**А.И. Остапенко (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)**
Науч. рук. **Е.А. Дей**, к.ф.-м.н., доцент

# ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ

В квантовой теории рассеяния рассматривается проблема взаимодействия частиц с нелокальным потенциалом. Для решения данной задачи переходят к импульсному представлению уравнения Шредингера:

$$R(k') = V(k,k') + \frac{2}{\pi}\int_0^\infty dp \frac{p^2 V(k',p)R(k,p)}{(k_0^2 - p^2)/2\mu}, \qquad (1)$$

где $\mu$ – это приведенная масса системы, $k_0$ определяет энергию системы $E = \frac{k_0}{2\mu}$.

Интеграл в уравнении (1) обращается в бесконечность в точке $k=k_0$. Для исключения сингулярности в данной задаче интеграл вычисляется в смысле главного значения:

$$\int_0^\infty f(k)dk = \lim_{\varepsilon\to 0}[\int_0^{k_0-\varepsilon} f(k)dk + \int_{k_0-\varepsilon}^\infty f(k)dk] \qquad (2)$$

Численное вычисление предела в выражении (2) не совсем удобно, т.к. компьютеры имеют ограниченную точность. Соотношение (2) для численной обработки записывается в виде:

$$\int_0^\infty \frac{f(k)dk}{k^2 - k_0^2} = \int_0^\infty \frac{f(k) - f(k_0)}{k^2 - k_0^2}. \qquad (3)$$

Правая часть данного соотношения уже не обращается в бесконечность при $k = k_0$. Следовательно, можно записать уравнение (1) в виде:

$$R(k',k) = V(k',k) + \frac{2}{\pi}\int_0^\infty dp \frac{p^2 V(k',p)R(p,k) - k_0^2 V(k',k_0)R(k_0,k)}{(k_0^2 - p^2)/2\mu} \qquad (4)$$

Преобразуем этот интеграл к системе линейных уравнений, аппроксимируя его с помощью квадратурной суммы с N узлами:

$$R(k,k_0) \approx V(k,k_0) + \frac{2}{\pi}\sum_{j=1}^{N}\frac{k_0^2 V(k,k_j)R(k_j,k_0)w_j}{(k_0^2 - p^2)/2\mu} - \frac{2}{\pi}k_0^2 V(k,k_0)R(k_0,k_0)\sum_{j=1}^{N}\frac{w_j}{(k_0^2 - p^2)/2\mu},$$

где $w_j$ – веса квадратурной формулы.

Решая эту систему уравнений, мы получим амплитуды $R(k,k_0)$, эквивалентные сдвигу фазы рассеяния $\delta_l$:

$$R(k_0,k_0) = \frac{-\tan\delta_0}{2\mu k_0}. \qquad (5)$$