \frac{1}{\sqrt{y^{2} - m^{4}}} dy.$$
(6)

Для удобства введем еще одно обозначение

$$I_l(p,k) = \frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} P_l\left(\frac{\beta + \alpha - 2y}{\beta - \alpha}\right) \frac{1}{\sqrt{y^2 - m^4}} dy, \tag{7}$$

тогда подставляя (6) в (4), с учетом (7), получим

$$G_{0,j}^{-1}(E,E_p)p\psi_{j,l}(p) = -\lambda m^2 \int_0^\infty I_l(p,k)k\psi_{j,l}(k)\frac{dk}{E_k}.$$
(8)

Введем параметризацию  $p = m \sinh \chi_p$ ,  $k = m \sinh \chi_k$ , где  $\chi_p$ ,  $\chi_k$  – быстроты, и обозначим  $p \psi_{j,l}(p) = \phi_{j,l}(\chi_p)$ . Ясно, что

 $\alpha = m \cosh(\chi_p - \chi_k), \beta = m \cosh(\chi_p + \chi_k)$  и квазипотенциальные уравнения (8) примут вид

$$G_{0,j}^{-1}(m\cos w, m\cosh \chi_p)\phi_{j,l}(\chi_p) = -\lambda m^2 \int_0^\infty I_l(\chi_p, \chi_k)\phi_{j,l}(\chi_k) \, d\chi_k \,. \tag{9}$$

Для дальнейшего рассуждения необходимо знать явный вид ядра интегральных уравнений (9), для чего необходимо провести вычисление величин (7). Производя интегрирование и выражая ответ через полиномы Лежандра, нами был найден явный вид  $I_l(\chi_p, \chi_k)$  для l=0,1,2,...,9. Анализируя полученные результаты, мы заметили, что зависимость  $I_{l}(\chi_{p},\chi_{k})$  при произвольном *l* может быть представлена в следующем виде:

$$I_{l}(\chi_{p},\chi_{k}) = \begin{cases} P_{l}(\coth\chi_{k})Q_{l}(\coth\chi_{p}), \text{ где } \chi_{k} \geq \chi_{p}; \\ P_{l}(\coth\chi_{p})Q_{l}(\coth\chi_{k}), \text{ где } \chi_{k} \leq \chi_{p}. \end{cases}$$
(10)

Замечательным свойством уравнений (9) с ядром (10) является то, что их можно свести к дифференциальным уравнениям, путем двукратного дифференцирования по параметру  $\chi_p$ . Вводя затем обозначение

 $F_{j,l}(\chi_p) = G_{0,j}^{-1}(m\cos w, m\cosh \chi_p)\phi_{j,l}(\chi_p)$ , для функций  $F_{j,l}(\chi_p)$  получим уравнения, аналогичные уравнению Шредингера (с нулевой энергией)

$$F_{j,l}''(\chi) - \lambda m^2 G_{0,j}(m\cos w, m\cosh \chi) F_{j,l}(\chi) - \frac{l(l+1)}{\sinh^2 \chi} F_{j,l}(\chi) = 0.$$
(11)

Граничные условия для функции  $F_{j,l}(\chi_p)$  также можно получить из (9), они имеют вид

$$F_{j,l}(0) = 0; \qquad F'_{j,l}(\infty) = 0.$$
 (12)

Исследуем задачу Штурма-Лиувилля (11), (12). При  $w = \pi/2$  имеем E = 0, тогда дифференциальные уравнения (11) при j=1 и j=2 примут вид

$$F_{1,2;l}''(\chi) + \lambda \cosh^{-2} \chi F_{1,2;l}(\chi) - l(l+1) \sinh^{-2} \chi F_{1,2;l}(\chi) = 0.$$
(13)

Решение уравнения (13), с учетом граничного условия (12) в точке  $\chi = 0$ , дает функцию  $F_{1,2;l}(\chi)$  в виде гипергеометрического ряда

$$F_{1,2;l}(\chi) = A_{l,s} \tanh^{l+1} \chi_2 F_1\left(\frac{1}{2} + \frac{l}{2} - \frac{s}{2}; 1 + \frac{l}{2} + \frac{s}{2}; \frac{3}{2} + l; \tanh^2 \chi\right), \quad (14)$$

где введено обозначение  $\lambda = s(s+1)$ . Заметим, что при l=0

$$F_{1,2;l}(\chi) = P_s(\tanh\chi),$$
 где  $s = (\sqrt{1+4\lambda}-1)/2.$  (15)

Из граничных условий на бесконечности получаем

$$\lambda = 2n + l + 1, \quad \lambda = (2n + l + 1)(2n + l + 2), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$
(16)

Таким образом, (14) и (16) есть аналитические решения задачи (11), (12) когда масса связанного состояния 2*E* стремится к нулю.

При других значениях массы связанного состояния найдём решения задачи (11), (12) численно. Значения константы связи  $\lambda$  получим, рассматривая уравнения (9) используя обозначения для  $F_{j,l}(\chi_p)$  и  $f^{-1} = \lambda$ . Тогда f есть собственные значения (C3) интегрального оператора. Зафиксируем верхний предел интегрирования и разобьем область интегрирования на элементарные отрезки [ $\chi^{i-1}$ ;  $\chi^i = ih$ ]. Заменив затем интегралы составной квадратурной формулой трапеций и введя обозначения

$$\chi_{p}^{i} = ih; \quad \chi_{k}^{q} = qh; \qquad F_{j,l}^{i} = F_{j,l}(\chi_{p}^{i}); \quad F_{j,l}^{q} = F_{j,l}(\chi_{k}^{q}); T_{l}^{i,q} = P_{l}(\coth \chi_{p}^{i})Q_{l}(\coth \chi_{k}^{q}); \quad B_{l}^{i,q} = P_{l}(\coth \chi_{k}^{q})Q_{l}(\coth \chi_{p}^{i});$$

 $K_j^q(m\cos w) = G_{0,j}(m\cos w, m\cosh \chi_k^q),$ 

получим матричную задачу на собственные значения

$$MF_{j,l} = fF_{j,l}$$
 или  $M_{i,q}F^q_{j,l} = fF^i_{j,l}$ , (17)

где

$$M_{i,q} = \begin{cases} m^2 h T_l^{i,q} K_j^q (m \cos w), \text{если } q \ge i; \\ m^2 h B_l^{i,q} K_j^q (m \cos w), \text{если } q < i. \end{cases}$$
(18)

Задача на СЗ (17), (18) была решена нами с помощью системы компьютерной алгебры Mathematica [6]. Полученные значения константы связи  $\lambda$  можно затем уточнить, используя экстраполяцию по Ричардсону [7].

Зная СЗ, найдем собственные функции (СФ) дифференциальных уравнений (11) при помощи пакета Mathematica.

Следует отметить, что значения константы  $\lambda$  при *j*=3 и *j*=4 также, как и для *j*=1 и *j*=2, совпадают при  $w = \pi/2$ . При этом значения  $\lambda$  для *j*=1 и *j*=2, полученные численно, совпадают с точными значениями (16).

На рисунке 1–3 приведена зависимость константы связи  $\lambda$  от параметра  $w \in (0; \pi/2]$  при l=0, 1, 2, 3 и j=1, 2, 3, 4, а также зависимость (СФ)  $F(\chi_p)$  и  $\psi(p)$  в случае l=1,2 и j=1 (основное состояние).



Рисунок 1 – Зависимость константы связи  $\lambda$  от параметра w.



Рисунок 2 – Зависимость СФ дифференциальных уравнений F от быстроты  $\chi$  и волновых функций  $\psi$  от импульса p в случае l=1



Рисунок 3 – Зависимость СФ дифференциальных уравнений F от быстроты  $\chi$  и волновых функций  $\psi$  от импульса p в случае l=2

Значения константы связи  $\lambda$  полученные численно имеют до семи верных значащих чисел после запятой. Максимальная абсолютная погрешность численного решения дифференциальных уравнений при *j*=1,2 и  $w = \pi/2$ , для которых есть аналитическое решение, имеет порядок 10<sup>-13</sup>.

В данной работе интегральные уравнения сведены к дифференциальным уравнениям в пространстве быстрот. Найдены аналитические решения в пределе сильной связи, получены численные решения квазипотенциальных уравнений в случае ненулевых масс связанного состояния.

