

УДК 535.36

МЕТОД ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОРРЕЛЯЦИЙ ИНТЕНСИВНОСТИ
В ДИАГНОСТИКЕ РАССЕЙВАЮЩИХ СРЕД

Боровой А. Г., Вагин Н. И., Беретинников В. В.

Рассматривается метод определения микроструктурных параметров рассеивающих сред из измерений пространственной корреляционной функции интенсивности прошедшего среду света. Метод основан на результатах, полученных при решении задачи распространения когерентного излучения в дисперсных средах с крупными частицами, учитывающей многократное рассеяние. Представлен алгоритм решения соответствующей обратной задачи. Приведены результаты экспериментальной проверки метода для модельной среды.

В последние годы получили широкое распространение оптические методы диагностики дисперсных сред, применение которых ограничено, как правило, приближением однократного рассеяния [1]. К настоящему времени создана развитая теория и разработаны методы решения соответствующих обратных задач. Дальнейшее развитие возможностей оптической диагностики связано с выявлением и использованием новых эффектов и закономерностей взаимодействия света с рассеивающими средами.

В этом направлении определенные перспективы открываются перед методами, основанными на том факте, что пространственные неоднородности поля, прошедшего слой крупнодисперсной среды, имеют размеры, близкие к размерам частиц, а их статистические характеристики просто связаны с геометрическими параметрами частиц. Отметим некоторые работы в этом направлении. В [2, 3] для описания поля, прошедшего систему больших частиц, была использована модель в виде плоского амплитудного экрана, образованного тенями частиц. Пространственную функцию корреляции интенсивности предложено использовать для определения концентрации частиц и их распределения по размерам. Корреляционная функция экспериментально измерялась по зависимости дисперсии флуктуаций сигнала от размеров приемной диафрагмы. В [4] показано, что слой рассеивающей среды толщиной $l \ll kr^2$ (где $k=2\pi/\lambda$ — волновое число, r — размеры частиц), состоящий из больших $kr \gg 1$ оптически мягких частиц, т. е. частиц, не вызывающих заметного преломления и отражения света, достаточно строго описывается более общей моделью амплитудно-фазового экрана. В этой работе подробно рассмотрена связь статистических характеристик поля и интенсивности с параметрами среды. В серии работ [5, 6] пространственная корреляционная функция интенсивности излучения использована для определения параметров дождя на небольших трассах (в условиях однократного рассеяния). Здесь пространственная корреляционная функция интенсивности определялась из временной корреляционной функции сигнала за счет известной скорости падения капель. В [7] с учетом многократного рассеяния показано, что, во-первых, корреляционная функция поля (но не интенсивности) строго описывается предыдущей моделью амплитудно-фазового экрана [4] при любых значениях параметра l/kr^2 , т. е. дифракцию поля можно не принимать во внимание. Во-вторых, показано, что оптически жесткие частицы в определенном смысле строго можно заменить на плоские черные экраны, и поэтому модель амплитудного экрана, образованного тенями частиц, играет важную роль во многих случаях, например для атмосферных осадков.

В настоящей работе предлагается метод определения микроструктурных параметров рассеивающей среды, состоящей из больших оптически жестких рассеивателей, из измерений пространственной корреляционной функции флуктуаций интенсивности света при многократном рассеянии.

1. Предлагаемый метод основан на полученном в [7] выражении для функции когерентности плоской волны $\Gamma(\rho)$, прошедшей рассеивающий слой с оптической толщиной τ , состоящий из грубодисперсных частиц, удовлетворяющих условию $kr|n-1| \gg 1$ (n — показатель преломления)

$$\Gamma(\rho) = I_0 \exp[-\tau + \tau F(\rho)/2]. \quad (1)$$

В выражении (1) I_0 — интенсивность падающей волны, ρ — поперечные координаты, $F(\rho)$ — средняя автокорреляционная функция тени частиц, отнесенная к среднему геометрическому сечению частиц \bar{s}

$$F(\rho) = \frac{1}{\bar{s}} \int S(\rho, \xi) p(\xi) d\xi. \quad (2)$$

Здесь ξ — геометрические параметры частиц, определяющие их размер, форму и т. п.; усреднение ведется по распределению частиц $p(\xi)$ по этим параметрам;

