УДК 530.1; 539.12

Г. Ю. Тюменков

КВАЗИСВОБОДНЫЕ ДВУХВРЕМЕННЫЕ ФУНКЦИИ ГРИНА МАЛОЧАСТИЧНЫХ БОЗОН – ФЕРМИОННЫХ СИСТЕМ

Гомельский государственный университет им. Ф.Скорины, ул. Советская, 104, 246019 Гомель, Беларусь
gyt@gsu.by

В теории релятивистских связанных систем общепризнанным методом исследования является ковариантный одновременной подход в квантовой теории поля [1], наиболее последовательный вариант которого основан на применении ковариантных двухвременных функций Грина (ФГ) $\tilde{G}$ [2]. Обратная свободная двухвременная ФГ $\{\tilde{G}_{(0)}\}^{-1}$ играет важнейшую роль при построении интегральных уравнений для релятивистских волновых функций систем, как на уровне формирования квазипотенциала (ядра), так и в неинтегральной части уравнений. Аналогичную роль выполняет обратная квазисвободная двухвременная ФГ $\{\tilde{G}_{(0)}{}^{qf}\}^{-1}$ [3] при исследовании систем, находящихся во внешнем электромагнитном поле A_μ. При этом отметим, что для рассматриваемых ФГ, согласно [2], процедура обращения не приводит к сингулярности и возможна без проектирования ФГ на дираковские биспиноры, то есть с сохранением их изначальной матричной структуры.

Учет внешнего электромагнитного поля приводит к трёхкомпонентности $\tilde{G}_{(0)}{}^{qf}$:

$$\tilde{G}_{(0)}{}^{qf} = \tilde{G}_{(0)}{}^{[1]} + \tilde{G}_{(0)}{}^{[2]} + \tilde{G}_{(0)}{}^{[3]}\,, \tag{1}$$

где $\tilde{G}_{(0)}{}^{[j]}$ – квазисвободные двухвременные ФГ, учитывающие факт взаимодействия поля A_μ с j-ой частицей в импульсном приближении. Все слагаемые в (1) получается из четырёхвременных свободных ФГ $G_{(0)}{}^{[j]}$, определяемых как вакуумные математические ожидания хронологического произведения гайзенберговских полей частиц, входящих в систему, и поля A_μ в импульсном пространстве путем интегрального приравнивания времен в начальном и конечном состоянии. Например, для скалярной частицы

$$G_{(0)}{}^{[1]} = Q_1 \cdot \frac{m_3 + \hat{p}_3}{p_3^2 - m_3^2 + i0} \cdot \frac{\Gamma_{1\mu} A^\mu(\vec{q}_1)}{k_1^2 - m_1^2 + i0} \cdot \frac{1}{p_1^2 - m_1^2 + i0} \cdot \frac{1}{p_2^2 - m_2^2 + i0}. \tag{2}$$

В соответствующих выражениях для прочих ФГ: k_j – конечные 4-импульсы скалярных частиц, трёхмерные импульсы фотонов $\vec{q}_j - \vec{k}_j - \vec{p}_j$, вершинные функции $\Gamma_{j\mu} = (k_j + p_j)_\mu$, а Q_j – электрические заряды.

Выражения типа (2) приводят к следующему виду ФГ, составляющих (1):

$$\tilde{G}_{(0)}{}^{[1]} = \frac{Q_1}{16\,\omega_{1p}\,\omega_{2p}\omega_{3p}\,\omega_{1k}} A^\mu(\vec{q}_1)\,[(m_3 + \hat{p}_3) \times$$
$$\times \left(\frac{\Gamma_\mu^{(-)} R_p}{P_0 - \omega_{1k} - \omega_{2p} - \omega_{3p} + i0} - \frac{\left[\Gamma_{(p)}^{(+)}\right]_\mu R_p}{\omega_{1p} + \omega_{1k}} - \frac{\left[\Gamma_{(k)}^{(+)}\right]_\mu}{(P_0 - \omega_{1k} - \omega_{2p} - \omega_{3p} + i0)(\omega_{1p} + \omega_{1k})} \right) +$$
$$+ \left(\frac{\Gamma_\mu^{(+)} A_p}{P_0 + \omega_{1k} + \omega_{2p} + \omega_{3p} - i0} + \frac{\left[\Gamma_{(p)}^{(-)}\right]_\mu A_p}{\omega_{1p} + \omega_{1k}} + \frac{\left[\Gamma_{(k)}^{(-)}\right]_\mu}{(P_0 + \omega_{1k} + \omega_{2p} + \omega_{3p} - i0)(\omega_{1p} + \omega_{1k})} \right) \times (m_3 - \hat{\tilde{p}}_3')], \tag{3}$$