#### Литература

1. Ициксон, К. Квантовая теория поля, Т.1, 2. / К. Ициксон, Ж.-Б. Зюбер // М.: Мир, 1984.

2. Logunov, A. A. Quasi-optical approach in quantum field theory / A. A. Logunov, A. N. Tavkhelidze // NuovoCimento. – 1963. – Vol. 29. – P. 380–399.

3. Kadyshevsky, V. G. Quasipotential type equation for the relativistic scattering amplitude / V. G. Kadyshevsky // Nucl. Phys. – 1968. – Vol. B6, N1. – P. 125–148.

4. Саврин, В. И. Метод квазипотенциала в теории связанных состояний / В. И. Саврин // Самара: Издательство "Самарский университет" – 2006. – 135 с.

5. Капшай, В. Н. Об одном классе точных решений квазипотенциальных уравнений / В. Н. Капшай, С. П. Кулешов, Н.Б. Скачков // ТМФ – 1983. – 55:3. – С. 349–360.

6. Дьяконов, В. П. Mathematica 5/6/7. Полное руководство / В. П. Дьяконов // М.: "ДМК Пресс" – 2009. – 624 с.

7. Сальвадори, М. Дж. Численные методы в технике / М. Дж. Сальвадори // М.: ИЛ – 1955. – 247 с.

# Е.С. Чеботарева, (ГОУ ВПО Брянский государственный университет им. акад. И.Г. Петровского, филиал в г. Новозыбкове) Науч. рук. В.В. Андреев, к.ф.-м.н., доцент

## МЕТОДИКА ПОЛУЧЕНИЯ КРИТИЧЕСКИХ ЗНАЧЕНИЙ БЕССПИНОВОГО УРАВНЕНИЯ СОЛПИТЕРА С КУЛОНОВСКИМ ПОТЕНЦИАЛОМ

Введение. Одной из основных задач релятивистской квантовой механики является решение уравнения Солпитера

$$H\Phi_{n} = \left[\sqrt{k^{2} + m_{1}^{2}} + \sqrt{k^{2} + m_{2}^{2}} + V(|\mathbf{r}|)\right]\Phi_{n} = E_{n}\Phi_{n}, \qquad (1)$$

которое описывает систему двух частиц с полной энергией  $E_n$ , взаимодействие которых определяется центрально симметричным потенциалом  $V(|\mathbf{r}|)$ .

Наиболее распространенным методом решения уравнения (1) является вариационный метод. В этом подходе решение уравнения (1) сводится к задаче на собственные значения

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_k \langle \Psi_k | \hat{H} | \Psi_{k'} \rangle \equiv \langle H \rangle_{k,k'} = E a_{k'}$$
(2)

с использованием разложения исходной волновой функции (ВФ) Ф по некоторому полному набору состояний "пробных " ВФ Ч

$$\Phi = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \Psi_k .$$
 (3)

Для приближенного решения уравнения ряд (3) обрывают на некотором значении n-1 и получают задачу на собственные значения

$$\sum_{k=0}^{n-1} a_k \langle \Psi_k | \hat{H} | \Psi_{k'} \rangle = \hat{E}_n a_{k'}$$
(4)

для матрицы  $\langle H \rangle_{nn'}$ . При этом, согласно вариационной технике Рэлея-Ритца для спектра с  $E_0 \leq E_1 \leq ...,$  выполняется условие  $E_k \leq \hat{E}_k, k = 0, ...n-1$ . Другими словами решение системы уравнений (4) позволяет найти верхние границы  $E_n$  для (1).

Элементы матрицы  $\langle \Psi_n | \hat{H} | \Psi_{n'} \rangle = \langle H \rangle_{n,n'}$ , после вычисления угловой части с помощью пробных ВФ

$$\Psi_{n,\ell m}(\mathbf{r}) = \psi_{n\ell}(r)Y_{\ell m}(\Omega_r), \ \Psi_{n,\ell m}(\mathbf{k}) = \psi_{n\ell}(k)Y_{\ell m}(\Omega_k)$$
(5)

представляют интегралы вида

$$\langle H \rangle_{n,n'} = \int_{0}^{\infty} \psi_{n\ell}^{*}(k) \Big[ \sqrt{k^{2} + m_{1}^{2}} + \sqrt{k^{2} + m_{2}^{2}} \Big] \psi_{n'\ell}(k) k^{2} dk + + \int_{0}^{\infty} \psi_{n\ell}^{*}(r) V(r) \psi_{n'\ell}(r) r^{2} dr , \quad r = |\mathbf{r}|, k = |\mathbf{k}|.$$
 (6)

Здесь  $\psi_{n\ell}^{*}(\mathbf{k})$  фурье-образ ВФ  $\psi_{n\ell}^{*}(r)$ . Очевидно, что наиболее точного решения уравнения (1) необходимы матричные элементы с большими *n* и *n*'.

Целью данной работы является поиск критических значений параметра  $\alpha$  для кулоновского потенциала  $V(r) = -\alpha / r$ ,  $\alpha > 0$  для уравнения (1) с  $m_1 = m_2 = m$ , используя пробные ВФ псевдокулоновского типа

$$\psi_{n\ell}^{C}(r,\beta) = N_{n\ell}^{C} (2\beta)^{3/2} (2\beta r)^{\ell} e^{-\beta r} L_{n}^{2\ell+2} (2\beta r), \quad N_{n\ell}^{C} = \sqrt{\frac{n!}{(n+2\ell+2)!}}.$$
(7)

В (7)  $L_n^{\ell}(z)$ -полиномы Лагерра; числа  $n, \ell \ge 0$ .

#### 1 Методика поиска критических значений *а*

В квантовых системах с кулоновским потенциалом существует критическое значение параметра  $\alpha$  при котором не существует дискретного энергетического спектра. В работе [1] (см. также ссылки в [2]) было показано, что и релятивистское обобщение уравнения Шредингера – бесспиновое уравнение Солпитера будет также иметь критическое значение. Изложим методику оценки критических значений на основе решения вариационной задачи.

Использование вариационного метода с пробными ВФ (7) для уравнения (4) с кулоновским потенциалом и равными массами  $m_1 = m_2 = m$  приводит к задаче на собственные значения

$$Det \left\| \left\langle H(\alpha,\beta) \right\rangle - I \times E \right\| = 0.$$
(8)

Произведем переход к безразмерным переменным посредством соотношений:  $\langle H \rangle \rightarrow \beta \langle \tilde{H} \rangle$  и  $E \rightarrow \beta \tilde{E}$ , где  $\beta$  – параметр ВФ (7). Тогда задача (8) переходит в решение уравнения

$$Det \left\| \left\langle \tilde{H}(\alpha, m / \beta) \right\rangle - I \times \tilde{E} \right\| = 0, \qquad (9)$$

поскольку  $\beta \neq 0$ .

Критическому значению кулоновского параметра  $\alpha = \alpha_{crit.}$  соответствует предельный переход при  $\beta \to \infty$ . В этом случае не существует минимального значения функции  $E(\beta)$  и спектр гамильтониана уравнения (1) дает отрицательные значения. Выполняя предельный переход  $\beta \to \infty$ приходим к уравнению

$$Det \left\| \left\langle \tilde{H} \left( \alpha_{crit.}, 0 \right) \right\rangle \right\| = Det \left\| \left\langle \tilde{T} \left( m / \beta = 0 \right) + \tilde{V} \left( \alpha_{crit.} \right) \right\rangle \right\| = 0,$$
(10)

где

$$\left\langle \tilde{H} \right\rangle_{n,n'} = \frac{1}{\beta} \int_{0}^{\infty} \psi_{n\ell}^{C}(k,\beta) \psi_{n'\ell}^{C}(k,\beta) k^{3} dk - \frac{\alpha_{crit.}}{\beta} \int_{0}^{\infty} \psi_{n\ell}^{C}(r,\beta) \psi_{n'\ell}^{C}(r,\beta) r dr .$$
(11)

Система уравнений (11) определяет набор из *n* критических значений  $\alpha_{crit}$  для *n* уровней энергии *E*. Для решения этой системы необходимы матричные элементы с различными *n* и *n* с ВФ (7).