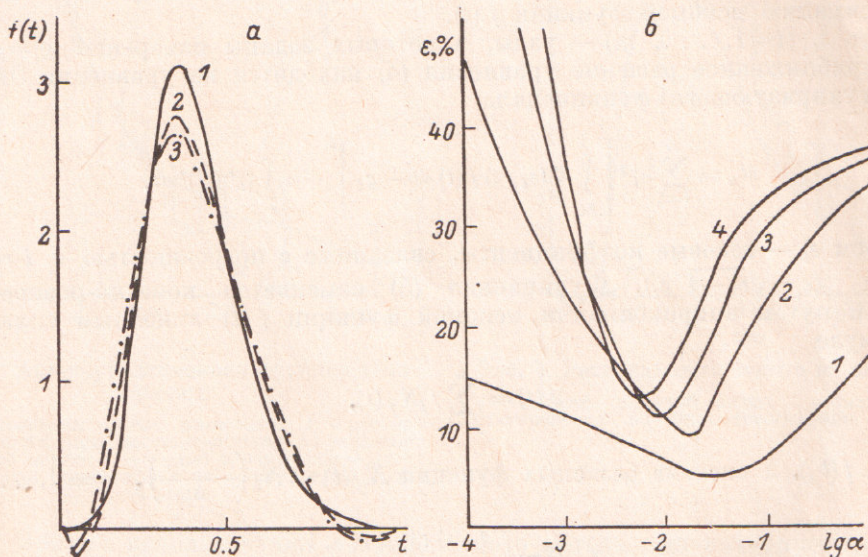


Рис. 1. Результаты численного моделирования решения обратной задачи для уравнения (4). а: 1 — точное распределение частиц по размерам, 2 и 3 — восстановленные распределения для случайной ошибки в исходных данных δ (%): 2 — 5, 3 — 10. б — зависимости величины погрешности обращения ϵ от параметра регуляризации α при различных δ (%): 1 — 1, 2 — 5, 3 — 10, 4 — 15.

$\int p(\xi) d\xi = 1$, $p(\xi) \geq 0$, $S(\rho, \xi)$ — автокорреляционная функция тени отдельной частицы, имеющая для сферических частиц радиуса r вид $S(\rho, r) = = \pi r^2 G(\rho/2r)$, где

$$G(x) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} [\arccos x - x \sqrt{1-x^2}], & x \leq 1, \\ 0, & x > 1. \end{cases}$$

Таким образом, функция когерентности поля $\Gamma(\rho)$ определяется геометрическими параметрами частиц рассеивающей среды. Однако ее измерение является сложной экспериментальной задачей. Например, в [8, 9] для определения параметров дождя фактически предлагается измерять функцию (1) по гетеродинной схеме.

В то же время в [7] показано, что если статистика поля является гауссовой, то функция когерентности поля $\Gamma(\rho)$ связана простым соотношением с пространственной функцией корреляции интенсивности $K(\rho)$

$$K(\rho) = |\Gamma(\rho)|^2 - I_0 e^{-2\tau} = I_0 e^{-2\tau} [e^{\tau F(\rho)} - 1], \quad (3)$$

экспериментальное измерение которой существенно проще. Согласно [10], в излучении, прошедшем слой дисперсной среды, реализуется гауссова статистика во френгоферовой зоне от ближайших рассеивателей, т. е. при $l \gg kr^2$.

Таким образом, по измеренной корреляционной функции интенсивности $K(\rho)$ можно определить функцию $F(\rho)$, которая связана с распределением микроструктурных параметров среды. Для системы сферических рассеивателей интегральное уравнение (2) можно переписать с учетом конкретного вида ядра $S(\rho, r)$, перейдя к безразмерной переменной $t=r/r_{\max}$, в виде

$$\int_s^1 Q(s, t) f(t) dt = g(s), \quad (4)$$

в котором $g(s) = F(2r_{\max}s)$, $Q(s, t) = G(s/t)$, $f(r/r_{\max})$ имеет смысл нормированной плотности распределения геометрического сечения частиц по размерам, r_{\max} — максимальный размер частиц.

2. Определение плотности распределения по размерам связано с обращением интегрального уравнения первого рода (4). Кратко остановимся на описании соответствующего регуляризирующего алгоритма, использующего сплайн-аппроксимацию искомой функции $f(t)$.

