Литература

1. Ландау, Л. Д. Теория поля / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М.: Наука, 1988. – Т. 2. – 512 с.
2. B. Partoens, F. M. Peeters, Phys. Rev. B 74, 075404 (2006).

В.Ю. Гавриш (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)
Науч. рук. **В.В. Андреев**, к.ф.-м.н., доцент

МАТРИЧНЫЙ ЭЛЕМЕНТ РАСПАДА $\pi^0 \to e^- e^+$ В ПУНКАРЕ-ИНВАРИАНТНОЙ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ

Введение. В настоящее время Стандартная Модель описывает подавляющее процессов в физике элементарных частиц. Однако теоретические расчеты для некоторых процессов имеют значительные расхождения с экспериментальными данными. Поэтому изучение таких процессов, к которым относится данный распад, представляют особый интерес для “проверки” Стандартной Модели [1].

Матричный элемент распада $\pi^0 \to e^- e^+$

В данной статье будем рассматривать мезон $\pi^0(q\bar{q})$ как релятивистскую связную систему кварка q и антикварка $\bar{q}$ в рамках пуанкаре-инвариантной квантовой механики или РГД [2, 3]. Тогда процесс редкого распада $\pi^0 \to e^- e^+$ обусловлен взаимодействием кварков, входящих в π^0- мезон. Рассмотрим, каким образом матричный элемент этого распада

$$M(\pi^0 \to e^- e^+) = < e^- e^+ \,|\, S - 1 \,|\, \pi^0 > \qquad (1)$$

связан с матричными элементами процесса аннигиляции кварков в электрон-позитронную пару.

Обозначим вектор состояния связанной двухчастичной системы с импульсом $\vec{P}$, массой M_P, спином J и его проекцией μ как

$$|\, \vec{P}, J, \mu, M_P >. \qquad (2)$$

В пуанкаре-инвариантной квантовой механике вектор состояния (2) связан с вектором состояния двух спинорных частиц $|\, \vec{p}_1, \lambda_1, \vec{p}_2, \lambda_2 >$, входящих в систему соотношением [2]:

$$
\begin{aligned}
|\vec{P},J,\mu,M> &= \sum_{\lambda_1\lambda_2}\sum_{\nu_1\nu_2}\int d\vec{k}\sqrt{\frac{\omega_{m_1}(p_1)\omega_{m_2}(p_2)M_0}{\omega_{m_1}(k)\omega_{m_2}(k)\omega_{M_0}(\vec{P})}}\times \\
&\times Y_{l,m}(\theta_k,\varphi_k)<s_1\nu_1,s_2\nu_2\,|\,S\lambda><lm,s\lambda\,|\,J\mu>\times \\
&\times \Phi_{lS}^{J_\mu}(k)D^{1/2}_{\lambda_1\nu_1}(\vec{n}_{W_1})D^{1/2}_{\lambda_2\nu_2}(\vec{n}_{W_2})\,|\,p_1,\lambda_1,p_2,\lambda_2>,
\end{aligned}
\tag{3}
$$

где $\Phi_{lS}^{J_\mu}(k)$ - волновая функция частицы, которая нормирована условием

$$
\sum_{l,S}\int d\vec{k}\,|\Phi_{lS}^{J_\mu}(k)|^2=1. \tag{4}
$$

В соотношении (3): $<s_1\nu_1,s_2\nu_2\,|\,S\lambda>$ – коэффициент Клебша-Гордана группы $SU(2)$; $D^{1/2}_{\lambda\nu}(\vec{n}_W)$- матрица вигнеровского вращения (см., например, [4]); $Y_{l,m}(\theta_k,\varphi_k)$ – сферическая функция, зависящая от углов относительного импульса $\vec{k}$, который задается выражением:

$$
\vec{k}=\frac{1}{2}(\vec{p}_1-\vec{p}_2)+\frac{\vec{P}}{M_0}\left(\frac{m_2^2-m_1^2-M_0\left[\omega_{m_2}(\vec{p}_2)-\omega_{m_1}(\vec{p}_1)\right]}{\omega_{M_0}(\vec{P})+M_0}\right). \tag{5}
$$

Для псевдоскалярного мезона $J=l=S=0$ и поэтому выражение (5) в системе покоя $(\vec{P}=0)$ существенно упростится

$$
|\,\pi^0>=|\,\vec{P}=0,M_p>=\sum_{\lambda}\sqrt{\frac{1}{8\pi}}\int d\vec{k}\Phi(k)\,|\,\vec{k},-\lambda,-\vec{k},\lambda>. \tag{6}
$$

Поскольку для π^0- мезона вектор состояния является суперпозицией вида

$$
|\,\pi^0>=\frac{1}{\sqrt{2}}(|\,u\bar{u}>-|\,d\bar{d}>) \tag{7}
$$

матричный элемент (1) с учетом (6) запишется в виде

$$
\begin{aligned}
M(\pi^0\to e^-e^+) &= \sum_{\lambda}\sqrt{\frac{1}{16\pi}}\int d\vec{k}\left[\Phi_{u\bar{u}}(k)M_\lambda^{(1)}(u\bar{u}\to e^-e^+)-\right. \\
&\left.-\Phi_{d\bar{d}}(k)M_\lambda^{(2)}(d\bar{d}-e^-e^+)\right]
\end{aligned}
\tag{8}
$$