# 2 Расчет матричных элементов с потенциалом $V(r) = r^p$

Для пробных ВФ псевдокулоновского типа (7) потенциальная часть уравнения (6) с  $V(r) = r^{p}$  запишется в виде

$$< r^{p} >_{n,n'} = \int_{0}^{\infty} \psi_{n\ell}^{C}(r,\beta) r^{p} \psi_{n\ell}^{C}(r,\beta) r^{2} dr$$

$$= N_{n\ell}^{C} N_{n\ell}^{C} (2\beta)^{2\ell+3} \int_{0}^{\infty} dr r^{2\ell+2+p} e^{-2\beta r} L_{n}^{2\ell+2} (2\beta r) L_{n'}^{2\ell+2} (2\beta r).$$

$$(12)$$

После замены переменных  $z = 2\beta r$  приходим к выражению

$$< r^{p} >_{n,n'} = \frac{N_{n\ell}^{C} N_{n'\ell}^{C}}{\left(2\beta\right)^{p}} \int_{0}^{\infty} dz \, z^{2\ell+2+p} \, e^{-z} \, L_{n}^{2\ell+2}(z) L_{n'}^{2\ell+2}(z) \,. \tag{13}$$

Далее используя соотношение Чу-Вандермонде (Chu-Vandermonde) [3]

$$L_{n-1}^{\alpha}(z) = \sum_{j=1}^{n} \frac{(\alpha - \beta)_{n-j}}{(n-j)!} L_{j-1}^{\beta}(z), \qquad (14)$$

где (z)<sub>N</sub>-символ Похгаммера с параметрами

$$\alpha = \ell + \frac{1}{2}, \quad \beta = \ell + \frac{1}{2} + \frac{p}{2} \tag{15}$$

и соотношение ортогональности для полиномов Лагерра

$$\int_{0}^{\infty} dz \, z^{\beta} \, e^{-z} \, L_{j}^{\beta}(z) \, L_{j'}^{\beta}(z) = \frac{\Gamma(j+\beta+1)}{j!} \, \delta_{jj'} \tag{16}$$

получаем общее соотношение для интеграла (12)

$$< r^{p} >_{n,n'} = \frac{1}{(2\beta)^{p}} \sqrt{\frac{n! n'!}{(n'+2\ell+2)!(n+2\ell+2)!}} \times \\ \times \sum_{j=1}^{n+1} \frac{(-p)_{n+1-j}(-p)_{n'+1-j}}{(n+1-j)!(n'+1-j)!} \frac{\Gamma(2\ell+1+p+j)}{(j-1)!}, \ n \le n'.$$
(17)

Формула (17) обобщает соотношения работы [4], где вычисления были проведены для частных случаев с p = -1 и p = 1. Для случая  $\ell = 0$  и p = -1 имеем

$$<1/r>_{n,n'} = \beta \sqrt{\frac{(n+1)(n+2)}{(n'+1)(n'+2)}}, \quad n \le n'.$$
 (18)

Часть, связанная с кинетической энергией, также может быть вычислена точно. Для примера, приведем ответы для случая n = 0 и n' = 0,1,2:

$$_{n=0,n'=0,1,2} = \beta \left\{ \frac{8}{3\pi}, \frac{8}{3\sqrt{3}\pi}, \frac{8\sqrt{2}}{15\sqrt{3}\pi} \right\}.$$
 (19)

Для простейшего случая n=0, n'=0 находим верхнюю границу  $\alpha_{crit.} = 16/(3\pi)$ , что совпадает с результатом работы [2]. Проведенные расчеты для различных n и n' вплоть до n = n' = 30 показали, что существует сходимость результатов и относительная ошибка

$$\delta_n = \frac{\alpha_{crit.} (n-2) - \alpha_{crit.} (n)}{\alpha_{crit.} (n)}$$
(20)

для n = 30 составляет 1,11%. Оценка для критического значения при этом равна

$$\alpha_{crit.} \le 1,09\,,\tag{21}$$

что приблизительно согласуется с оценкой  $\alpha_{crit.} \leq 1$ , полученной в работе [6].

Заключение. В работе представлена методика расчета верхней границы критического значения кулоновского параметра  $\alpha$  для бесспинового уравнения Солпитера. В отличие от работы [6] (см. также и другие работы этих авторов) нам не требуется вычисление собственных значений  $E = E(\beta)$  с последующим расчетом  $\lim_{\beta \to \infty} E(\beta)$  с целью получения уравнения для.

229

В предлагаемой методике сразу система уравнение (9) сразу дает уравнение для оценки  $\alpha_{\rm crit.}$ .

#### Литература

1.Herbst, I. Spectral Theory of the Operator  $p^{**2}$   $m^{**1/2}$ -Z  $e^{**2r}$  / I. Herbst // Commun.Math.Phys. – 1977. – Vol. 53. – P. 285–294.

2.Lucha, W. Relativistic Coulomb problem: Energy levels at the critical coupling constant analytically / W. Lucha, F. F. Schoberl // Phys.Lett. – 1996. – Vol. B387. – P. 573–576.

3. Градштейн, И. С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. – 4-е переработанное. – Москва: Гос. изд-во физ.-мат. литературы, 1963. – 1110.

4. Direct experimental test of scalar confinement / T. J. Allen [et al.] // Phys. Rev. – 2004. – Vol. D70. – P. 054012.

5. Fulcher, L. P. Energies of quark - anti-quark systems, the Cornell potential, and the spinless Salpeter equation / L. P. Fulcher, Z. Chen, K. C. Yeong // Phys. Rev. – 1993. – Vol. D47. – P. 4122–4132.

6. Martin, Andre and Roy, S.M. Semirelativistic stability and critical mass of a system of spinless bosons in gravitational interaction / A. Martin, S. M. Roy // Phys.Lett. – 1989. – Vol. B233. – P. 407–412.

#### А.А. Шамына (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель) Науч. рук. В.Н. Капшай, к.ф.-м.н., доцент

## ЗАДАЧА О ПРОХОЖДЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ ЧЕРЕЗ ПЕРИОДИЧЕСКУЮ СИСТЕМУ БИИЗОТРОПНЫХ СЛОЁВ В СЛУЧАЕ НОРМАЛЬНОГО ПАДЕНИЯ

В настоящее время повышенный интерес проявляется к электродинамике биизотропных сред. Биизотропная среда – это обобщённый случай киральной среды. Отличие состоит в проявлении свойства невзаимности в биизотропных средах. Свойства таких сред можно описать материальными уравнениями (1):

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} + (\chi + i\alpha)\vec{H}; \qquad \vec{B} = (\chi - i\alpha)\vec{E} + \mu \vec{H}.$$
 (1)

Здесь  $\vec{D}, \vec{B}$  – вектора электрической и магнитной индукции;  $\vec{E}, \vec{B}$  – вектора электрической и магнитной напряжённости;  $\varepsilon, \mu$  – диэлектрическая и магнитная проницаемости среды;  $\alpha, \chi$  – параметры киральности и невзаимности соответственно.

В данной работе матричным методом решена задача о прохождении плоской электромагнитной волны через систему биизотропных пластинок, имеющую периодическую структуру, в биизотропной среде в случае нормального падения.

Направим ось Оz вверх, ось Оу вправо как показано на рисунке 1. Толщина *p*-го слоя имеет значение  $d_p$ . Пусть область  $z \le 0$  заполнена биизотропной средой 1 с параметрами  $\varepsilon_1, \mu_1, \alpha_1, \chi_1$ , область  $\sum_{i=2}^{p-1} d_i < z \le \sum_{i=2}^{p} d_i$ , где  $3 \le p \le N - 1$  (N – количество сред), заполнена биизотропной средой p с параметрами  $\varepsilon_p, \mu_p, \alpha_p, \chi_p$ , область  $\sum_{i=2}^{N-1} d_i < z$  заполнена биизотропной средой N с параметрами  $\varepsilon_N, \mu_N, \alpha_N, \chi_N$ .