Пусть s_i ($i=1, \dots, m$) — узлы, в которых заданы измерения $g_i = g(s_i)$. Тогда приближенное решение уравнения (4) находится из уравнения Эйлера для регуляризирующего функционала

$$M_\alpha = \sum_{i=1}^m e_i^{-2} \left[\int_{s_i}^1 K(s_i, t) f(t) dt - g_i \right]^2 + \alpha \int_0^1 [f'(t)]^2 dt, \quad (5)$$

в котором e_i — весовые коэффициенты, связанные с погрешностью σ_i i -го измерения ($e_i = \sqrt{m-1} \sigma_i$). Функционал (5) заменяется конечно-разностным аналогом путем аппроксимации искомой функции $f(t)$ линейным сплайном по формуле

$$f(t) = \sum_{j=1}^n f_j N_j(t), \quad (6)$$

где $f_j = f(t_j)$, а система базисных функций $N_j(t) = N_0\left(\frac{t-t_j}{\Delta}\right)$, $j=1, \dots, n$, где

$$N_0(t) = \begin{cases} 1 - |t|, & |t| \leq 1, \\ 0, & |t| > 1, \end{cases}$$

строится на сетке узлов $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_n < t_{n+1} = 1$ с равномерным шагом $\Delta = t_{j+1} - t_j$. С учетом аппроксимации (6) уравнение Эйлера для функционала (5) приобретает вид

$$(A^T E^{-2} A + \alpha P) f = A^T E^{-2} g, \quad (7)$$

где $E = \text{diag}\{e_1, \dots, e_m\}$, A — матрица с компонентами

$$a_{ij} = \int_{t_{j-1}}^{t_{j+1}} Q(s_i, t) N_j(t) dt, \quad (8)$$

$i=1, \dots, m$, $j=1, \dots, n$, которые вычисляются аналитически, $\alpha^{-1}P$ — трехдиагональная сглаживающая матрица с компонентами

$$p_{ij} = \int_0^1 \frac{dN_i(t)}{dt} \frac{dN_j(t)}{dt} dt, \quad i, j=1, \dots, n.$$

Для исследования эффективности разработанного алгоритма восстановления искомого распределения $f(t)$ были проведены численные эксперименты. Случайная ошибка правой части моделировалась по нормальному закону с от-

носителем среднеквадратичным отклонением δ в диапазоне от 1 до 15 %. В качестве модельного было взято гамма-распределение с параметрами, соответствующими типичному распределению по размерам капель дождя. Примеры решения обратной задачи представлены на рис. 1, а для оптимального значения параметра регуляризации α . Рис. 1, б дает представление о величине погрешности обращения ϵ в зависимости от α при различных значениях ошибки в исходных данных δ .

Численные оценки показывают, что при использовании квазиоптимального значения параметра регуляризации погрешность восстановления распределений $f(t)$ возрастает не более чем на 3 %.

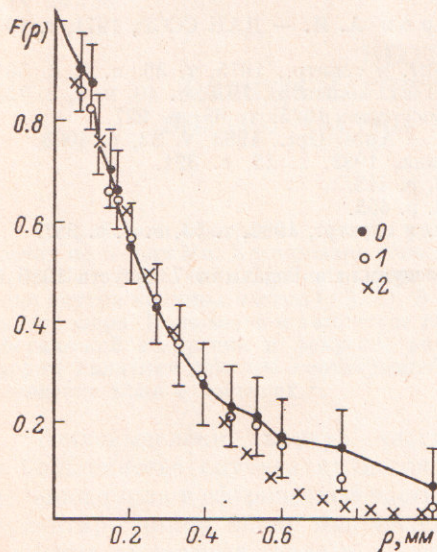


Рис. 2. Автокорреляционная функция тени частиц.

0 — экспериментальные измерения; 1 — расчет по распределению, восстановленному из решения обратной задачи; 2 — расчет по гистограмме распределения, определенной по микрофотографиям частиц.

