

УДК 539.12.01

Ю. А. Гришечкин<sup>1</sup>, В. Н. Капшай<sup>2</sup>**РЕЛЯТИВИСТСКИЙ СПЕКТР ОРТОПОЗИТРОНИЯ В КВАНТОВОПОЛЕВОЙ МОДЕЛИ С ПОТЕНЦИАЛОМ ОДНОБОЗОННОГО ОБМЕНА**

*УО «Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины»,  
ул. Советская, 104, 226019 Гомель, Беларусь  
<sup>1</sup>[ygrishechkin@rambler.ru](mailto:ygrishechkin@rambler.ru) <sup>2</sup>[kapshai@rambler.ru](mailto:kapshai@rambler.ru)*

В работе численно исследуются спектры двухчастичных систем типа ортопозитрония как решения ковариантных трёхмерных уравнений квантовой теории поля для связанных  $s$ -состояний [1-2] в случае потенциала Кулона в релятивистском конфигурационном представлении (РКП) [2], потенциала однобозонного обмена [2] и им аналогичных потенциалов [3]. Двухчастичные интегральные уравнения в РКП имеют следующий вид [4]:

$$\psi^{(j)}(w, r) = -\lambda \int_0^{\infty} dr' g^{(j)}(w, r, r') V(r') \psi^{(j)}(w, r'), \quad r \geq 0, \quad (1)$$

где индекс  $j=1,2,3,4$  соответствует четырём вариантам квазипотенциального подхода в квантовой теории поля [1-2],  $\psi^{(j)}(w, r)$  – волновая функция,  $g^{(j)}(w, r, r')$  – функция Грина,  $V(r)$  – потенциал, параметр  $w \in [0; \pi/2)$  связан с энергией системы  $2E$  соотношением  $2E = 2m \cos w$  ( $m$  – масса каждой частицы) [4],  $\lambda > 0$  – константа связи. Функции Грина имеют вид  $g^{(j)}(w, r, r') = g^{(j)}(w, r - r') g^{(j)}(w, r + r')$  где [4]

$$g^{(1)}(w, r) = \frac{-1}{m \sin 2w} \frac{\sinh[(\pi/2 - w)mr]}{\sinh[\pi mr/2]}; \quad g^{(3)}(w, r) = \frac{-1}{2m \sin w} \frac{\cosh[(\pi/2 - w)mr]}{\cosh[\pi mr/2]}; \quad (2)$$

$$g^{(2)}(w, r) = \frac{(4m \cos w)^{-1}}{\cosh[\pi mr/2]} - \frac{1}{m \sin 2w} \frac{\sinh[(\pi - w)mr]}{\sinh[\pi mr]}; \quad g^{(4)}(w, r) = \frac{-1}{2m \sin w} \frac{\sinh[(\pi - w)mr]}{\sinh[\pi mr]}$$

Решения уравнений (1) найдены методом составных квадратур Гаусса [5]. При этом для соответствующих алгебраических систем уравнений возникает необходимость решения нелинейной задачи на собственные значения  $w$  (энергии  $2E$ ), для решения которой был использован метод итераций [6].

Потенциал однобозонного обмена [2] и суперпозиция двух таких потенциалов (массы бозонов обмена равны нулю и  $2m$ ) [3] имеют вид:

$$V(r) = r^{-1} \coth(\pi mr) \text{ и } V(r) = r^{-1} \tanh(\pi mr/2), \quad (3)$$

соответственно. При решении константа связи  $\lambda$  была выбрана равной постоянной тонкой структуры:  $\lambda = 7.2973525698 \times 10^{-3}$ . В таблице приведены полученные из найденных спектров значения частоты перехода между первым (основным) и вторым уровнями энергии, полученными при решении уравнений (1) с потенциалами (3) и потенциалом Кулона  $r^{-1}$ .

Таблица. Частота перехода между основным и вторым состоянием, МГц		$r^{-1} \tanh(\pi mr/2)$	$r^{-1} \coth(\pi mr)$	$r^{-1}$
$j = 1$	$N = 400$	1233673256	12336956443	12336886274
	$N = 800$	1233673569	12336954153	12336880641
$j = 2$	$N = 400$	1233651095	12336734637	12336664665
	$N = 800$	1233651664	12336735112	12336661596
$j = 3$	$N = 400$	1233708292	12337306742	12337236596
	$N = 800$	1233701226	12337230675	12337157181
$j = 4$	$N = 400$	1233682565	12337049503	12336979345
	$N = 800$	1233679188	12337010316	12336936813

Сравнение приведенных результатов с экспериментально измеренным значением для ортопозитрония [7]  $1233607216.4(3.2) \text{ МГц}$  показывает, что наилучшее совпадение даёт результат, полученный при решении уравнения  $j = 2$  с потенциалом  $r^{-1} \tanh(\pi mr/2)$ .

- [1] Logunov A.A. Quasi-Optical Approach in Quantum Field Theory / A.A. Logunov, A.N. Tavkhelidze // Nuovo Cimento. – 1963. – V. 29, № 2. – P. 380–399.
- [2] Кадышевский В.Г. Трёхмерная формулировка релятивистской проблемы двух тел / В.Г. Кадышевский, Р.М. Мир-Касимов, Н.Б. Скачков // ЭЧАЯ. – 1972. – Т. 2, № 3. – С. 635–690.
- [3] Дей Е.А. Точные решения класса квазипотенциальных уравнений для суперпозиции квазипотенциалов однобозонного обмена / Е.А. Дей, В.Н. Капшай, Н.Б. Скачков // ТМФ. – 1990. – Т.82, № 2. – С. 188-198.
- [4] Alferova T.A. Expansion in terms of matrix elements of the Lorentz group unitary irreducible representations and integral equations for scattering states relativistic wave functions / T.A. Alferova, V.N. Kapshai // Nonlinear phenomena in complex systems: Proc. of the Sixth Annual Seminar NPC'S'97 / Academy of Sciences of Belarus. Inst. of Phys.– Minsk, 1998.– P.78-85.
- [5] Бахвалов Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков.– 6-е изд.– М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008.– 636с.
- [6] Solov'eva T.M. Iteration method of solving the integral equation with nonlinear dependence on spectral parameter / T.M. Solov'eva, E.P. Zhidkov // Comp. Phys. Comm. – 2000.– V.126. – P. 168-177.
- [7] Fee M.S. Measurement of the Positronium  $1^3S_1 - 2^3S_1$  Interval by Continuous-Wave Two-Photon Excitation / M.S. Fee, A.P. Mills, Jr.S. Chu, E.D. Shaw, K. Danzmann, R.J. Chichester, D.M. Zuckerman // Phys. Rev. Lett. – 1993. – V. 70, No 10. – P. 1397-1400.