$E_{*}^{\uparrow_{N}} \uparrow E_{-}^{\uparrow_{N}} \uparrow$	∖ Oz		И	
$E_{*}^{\uparrow(N-1)} \bigwedge E_{*}^{\uparrow(N-1)} \bigwedge$	$\bigvee E_{*}^{\text{G}(N)}$	$\downarrow^{0} \downarrow^{E}$	-(N-1) N-1	8
	560 C	***		
$E_{\perp}^{\uparrow_2} \uparrow E_{\perp}^{\uparrow_2} \uparrow$	$\bigvee E_*^{\downarrow_2}$	$\bigvee E$	2 2	0
$E_r^{\uparrow_1} \uparrow$	$\downarrow^{E_{+}^{\downarrow i}}$	$\downarrow^{E_{-}}$	1 1	

Рисунок 1 – Схема прохождения волны через слоистую среду

Падающую электромагнитную волну можно записать в следующем виде:

$$\vec{E}_{\nu}^{\uparrow_{1}} = (\vec{i} + i\nu\vec{j})E_{\nu}^{\uparrow_{1}}\exp(ik_{\nu}^{\uparrow_{2}}z - i\omega t); \qquad \vec{H}_{\nu}^{\uparrow_{1}} = -b_{\nu}^{\downarrow}\vec{E}_{\nu}^{\uparrow_{1}}.$$
(2)

Волны, распространяющиеся в *p*-й среде, описываются следующими уравнениями:

$$\vec{E}_{v}^{\downarrow p} = (\vec{i} + i v \vec{j}) E_{v}^{\downarrow p} \exp(i k_{v}^{p} z - i \omega t); \qquad \vec{H}_{v}^{\downarrow p} = -b_{v}^{p} \vec{E}_{v}^{\downarrow p}; \qquad (3)$$

$$\vec{E}_{\nu}^{\uparrow p} = (\vec{i} + i\nu\vec{j})E_{\nu}^{\uparrow p}\exp(ik_{\nu}^{p}z - i\omega t); \quad \vec{H}_{\nu}^{\uparrow p} = -b_{\nu}^{p}\vec{E}_{\nu}^{\uparrow p}.$$
(4)

Здесь

$$b_{v}^{p} = \left(\chi_{p} + iv\sqrt{\varepsilon_{p}\mu_{p} - \chi_{p}^{2}}\right)/\mu_{p} ; \qquad k_{v}^{p} = \frac{2\pi}{\lambda}\left(\sqrt{\varepsilon_{p}\mu_{p} - \chi_{p}^{2}} + v\alpha_{p}\right), \quad (5)$$

соответственно коэффициенты пропорциональности между напряжённостью электрического и магнитного поля и волновые числа;  $\omega$  – циклическая частота;  $\nu$  – поляризация волны (+1 – правая, -1 – левая);  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  – единичные вектора, направленные вдоль осей Ox, Oy соответственно. Решим задачу матричным методом. Составим систему уравнений при z = 0, основанную на граничных условиях. Запишем её в матричном виде:

$$M_{2}E_{2} = M_{1}E_{1}.$$
 (6)

Здесь введены следующие обозначения:

$$\mathbf{M}_{p} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ -b_{+}^{p} & -b_{-}^{p} & -b_{+}^{p} & -b_{-}^{p} \\ b_{+}^{p} & -b_{-}^{p} & -b_{+}^{p} & b_{-}^{p} \end{pmatrix}; \mathbf{E}_{p} = \begin{pmatrix} E_{+}^{\downarrow p} \\ E_{-}^{\downarrow p} \\ E_{+}^{\uparrow p} \\ E_{+}^{\uparrow p} \\ E_{-}^{\uparrow p} \end{pmatrix}; \mathbf{E}_{1} = \begin{pmatrix} E_{+}^{\downarrow 1} \\ E_{-}^{\downarrow 1} \\ \frac{\nu+1}{2} E_{+}^{\uparrow 1} \\ \frac{\nu-1}{2} E_{-}^{\uparrow 1} \end{pmatrix}, \quad (7)$$

особый вид для  $E_1$  необходим для того, чтобы падающая волна была одной поляризации. Граничные условия можно записать и при  $z = d_2$ . Однако, следует учесть, что при переходе через толщину слоя фаза волны меняется. Это можно учесть с помощью дополнительного множителя:

$$\Phi_{p} = \begin{pmatrix} \exp(-ik_{+}^{p}d_{p}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \exp(-ik_{-}^{p}d_{p}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \exp(ik_{+}^{p}d_{p}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \exp(ik_{-}^{p}d_{p}) \end{pmatrix}.$$
(8)

Тогда уравнения на границе раздела  $z = d_2$  будут следующими:

$$M_{3}E_{3} = M_{2}\Phi_{2}E_{2}$$
. 9)

Аналогичные уравнения можно записать в общем виде для границы раздела p-й и (p+1)-й сред:

$$M_{p+1}E_{p+1} = M_p \Phi_p E_p, \ p = 1, 2, ..., N-1.$$
(10)

Последовательно выражая  $E_p$  через  $E_{p+1}$  и производя необходимые подстановки, найдём выражение  $E_1$  через  $E_N$ :

 $E_{1} = (M_{1}^{-1}M_{2}) \cdot (\Phi_{2}^{-1}M_{2}^{-1}M_{3}) \cdot (\Phi_{3}^{-1}M_{3}^{-1}M_{4}) \cdot \dots \cdot (\Phi_{N-1}^{-1}M_{N-1}^{-1}M_{N}) E_{N} = \Lambda E_{N}.$  (11) Здесь  $\Lambda$  – некоторая матрица 4х4, состоящая из элементов  $\Lambda_{ij}$ . Тогда уравнение (11) запишется как:

$$\begin{pmatrix} E_{+}^{\downarrow_{1}} \\ E_{-}^{\downarrow_{1}} \\ \frac{\nu+1}{2} E_{+}^{\uparrow_{1}} \\ \frac{\nu-1}{2} E_{-}^{\uparrow_{1}} \end{pmatrix} = \Lambda \begin{pmatrix} E_{+}^{\downarrow_{N}} \\ E_{-}^{\downarrow_{N}} \\ E_{-}^{\downarrow_{N}} \\ E_{+}^{\uparrow_{N}} \\ E_{-}^{\uparrow_{N}} \end{pmatrix}.$$
(12)

Поскольку в последней среде составляющих, распространяющихся вдоль оси Оz нету, то:  $E_{+}^{\downarrow N} = 0$ ;  $E_{-}^{\downarrow N} = 0$ . Перенеся  $E_{+}^{\downarrow 1}$  и  $E_{-}^{\downarrow 1}$  в правую сторону и приняв амплитуды падающей волны равными единице  $E_{+}^{\uparrow 1} = 1$ ,  $E_{-}^{\uparrow 1} = 1$ , получим матричное уравнение для коэффициентов прохождения и отражения:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\nu+1}{2} \\ \frac{\nu-1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \Lambda_{13} & \Lambda_{14} \\ 0 & 1 & \Lambda_{23} & \Lambda_{24} \\ 0 & 0 & \Lambda_{33} & \Lambda_{34} \\ 0 & 0 & \Lambda_{43} & \Lambda_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{+} \\ R_{-} \\ T_{+} \\ T_{-} \end{pmatrix}.$$
(13)

Решая уравнение (13) методом Крамера, можно получить выражения для каждого из коэффициентов прохождения. Коэффициенты прохождения и отражения по энергии можно рассчитать, вычислив вектора Умова-Пойнтига. В статье [1] было доказано, что при прохождении через границу раздела вакуума и биизотропной среды коэффициенты прохождения и отражения не зависят от падающей поляризации. Также было доказано, что сквозь границу раздела проходит волна той же поляризации, что и падающая, а отражается волна противоположной поляризации. Несложно доказать, что аналогичные утверждения верны и для данной задачи. Приведём выражения для коэффициентов прохождения по энергии через амплитудные коэффициенты:

$$\mathbf{T} = \left| \vec{S}^{\uparrow N} \right| / \left| \vec{S}^{\uparrow 1} \right| = \left| T_{\nu} \right|^{2} \left| \mathrm{Im}(b_{\nu}^{N}) \right| / \left| \mathrm{Im}(b_{\nu}^{1}) \right|; \ \mathbf{R} = \left| \vec{S}^{\downarrow 1} \right| / \left| \vec{S}^{\uparrow 1} \right| = \left| R_{-\nu} \right|^{2} \left| \mathrm{Im}(b_{-\nu}^{1}) \right| / \left| \mathrm{Im}(b_{\nu}^{1}) \right|.$$
(14)