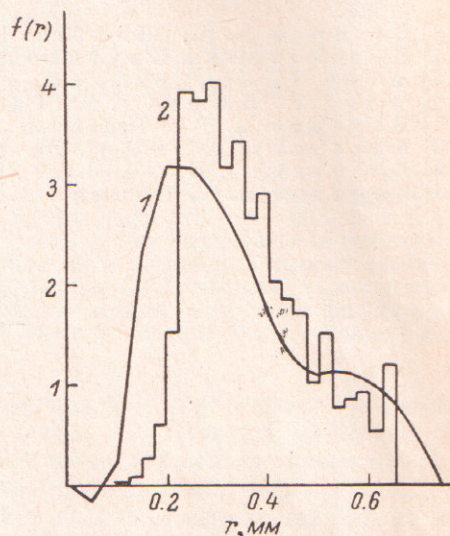


Рис. 3. Распределение частиц по размерам.

1 — решение обратной задачи, 2 — гистограмма, построенная по микрофотографиям частиц.

3. Пример использования разработанного метода при интерпретации данных лабораторного эксперимента представлен на рис. 3.

Эксперимент проводился по следующей схеме. Излучение одномодового лазера ЛПМ-11, сформированное коллиматором, проходило через кювету с модельной средой. В качестве модельной среды использовалась взвесь полистироловых сферических частиц в воде. На расстоянии 6 м от кюветы в центре прошедшего пучка располагался фотоприемник ФЭУ-79, на фотокатод которого выводились два световода, расстояние между которыми менялось с помощью микрометра. Сигнал с ФЭУ пропорционален сумме интенсивностей в двух пространственно разнесенных точках, и дисперсия такого сигнала содержит корреляционную функцию интенсивности: $D(\rho) = 2D(0) [1 + K(\rho)]$. Дисперсия регистрировалась цифровым дисперсиометром, время усреднения составляло 3 с. Кроме того, проводилось измерение оптической толщи среды τ по ослаблению когерентной части интенсивности $I = I_0 e^{-\tau}$. Было проведено измерение пространственной корреляционной функции интенсивности для трех значений τ : 1.35; 1.61; 1.08. Из соотношения (3) вычислялась функция $F(\rho)$, причем доверительный интервал для значений функции $F(\rho)$ составлял 0.08 по уровню 0.9. Усредненная по трем значениям τ функция $F(\rho)$ изображена на рис. 2 (кривая 0). Восстановленная по экспериментальным данным функция $f(r)$ представлена на рис. 3 (кривая 1). Здесь же представлена гистограмма распределения, построенная по микрофотографиям примерно 3000 частиц (кривая 2).

По распределениям 1, 2 на рис. 3 восстановлены характеристики $F(\rho)$, изображенные на рис. 2 кривыми 1 и 2 соответственно.

Таким образом, проведенный анализ показывает, что корреляционная функция интенсивности света, прошедшего крупнодисперсную рассеивающую среду, несет информацию о ее микроструктуре, для определения которой может быть применен разработанный регуляризирующий алгоритм. С помощью численного моделирования оценены точностные характеристики алгоритма, а экспериментальная проверка метода для модельной среды подтверждает его эффективность.

Литература

- [1] Зуев В. Е., Наац И. Э. Обратные задачи лазерного зондирования атмосферы. Новосибирск, 1982.
- [2] Шифрин К. С., Мороз Б. З., Сахаров А. И. — ДАН СССР, 1974, т. 199, с. 589.
- [3] Сахаров А. И., Шифрин К. С. — Опт. и спектр., 1975, т. 39, в. 2, с. 367.
- [4] Боровой А. Г., Крутиков В. А. — Опт. и спектр., 1976, т. 40, в. 4, с. 728.
- [5] Wang T., Clifford S. F. — J. Opt. Soc. Am., 1975, v. 65, p. 927.
- [6] Wang T., Kumar P. N., Fang D. J. — Appl. Opt., 1983, v. 22, p. 4008.
- [7] Боровой А. Г. — Изв. вузов. Радиофизика, 1982, т. 25, с. 391.
- [8] Kazovsky L. G. — Appl. Opt., 1984, v. 23, p. 448.
- [9] Kazovsky L. G. — Appl. Opt., 1984, v. 23, p. 455.
- [10] Боровой А. Г., Ивонин А. В. — Опт. и спектр., 1982, т. 53, в. 3, с. 557.

Поступило в Редакцию 7 августа 1985 г.