$$\widetilde{G}_{(0)}{}^{[2]} = \frac{Q_2}{16\,\omega_{1p}\,\omega_{2p}\omega_{3p}\,\omega_{2k}}\,A^{\mu}(\vec{q}_2)\,[(m_3+\hat{\tilde{p}}_3)\times$$
$$\times\left(\frac{\Pi_{\mu}^{(-)}R_p}{P_0-\omega_{1p}-\omega_{2k}-\omega_{3p}+i0}-\frac{\left[\Pi_{(p)}^{(+)}\right]_{\mu}R_p}{\omega_{2p}+\omega_{2k}}-\frac{\left[\Pi_{(k)}^{(+)}\right]_{\mu}}{(P_0-\omega_{1p}-\omega_{2k}-\omega_{3p}+i0)(\omega_{2p}+\omega_{2k})}\right)+$$
$$+\left(\frac{\Pi_{\mu}^{(+)}A_p}{P_0+\omega_{1p}+\omega_{2k}+\omega_{3p}-i0}+\frac{\left[\Pi_{(p)}^{(-)}\right]_{\mu}A_p}{\omega_{2p}+\omega_{2k}}+\frac{\left[\Pi_{(k)}^{(-)}\right]_{\mu}}{(P_0+\omega_{1p}+\omega_{2k}+\omega_{3p}-i0)(\omega_{2p}+\omega_{2k})}\right)\times(m_3-\hat{\tilde{p}}_3')], \qquad (4)$$

$$\widetilde{G}_{(0)}{}^{[3]} = \frac{Q_3}{16\,\omega_{1p}\,\omega_{2p}\omega_{3p}\,\omega_{3k}}\times$$
$$\left[\frac{(m_3+\hat{\tilde{k}}_3)\,\hat{A}(\vec{q}_3)(m_3+\hat{\tilde{p}}_3)R_p}{P_0-\omega_{1p}-\omega_{2p}-\omega_{3k}+i0}+\frac{(m_3-\hat{\tilde{k}}_3')\,\hat{A}(\vec{q}_3)(m_3-\hat{\tilde{p}}_3')A_p}{P_0+\omega_{1p}+\omega_{2p}+\omega_{3k}-i0}+\right.$$
$$+\frac{(m_3-\hat{\tilde{k}}_3')\,\hat{A}(\vec{q}_3)(m_3+\hat{\tilde{p}}_3)}{(\omega_{3p}+\omega_{3k})}\left(\frac{1}{P_0+\omega_{1p}+\omega_{2p}+\omega_{3k}-i0}-R_p\right)+$$
$$\left.+\frac{(m_3+\hat{\tilde{k}}_3)\,\hat{A}(\vec{q}_3)(m_3-\hat{\tilde{p}}_3')}{(\omega_{3p}+\omega_{3k})}\left(A_p-\frac{1}{P_0-\omega_{1p}-\omega_{2p}-\omega_{3k}+i0}\right)\right], \qquad (5)$$

в которых для компактизации записи был использован ряд дополнительных, но стандартных обозначений:

а) $\tilde{p}_j=(\omega_{jp},\vec{p}_j)$, $\tilde{p}_j'=(\omega_{jp},-\vec{p}_j)$, $\omega_{jp}=\sqrt{m_j^2+\vec{p}_j^{\,2}}$ (j = 1,2,3) и такие параметры с (p $\leftrightarrow$ k);

б) $R_p=(P_0-\omega_{1p}-\omega_{2p}-\omega_{3p}+i0)^{-1}$, $A_p=(P_0+\omega_{1p}+\omega_{2p}+\omega_{3p}-i0)^{-1}$;

в) $\Gamma_{\mu}^{(\pm)}=\{2[P_0\pm(\omega_{2p}+\omega_{3p})],\vec{p}_1+\vec{k}_1\}$, $\left[\Gamma_{(p)}^{(\pm)}\right]_{\mu}=(\pm2\omega_{1p},\vec{p}_1+\vec{k}_1)$,

$\left[\Gamma_{(k)}^{(\pm)}\right]_{\mu}=(\pm2\omega_{1k},\vec{p}_1+\vec{k}_1)$;

г) $\Pi_{\mu}^{(\pm)}=\{2[P_0\pm(\omega_{1p}+\omega_{3p})],\vec{p}_2+\vec{k}_2\}$, $\left[\Pi_{(p)}^{(\pm)}\right]_{\mu}=(\pm2\omega_{2p},\vec{p}_2+\vec{k}_2)$,

$\left[\Pi_{(k)}^{(\pm)}\right]_{\mu}=(\pm2\omega_{2k},\vec{p}_2+\vec{k}_2)$.

Кинематические связи трёхмерных импульсов частиц в (3) – (5) гораздо сложнее, чем в случае двухчастичных систем, и поэтому требуют отдельного обсуждения даже при переходе к системе центра масс. Невзирая на выявленную громоздкость, квазисвободная двухвременная ФГ (1) допускает процедуру несингулярного обращения, доступную реализации с помощью известных программных пакетов аналитических вычислений.

[1] Logunov, A,A. Quasioptical approach in quantum field theory / A.A.Logunov, A.N.Tavkhelidze // Nuovo Cimento. - 1963. - Vol. 29, № 2. – P. 380-399.

[2] Капшай, В.Н. Лекции по теории связанных систем частиц со спином 0 и 1/2 / В.Н. Капшай, Г.Ю. Тюменков – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины. – 2005. – 100 с.

[3] Тюменков, Г.Ю. Квазисвободная двухвременная функция Грина трехчастичной бозон-фермионной системы / Г.Ю. Тюменков // Известия ГГУ им. Ф. Скорины. – 2011. - № 6(69). – С. 145 – 148.