Пусть пространство  $0 \le z < \sum_{i=2}^{N-1} d_i$  имеет периодическую структуру: слои биизотропной среды 2 расположены в биизотропной среде 1 на одном и том же расстоянии друг от друга  $d_1$  и имеют одинаковую толщину  $d_2$ . Так как коэффициент отражения является дополнением коэффициента прохождения до единицы, то достаточно исследовать только зависимость коэффициента прохождения от расстояния между слоями. На рисунке 2 представлены графики зависимостей для следующих параметров сред:

 $\varepsilon_1 = 1.3, \ \mu_1 = 1.2, \ \chi_1 = 0.2, \ \alpha_1 = 0.1; \ \varepsilon_2 = 3.2, \ \mu_2 = 1.3, \ \chi_2 = 0.4, \ \alpha_2 = 0.4, \ d_2 = 1.2.$ 



Рисунок 2 – Зависимость коэффициента прохождения от расстояния между пластинками. Количество пластинок: a – 2; б – 7; в – 12; г – 17

Как можно видеть график представляет собой последовательность разрешённых зон, в которых коэффициент прохождения близок к 1, а между зонами коэффициент прохождения близок к 0. Причём с увеличением количества пластинок «провалы» становятся более узкими и их дно всё ближе к 0. Структура верхней части разрешённых зон представляет собой симметричную последовательность максимумов и минимумов. Количество максимумов на 1 меньше количества пластинок, а значение коэффициента прохождения в максимумах равно единице, т.е. наблюдается полное прохождение. Такое поведение означает, что периодическая система, состоящая из большого количества пластинок, будет отражать только излучение определённых длин волн или незначительно от них отличающееся.

#### Литература

1. Капшай, В. Н., Кондратюк В. В. Отражение и преломление плоских электромагнитных волн на границе раздела с биизотропной средой / В. Н. Капшай, В. В. Кондратюк / Известия ГГУ им. Ф. Скорины, №4(55).– 2009. – Ч. 2.– С. 113–122.

2. Капшай, В. Н., Прохождение плоских электромагнитных волн через биизотропный слой в биизотропной среде / В. Н. Капшай, А. А. Шамына, А. Н. Годлевская // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. – 2011. – № 6 (69). – С. 80–87.

#### Е.П. Шельманова (УО «ГГТУ им. П.О. Сухого», Гомель) Науч. рук. В.Б. Попов, к.т.н., доцент

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ РАСТИТЕЛЬНОГО МАТЕРИАЛА, ИЗМЕЛЬЧАЕМОГО НОЖАМИ КОРМОУБОРОЧНОГО КОМБАЙНА

Резание растительного материала (PM) представляет собой процесс, при котором воздействие кромок и фасок лезвия ножа на PM сопровождается его переходом за предел упругих деформаций. Поэтому следует учитывать такие свойства PM, как упругость, вязкость и пластичность. Упругость – свойство PM восстанавливать свою форму и размеры после прекращения действия внешней нагрузки, под влиянием которой они были изменены. Поэтому, обрабатываемые лезвием ножа PM не могут рассматриваться как только упругие. Присутствие таких явлений, как релаксация – падение напряжения при неизменной деформации и ползучесть - рост деформаций при постоянных нагрузках, позволяет отнести PM к упруговязким или вязкопластическим. Для таких PM характерна зависимость деформации не только от ее размеров, но также и от скорости, с которой она развивается.

Модель упруговязкого тела может быть представлена как твердый скелет и полужидкое или жидкое вещество, которое заполняет промежутки между твердыми элементами. Большинство из РМ представляет собой ткани, образованные волокнистой системой, в полостях которой содержатся жидкость и газы. При деформации волокна РМ давят на жидкую или газообразную среду, окружающую их, заставляя ее перемещаться в менее напряженные зоны. По законам гидродинамики сопротивление среды при таком перемещении зависит от скорости ее перемещения. Данная модель объясняет причины, по которым в упруговязких телах деформация является функцией нагрузки и времени ее действия. В реологических схемах, характеризующих свойства материала, принято упругость изображать в виде пружины, деформирование которой подчиняется закону Гука, а вязкость – в виде цилиндра с жидкостью, в котором перемещение поршня подчинено закону Ньютона. Последовательное и параллельное соединения этих базовых элементов позволяют моделировать

235

деформацию материалов со сложными свойствами. Чтобы различать эти свойства, в реологии используются такие термины, как вязкоупругость, динамическая пластичность, а телам присваиваются имена их авторов, например, «тело Гука», «тело Максвелла», «тело Кельвина» и т. п.

Максвелл получил закон деформации упруговязкого тела при последовательном соединении упругого и вязкого элементов. Их общая деформация  $\varepsilon$  представит собой сумму деформаций  $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$  каждого из элементов и деформация упругого элемента подчиняется закону Гука  $\sigma_1 = \varepsilon_1 \dot{A}$  (E – модуль упругости), а течение вязкой жидкости – закону Ньютона  $\sigma_2 = \eta \frac{d\varepsilon_2}{dt}$  ( $\eta$  – коэффициент трения), поэтому справедливо уравнение:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\sigma}{\eta} + \frac{1}{E}\frac{d\sigma}{dt}.$$

Если предположить, что  $\varepsilon = \text{const}$ , то левая часть выражения будет равна нулю. Интегрируя его в пределах от  $\sigma_0$  до  $\sigma$  и от 0 до t, получим закон изменения напряжения во времени:

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{E}{\eta}t} \tag{1}$$

Величина  $E/\eta$  представляет собой время релаксации. Если подставить в выражение (1)  $E/\eta = \infty$ , то напряжение  $\sigma$  обратится в нуль. При условии  $\sigma = \text{const}$ , т.е. при постоянном напряжении вследствие постоянства скорости деформации,

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\sigma}{\eta}.$$

«Тело Максвелла» течет как вязкая жидкость. РМ, подобный этому телу, иллюстрирует значение продолжительности воздействия силы для его механических свойств. Если эта продолжительность мала, то РМ ведет себя как твердое «тело Гука», если продолжительность слишком велика, материал ведет себя как вязкая жидкость Ньютона. РМ, подвергаемые резанию лезвием ножа, не могут быть уподоблены «телу Максвелла», хотя и являются упруговязкими. Описывая свойства своей модели, Максвелл предложил уравнение, объясняющее вязкость газа релаксацией упругих напряжений.

Рассмотрим, в какой мере модель Кельвина может характеризовать упруговязкие свойства РМ. При принятом в модели параллельном соединении элементов их деформация будет одинаковой, а полное напряжение  $\sigma$  представится как сумма напряжений каждого из элементов, т. е.  $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$ . Закон деформации для этого случая будет иметь вид

$$\sigma = \varepsilon \cdot E + \eta \frac{dE}{dt}.$$
 (2)

При постоянной деформации  $\varepsilon = \text{const}$  напряжение будет также постоянным, т. е. материал модели Кельвина не релаксирует. Если такому материалу сообщить постоянное напряжение  $\sigma = \text{const}$ , то уравнение (2) примет вид

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \left( 1 - e^{\frac{E}{\eta}} \right)$$

согласно которому деформация в пределе стремится к постоянной величине  $\sigma / E$ .

При полной разгрузке, т. е. при  $\sigma = 0$ , деформация исчезает. Значит, модель Кельвина не может быть использована для установления общего закона деформации во времени РМ, так как при их сжатии наблюдается релаксация напряжений и обязательно наблюдаются остаточные деформации. Очевидно, что более реальная модель РМ, показывающая их поведение под нагрузкой, должна содержать большее число базовых элементов, нежели модель Максвелла или Кельвина.

В. И. Особов [1] полагает, что для отражения картины поведения волокнистых РМ под нагрузкой больше подходит физическая модель, содержащая три последовательно соединенных элемента: элемента  $E_1$ мгновенной упругости, элемента  $E_2$  запаздывающей упругости, соединенного параллельно с элементом вязкости  $\eta_2$ , и элемента течения  $\eta_1$ , соединенного с первыми двумя элементами последовательно.