Для процесса $\pi^0\to e^-e^+$, вследствие сохранения углового момента, вносят вклад диаграммы Фейнмана вида, которые отображены на рисунке 1:

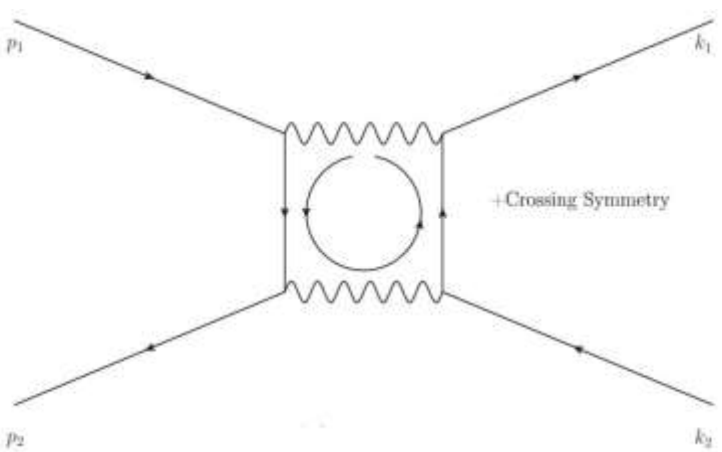

Рисунок 1 – Диаграммы Фейнмана процесса $\pi^0\to e^-e^+$

Используя правила Фейнмана, запишем матричные элементы, соответствующие данным диаграммам процесса $u\bar{u} \to e^- e^+$:

$$M_\lambda^{(1)}(u\bar{u} \to e^- e^+) = e_u^2 e^2 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} I_1(q) \bar{\upsilon}_{-\lambda}(p_2, m_u) \gamma^\rho (q + m_u) \gamma^\mu u_\lambda(p_1, m_u) \times$$
$$\times \bar{u}_\lambda(k_1, m_e) \gamma^\mu (\hat{p}_2 + (\hat{q} - \hat{k}_2) + m_e) \gamma^\rho \upsilon_{-\lambda}(k_2, m_e), \tag{9}$$

$$M_\lambda^{(2)}(u\bar{u} \to e^- e^+) = e_u^2 e^2 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} I_2(q) \bar{\upsilon}_{-\lambda}(p_2, m_u) \gamma^\rho (q + m_u) \gamma^\mu u_\lambda(p_1, m_u) \times$$
$$\times \bar{u}_\lambda(k_1, m_e) \gamma^\rho (\hat{k}_1 - (\hat{p}_2 + \hat{q}) + m_e) \gamma^\mu \upsilon_{-\lambda}(k_2, m_e), \tag{10}$$

где функции $I_1(q)$ и $I_2(q)$ задаются выражениями:

$$I_1(q) = \frac{1}{(q^2 - m_u^2)(p_2 + q)^2((p_2 + q - k_2)^2 - m_e^2)((p_2 + q) - (k_1 + k_2))^2}, \tag{11}$$

$$I_2(q) = \frac{1}{(q^2 - m_u^2)(p_2 + q)^2((p_2 + q - k_1)^2 - m_e^2)((p_2 + q) - (k_1 + k_2))^2}, \tag{12}$$

с

$$p_1 = (\sqrt{\vec{k}^2 + m_u^2}, \vec{k}),\ p_2 = (\sqrt{\vec{k}^2 + m_u^2}, -\vec{k}) \tag{13}$$

Матричные элементы для реакции $d\bar{d} \to e^- e^+$ аналогичны соотношениям (11) и (12). Таким образом, в рамках пуанкаре-инвариантной квантовой механики задача расчета матричного элемента процесса $\pi^0 \to e^- e^+$ сводится к вычислению выражения (8).

Литература

1. Dorokhov, A. Rare decay $\pi^0 \to e^+ e^-$ as a Test of Standard Model / A. Dorokhov // Phys.Part.Nucl.Lett. – 2010. – Vol. 7. – P. 229–234.
2. Keister, B. D. Relativistic Hamiltonian dynamics in nuclear and particle physics / B. D. Keister, W. N. Polyzou // Adv. Nucl. Phys. – 1991. – Vol. 20. – P. 225–479.
3. Крутов, А. Ф. Мгновенная форма пуанкаре-инвариантной квантовой механики и описание структуры составных систем / А. Ф. Крутов, В. Е. Троицкий // ЭЧАЯ. – 2009. – Т. 40, 2. – С. 268–318.
4. 4.Андреев, В. В. Пуанкаре-ковариантные модели двухчастичных систем с квантовополевыми потенциалами / В. В. Андреев. – Гомель: УО “Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины”, 2008. – 294 с.