Упростить задачу можно, полагая, что деформация каждого из элементов E в данной модели подчиняется закону Гука, а элементов  $\eta$  – закону Ньютона. При таком допущении эта модель позволяет объяснить сущность процесса деформации упруговязких РМ под нагрузкой. Так, при быстром нагружении модели полная ее деформация произойдет главным образом за счет сжатия пружины (элемента)  $E_1$ . При фиксации модели в сжатом состоянии пружина  $E_1$  станет перемещать поршень элемента  $\eta_1$ . По мере продвижения последнего пружина  $E_1$  будет разжиматься и напряжение уменьшаться. Получится картина релаксации напряжения при постоянной деформации.

Явление ползучести может быть получено на указанной модели при условии приложения к ней постоянной нагрузки. Под ее действием вначале произойдет быстрая деформация модели за счет сжатия пружины элемента  $E_1$ , а затем – постепенная деформация за счет сжатия пружины элемента  $E_2$  вместе с перемещением поршня элемента  $\eta_2$ . При снятии нагрузки пружина элемента  $E_1$  разожмется мгновенно, а  $E_2$  может

237

разжаться только постепенно, действуя при этом на поршень элемента  $\eta_2$ . Положение же поршня элемента  $\eta_3$  зафиксирует остаточную деформацию.

Аналитическое описание данной модели приводит к дифференциальному уравнению

$$T\ddot{\sigma} + H\dot{\sigma} + K\sigma = \eta_2 \ddot{\varepsilon} + E_2 \dot{\varepsilon}, \qquad (3)$$

где *Т*, *H*, *K* – некоторые константы;

$$T = \frac{\eta_2}{E_2}; \quad H = 1 + \frac{E_2}{E_1} + \frac{\eta_2}{\eta_1}; \quad K = \frac{E_2}{\eta_2}$$

Анализ решений частных случаев уравнения (3) позволяет установить, в какой мере принятая модель обладает свойствами упруговязкого тела и, в частности, явлениями ползучести и релаксации напряжений. Так, если в момент времени t = 0 начинает действовать постоянное напряжение  $\sigma = \text{const}$ , то уравнение (3) примет вид:

$$\sigma = \eta_{3} \left( \frac{\eta_{2}}{E_{2}} \frac{d^{2} \varepsilon}{dt^{2}} + \frac{d\varepsilon}{dt} \right)$$
(4)

Решение данного уравнения даст закон изменения деформации во времени, т. е. уравнение ползучести:

$$\varepsilon = \sigma \left\lfloor \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \left( 1 - e^{-kt} \right) + \frac{t}{\eta_1} \right\rfloor.$$

Согласно этому уравнению при t = 0 материал получает мгновенную деформацию  $\varepsilon$ , а при увеличении t деформация растет, чем и характеризуется ползучесть.

При условии же  $\varepsilon = \text{const}$  правая часть уравнения (3) обращается в нуль, т. е.

$$T\ddot{\sigma} + H\dot{\sigma} + K\sigma = 0 \tag{5}$$

Общим решением этого уравнения является

$$\sigma = Ae^{-\alpha} + Be^{-\beta t} \tag{6}$$

характеристическое уравнение будет

$$\alpha^2 + \frac{H}{T}\alpha + \frac{K}{T} = 0$$

на основании решения которого определятся коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$ . Произвольные постоянные A и B уравнения (4) определятся из начальных условий

$$B = \varepsilon \cdot E_{1} - A; \quad A = \varepsilon \cdot \frac{E_{1}^{2} \left(\frac{1}{\eta_{2}} + \frac{1}{\eta_{1}}\right) - \beta \cdot E_{1}}{\alpha - \beta}$$

из которых следует, что постоянные A и B зависят от конечного значения деформации  $\varepsilon$ .

Решение уравнения (5) дает закон релаксации напряжений (6). Из анализа последнего следует, что при t = 0 напряжение имеет значение  $\sigma = A + B$ , а при возрастании t напряжение уменьшается по экспоненциальному закону. Таким образом, как логический, так и математический анализ рассмотренной модели упруговязкого РМ указывают на ее достаточную физическую обоснованность.

Сформированная модель позволяет объяснить характер поведения упруговязкого PM в процессе его нагружения. Это важно для математического моделирования процесса взаимодействия лезвия ножа с PM, с учетом скорости резания, меняющейся для измельчающих аппаратов кормоуборочных комбайнов в широком диапазоне.

#### Литература

1. Особов, В. И. Теоретические основы уплотнения волокнистых растительных материалов. Труды ВИСХОМа. Вып. 55. М., 1967.

## Е.Н. Шпылёв (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель) Науч. рук. В.И. Кондратенко, ст. преподаватель

#### СЛОИСТАЯ СТРУКТУРА В РЕЗОНАТОРЕ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ

В настоящее время широкое распространение получили устройства, принцип действия которых основан на интерференционных явлениях в тонкослойных структурах, таких как полу- и четвертьволновые пластинки, толщина которых сопоставима с длинной волны света. Особенностью СВЧ – диапазона является то, что в нем возможно создание элементов, толщина которых может быть намного меньше длины волв волноводе. Это реализуется как выбором толщины эле-ΗЫ мента, так и выбором параметра сечения волновода близким к критическому. Кроме того, интенсивное развитие современных технологий, связанных с формированием тонкопленочных слоистых структур, приводит нас к необходимости определения интегрированных параметров образующихся структур – интегрального пропускания и отражения. В СВЧ - диапазоне решение данных задач сводится к определению комплексного коэффициента передачи и комплексного коэффициента. При большом затухании характер ослабления соответствует закону Бугера, при котором можно пренебречь переотражением внутри образца. Однако при достаточно малом ослаблении в отдельном элементе характер

взаимодействия слоистой структуры с электромагнитной волной существенно зависит от суммарной толщины образца, и от числа используемых элементов. В общем случае это не позволяет определить удельное поглощение материала при линеаризации получаемой кривой в логарифмическом масштабе.

Рассмотрим процесс миграции энергии внутри тонкого слоя в геометрическом приближении. Сдвиг фаз определяется соотношением между диэлектрической проницаемостью среды, длинной волны и толщиной образца.

$$\phi = \frac{\sqrt{\varepsilon} \cdot d}{\lambda} \cdot 2\pi \tag{1}$$

где  $\varepsilon$  - диэлектрическая проницаемость среды, d - толщина образца,  $\lambda$  - длина волны в волноводе.

При малой толщине сдвиг фаз для каждого элемента системы практически не существенен, что приводит к значительному снижению коэффициента отражения, а, значит, происходит увеличение коэффициента передачи. При значительном увеличении числа слоев в системе картина движения энергии за счет множественных переотражений усложняется. Рассмотрим процесс прохождения волны через отдельный элемент с учетом отражения от границ «воздух-материал» и «материал-воздух». Коэффициент отражения в соответствии с формулами Френеля [1]имеет вид

$$\Gamma = \left(\frac{\sqrt{\varepsilon} - 1}{\sqrt{\varepsilon} + 1}\right)^2 \tag{2}$$

Фазовый набег в общем случае может быть существенным, вследствие чего будем считать коэффициент передачи комплексным.

$$\Theta = \theta \cdot e^{i \cdot \phi} \tag{3}$$

Для описания процесса прохождения волны через элемент введем понятие эффективного коэффициента отражения, произведя суммирование всех волн, испытавших переотражения [2]:

 $\Gamma_{_{3\phi}} = -\Gamma + \Gamma \Theta^2 (1 - \Gamma)(1 + \Gamma) + \Gamma^3 \Theta^4 (1 - \Gamma)(1 + \Gamma) + \Gamma^5 \Theta^6 (1 - \Gamma)(1 + \Gamma) + \dots,$ После элементарных преобразований выражение представимо в виде

$$\Gamma_{\mathcal{P}\phi} = -\Gamma + \frac{\Gamma\Theta^2 (1 - \Gamma^2) e^{i2\phi}}{1 - \Gamma^2 \Theta^2 e^{i2\phi}}$$
(4)

Аналогичным образом может быть представлен и эффективный коэффициент передачи:

$$\Theta_{\mathcal{H}} = \Theta(1-\Gamma)(1+\Gamma) + \Theta^3\Gamma^2(1-\Gamma)(1+\Gamma) + \Theta^5\Gamma^3(1-\Gamma)(1+\Gamma) + \dots$$

$$\Theta_{\rho\phi} = \frac{\Theta(1 - \Gamma^2)e^{i\phi}}{1 - \Gamma^2 \Theta^2 e^{i2\phi}}$$
(5)

Любое устройство СВЧ можно представить в виде многополюсника, каждый из входов которого представляет собой определенный тип волны, распространяющийся в линии передач. Многополюсник описывается матрицей рассеяния, диагональные элементы которой являются комплексными коэффициентами отражения, а недиагональные – комплексными коэффициентами передачи.

Рассмотрение прохождения электромагнитной волны через систему двух элементов можно провести аналогичным образом как и многополюсника заменяя коэффициенты отражения и передачи на эффективные значения.

Прохождение волны через два и более элементов можно рассмотреть аналогично проведенному выше, если для каждого последующего элемента использовать выражения для эффективных коэффициентов отражения и передачи предыдущей системы и добавлять к ней еще один элемент с соответствующими параметрами. Таким образом

$$\Gamma_{\mathfrak{s}\phi(n)} = \Gamma_{\mathfrak{s}\phi(n-1)} + \frac{\Gamma_{\mathfrak{s}\phi(1)}\Theta_{\mathfrak{s}\phi(n-1)}^2}{1 - \Gamma_{\mathfrak{s}\phi(1)}\Gamma_{\mathfrak{s}\phi(n-1)}}$$
(5)

$$\Theta_{\mathfrak{s}\phi(n)} = \frac{\Theta_{\mathfrak{s}\phi(n-1)}\Theta_{\mathfrak{s}\phi(1)}}{1 - \Gamma_{\mathfrak{s}\phi(1)}\Gamma_{\mathfrak{s}\phi(n-1)}}$$
(6)

По приведенным выше формулам были получены численные зависимости для фазы и модуля коэффициентов отражения и передачи в зависимости от параметров и числа дискретов, представленные на рисунках.



Рисунок 1 – Зависимость модуля и фазы эффективного коэффициента отражения от номера поглощающего элемента



Рисунок 2 – Зависимость модуля и фазы эффективного коэффициента передачи от номера поглощающего элемента



Рисунок 3 – Зависимость модуля и фазы амплитуды поля от номера поглощающего элемента

Из анализа полученных зависимостей видно, что при достаточно большом затухании волны в отдельном элементе общий характер ослабления остается экспоненциальным. Однако в случае близости коэффициента передачи к единице, затухание волны, равно, как коэффициент отражения, приобретают осциллирующий характер. На рисунке 3 представлена зависимость амплитуды суммарной волны, как функция положения элемента в стопе. При малом затухании в среде устанавливается режим смешанных волн, обусловленный переотражениями.

Полученные выражения для эффективных коэффициентов отражения и передачи слоистой структуры конечного числа элементов позволяют рассчитать численные значения параметров пропускания и ослабления дискретной структуры в волноводе.

#### Литература

1. Борн М., Вольф Э., Основы оптики, изд. 2-е. Перевод с английского. Главная редакция физико-математической литературы изд-во «Наука», М. 1973 г.

2. Ш Международная научная конференция «Проблемы взаимодействия излучения с веществом» : посвященная 85-летию со дня рождения Б. В. Бокутя : [материалы] : в 2 ч. Ч. 2 / Е. Л. Тихова, В. И. Кондратенко, А. А. Кондратенко // Электромагнитные волны в слоисто-неоднородных средах. – Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2011. – 90 с.

#### Ю.Н. Яшманов (УО «ГГУ им.Ф. Скорины», Гомель) Науч. рук. М.И. Жадан, к.ф.-м.н., доцент

### МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЕТРОЭНЕРГЕТИКИ С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМЫ «МАТНЕМАТІСА»

Ветроэнергетика – отрасль энергетики, специализирующаяся на использовании энергии ветра – кинетической энергии воздушных масс в атмосфере. Энергию ветра относят к возобновляемым видам энергии, так как она является следствием деятельности солнца. Ветроэнергетика является бурно развивающейся отраслью, так в конце 2009 года общая установленная мощность всех ветрогенераторов составила 157 гигаватт, увеличившись в шесть раз с 2000 года. По мнению исполнительного директора ассоциации "Возобновляемая энергетика" Владимира Нистюка, за счет возобновляемых источников Беларусь способна получать до 30 процентов энергии, а ее годовая выработка может достигать 6,5 млрд киловатт-часов.

Область исследования ветроэнергетики включает в себя аналитические, численные и графические методы.

Аналитические методы полностью описываются теорией идеального ветряка, теорией реального ветряка, теорией парусных установок. Теория идеального ветряка описывает такие характеристики, как максимальный коэффициент использования энергии ветра идеального ветроколеса, потеря скорости в плоскости ветроколеса, полная потеря скорости ветра за ветроколесом, коэффициент нагрузки на ометаемую поверхность ветроколеса, коэффициент торможения. Теория реального ветряка дает описание таким характеристикам, как момент и мощность всего ветряка, коэффициент использования энергии ветра, потери ветряных двигателей. Теория парусных установок в свою очередь описывает такие величины, как сила давления воздушного потока, коэффициент сопротивления, зависящий от формы тела, сила напора воздушного потока.

Численные методы достаточно удобно реализовываются в системе компьютерной алгебры «Mathematica». Эта система позволяет получать численные значения вышеперечисленных характеристик, проводить любые расчеты, представлять численные результаты в любом удобном виде, строить таблицы значений и многое другое.

Графические методы изучения ветроэнергетики также реализуются системой «Mathematica». Данная система позволяет строить любые сложные графики, давать графическую интерпретацию различных процессов, представлять графики в любом удобном для пользователя виде.

Используя указанные методы изучались возможности и технические характеристики одно- и двухроторных ветроэнергетических установок.

# Содержание

# Секция 1 «Новые материалы и технологии»

Анисимова А.Е., Матвеева А.Г. Акустооптическая диагностика	
волн Лэмба низших порядков	6
Белкин А.В., Приходько И.В. Антикоррозионный композицион-	
ный материала на основе полиолефинов и отработанной смазки	10
Богдан П.С. Технологические схемы модификации исходной по-	
верхности проволочного инструмента	13
Бойправ О.В., Неамах М.Р., Аль-Саиди Р.Т. Экраны электромаг-	
нитного излучения с геометрически неоднородной поверхностью	
на основе порошкообразных материалов	16
Бышко В.Н. Влияние радиационных дефектов на процесс форми-	
рования и свойства водородных доноров в кремнии	19
Вашуров А.Ю. Осаждение алмазоподобных покрытий из ионных	
пучков	22
Данченко Е.Г. Применение присадок отечественного производства	
для оптимизации свойств жидких и пластичных материалов	25
Дышлевич Ю.А. Особенности формирования субмикронных n+-	
слоев в сплавах SiGe, имплантированных ионами	27
Заяц Е.В. Определение температуры нагрева в зоне контакта по-	
крытий с материалом основы при плакировании	30
Ильницкая В.Н. Разработка конструкции и исследование генера-	
ционных характеристик лазера на красителе Р-6Ж в твердой матри-	
це с лазерной накачкой	33
Коновалова А.В. Парамагнитные дефекты в монокристаллах син-	
тетического алмаза СТМ «Алмазот»	35
Конопацкий А.Н. Разработка экспериментальной установки для	
механических и триботехнических испытаний материалов	38
Маркова Н.В. Световая деградация в кремниевых солнечных эле-	
ментах	40
Морозов В.Н. Физические аспекты исследования дислокационной	
структуры ферромагнетиков методом ферромагнитного резонанса	42
Петрова-Буркина О.А. Электросопротивление никелида титана	
при нестационарном нагреве	45
Петрошевич Д.В. Морфология нанофазных покрытий, полученных	
по растворным технологиям	48
Подколзин В.Д. Композиционный материал на основе стекла и ке-	
рамики	51

Романович И.Н, Приходько И.В. Влияние пластификатора на фи-	
зико-механические свойства композиционных материалов	53
Свекла А.Р. Формирование субмикронных низкоомных слоев	
в кремнии, имплантированном низкоэнергетическими протонами	56
Свинтилов В.А. Выбор наполнителя для композиционного	
материала	59
Сергейчик Р.Ю. Нанофазные эпоксидно-полиэфирные покрытия	60
Сильванович Д.А. Смачиваемость и морфология тонких пленок	
систем CuInGaSe2, осаждаемых на подложки из различного	
материала	63
Сластенов П.С. Нанокомпозиционные смазочные материалы	66
Струк Т.И. Грицева В.Б., Каленик А.С. Микроструктура бронзи-	
рованной стали	69
Струк Т.И., Грицева В.Б., Чемрова Н.Н. Физико-механические	07
свойства бронзированной проволоки с солержанием углерода 70–72 С	72
Фандев Ив А Матрициный коммутатор пля питания восьмиале-	12
ментной антенной решетки	75
<b>Фандар Иг А</b> Расцет компонент тензоров пионектринеской маг-	15
оптимальной форми.	70
Фалаанна Т.И. Паличаниа и расчёт античаснии использовители и	19
Федосенко 1.п. получение и расчет оптических характеристик и	on
толщины покрытии из полисульфона и красителеи	82
Чупругин К.В. 1ехнология восстановления раоотоспособности	0.4
пожарных аварийно- спасательных автомобилей	84
Яковенко Ю.С. Влияние легирующих примесей на смачиваемость	
дистиллированной водой поверхности А и Б алюминиевых фольг,	_
получаемых при высокоскоростной кристаллизации	86

# Секция 2 «Моделирование физических процессов»

Андреев В.В. Разделение эффектов Z' бозона и аномальных ка-	
либровочных констант в процессе $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ на ускорителе	
ILC с поляризацией	89
Авдашкова М.В., Колтунчик А.В. Определение поправочного ко-	
эффициента при изучении законов свободного падения тел на ла-	
бораторных работах	93
Адамчук Д.В. Диффузионные процессы в тонкопленочных струк-	
турах полупроводник-металл-диэлектрик, на примере структуры	
SnI <sub>2</sub> -Cd-стекло	94

Алферов А.А. Влияние высших гармоник на изменение угла ди-	
электрических потерь в изоляции кабельных линий	96
Бабич К.С. Релятивистское обобщение корнельского потенциала	99
Белоногий Д.Ю. Модель акустической эмиссии при трении твер-	
дых тел	102
Богданчук К.А., Янович И.В., Длусская Е.В., Автушко А.П. Мо-	
делирование колебаний ультразвуковых медицинских волноводов с	
помощью метода конечных элементов	105
Венгер В.В. Математическое моделирование процесса сжатия рас-	
тительного материала	108
Воронович С.П. Распространение и неустойчивость плазмонов	
в графене	112
<b>Гавриш В.Ю.</b> Матричный элемент распада $\pi^0 \to e^- e^+$ мезона в Пуан-	
каре - инвариантной квантовой механике	115
Гоман П.Н., Станчик А.В., Келич Ю.С. Аппроксимация темпера-	
турного поля лабораторной установки на воспламеняемость анали-	
тической функцией	118
Гришечкин Ю.А. Релятивистская залача о связанных состояниях	110
лвухчастичных систем с зависящим от энергии потенциалом олно-	
бозонного обмена	121
Ланильченко МС Численное решение репятивистских инте-	121
гральных уравнений лля лвухчастичных систем в случае однобо-	
зонного обмена с потенциалом не зависящим от энергии	124
Лемиленко ПВ Исспедование электромагнитной иместрительно-	121
сти неповека	127
	121
державская 1.А. движения дипольных моментов в постоянном	130
	150
дещеня д.п. многокритериальная оптимизация параметров двух-	122
	132
диндиков <b>Б.Б.</b> Поиск периодических решении в оощеи задаче трех	127
тел с помощью метода минимизации функционала деиствия	137
диндиков в.в. изучение новои периодической ороиты в оощей	1 / 1
гравитационнои задаче трех тел	141
дунаева О.В. Применение моделирования при изучении основ	145
электрорадиотехники в курсе физики в среднеи школе	143
сфимов Б.и моделирование динамических нагрузок в трансмис-	1 47
сии универсального энергетического средства	14/
Жуковский А.В. Исследование информационных параметров	

Зубарева Ю.А. Моделирование вынужденных колебаний теплово-	
го поля высокотемпературного сверхпроводника	154
Зубов Г.А. Физические процессы в игровом программном обеспе-	150
чении	156
Капанский А.А. Моделирование переходных процессов при ко-	1
ротких замыканиях в электрических сетях	157
Климов А.А. Снижение диссипативных потерь в механизме навес-	150
Ки трактора Беларус $2322$	139
с объемными источниками энергии	162
Колядко Ж.В. Формирование темного солитона высшего порядка	
в поглощающем, кубическом, оптически активном фоторефрактив-	
ном кристалле	164
Коржов В.С. Численные расчёты физических задач в системе	
MATLAB	167
Котов Д.С., Верхотурова Е.В. Экспресс-метод прогнозирования	
зон заражения сильнодействующими ядовитыми веществами	171
Макаревич А.В. Симуляция соединений в двухмерном прост-	
ранстве	174
Макаревич А.В., Дубина М.В. Способ определения оптимальной	
ориентации кристалла с известным срезом	176
Макарский А.С. Программное обеспечение для конструирования	
литьевых пресс-форм	180
Марченко В.С., Емельянченко Н.С. Применение системы	
MathCAD для исследования математической модели электрической	
цепи с автоколебаниями	183
Матвеева А.Г. Рассеяние продольных ультразвуковых волн клино-	
видным дефектом в твердых телах	186
Минченко А.М. Математическое моделирование подъемно-	
навесного устройства универсального энергетического средства тре-	100
тьего поколения	190
Новикова О.В. І рафический анализ термодинамических потенци-	104
алов газов Дитеричи-Ш	194
Однолько Д.С. Компьютерное исследование сходимости регресси-	
онных методов идентификации физических объектов при различ-	100
ном высоре матрицы усиления	170
теории теории	201
в теории рассеяния	201
• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	

<b>Потипко Н.С.</b> Реализация численного решения уравнения Шре- дингера спектральным методом в системе MathCAD				202	
DOB2	нов д.м чной гир	г. Ооласти прозрачн отропией	ости движущенся ср	еды с индуци-	204
Стан	чик А.В	<b>3.</b> О пространственно	ом распределении лу	чистого пото-	201
ка	ОТ	сферического	ламбертовского	источника	207
 Тито Ткач	ва А.А. ев Д.В.	Магнитные моменть Моделирование вли	ы нейтрино в лево-пр ияния переходного с	равой модели слоя на эллип-	210
соме	грически	ие параметры	-		214
Ухти	і <b>н А.В.</b> І	Расчет изгиба тонкой	і пластины		217
Фиај	<b>1ка С.И</b>	. Решение уравнени	й для связанных со	стояний реля-	
тиви	стских д	вухчастичных систо	ем с ненулевым орб	итальным мо-	
мент	ом				219
Чебо	тарева	Е.С. Методика полу	чения критических	значений бес-	
спин	ового ур	авнения Солпитера	с кулоновским потен	циалом	224
Шам	ына А.	<b>А.</b> Задача о прохожд	ении электромагнит	ной волны че-	
рез п	ериодич	ескую систему бииз	отропных слоёв в сл	учае нормаль-	
ного	-		-	падения	228
Шел	ьманов	а Е.П. Моделирован	ние физико-механич	еских свойств	
расти	ительног	го материала, измел	пьчаемого ножами	кормоубороч-	
ного	комбай	на		••••	233
Шпылев Е.Н. Слоистая структура в резонаторе бегущей волны			237		
Яшм	анов К	<b>).Н.</b> Методы исслед	цования ветроэнерге	стики с помо-	
щью	системы	ı «Mathematica»	·····	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	241

Научное издание

# АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ФИЗИКИ И ТЕХНИКИ

Материалы

# I Республиканской научной конференции студентов, магистрантов и аспирантов

(Гомель, 17 апреля 2012 года)

В двух частях

# Часть 1

Подписано в печать 07.06.2012. Формат 60х84 1/16. Бумага офсетная. Ризография. Усл. печ. л. 14,41. Уч.-изд. л. 15,76. Тираж 20 экз. Заказ № 412.

Издатель и полиграфическое исполнение : учреждение образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины». ЛИ № 02330/0549481 от 14.05.2009. Ул. Советская, 104, 246019, Гомель.