Известия Гомельского государственного университета
имени Ф. Скорины, № 3 (102), 2017

УДК 519.872.5:681.142.2

Маркерная кольцевая локальная сеть со случайным выбором дисциплины обслуживания с сокращением

В.В. Бураковский

Рассматривается несимметричная кольцевая локальная сеть с протоколом маркерного доступа с N абонентскими станциями, на каждой из которых имеется буфер конечной емкости. При поступлении маркера случайным образом включается дисциплина обслуживания с сокращением k. Потоки поступающих сообщений предполагаются пуассоновскими, независимыми интенсивностей $\lambda_i, 1 \le i \le N$. Получены матрично-векторная система, позволяющая вычислить стационарные вероятности, а также основные вероятностно-временные характеристики рассматриваемой локальной сети.
Ключевые слова: маркерная кольцевая локальная сеть, станция, сообщение, буфер конечной емкости, дисциплина обслуживания с сокращением k, стационарные вероятности состояний.

The asymmetric token-passing ring local area network with N stations in which each station has a finite capacity buffer is studied. When token arrives the decrementing k discipline is on in random way. The message arrival streams are assumed to be independent, Poisson, processes with rates $\lambda_i, 1 \le i \le N$. Matrix-vector system for the steady-state probabilities and main characteristics of the considered network are obtained.
Keywords: token-passing ring local area network, station, message, finite capacity buffer, decrementing k service discipline, steady-state probabilities.

Введение. В настоящее время среди различных классов вычислительных сетей большой интерес для автоматизации производства, учрежденческой деятельности представляют локальные вычислительные сети (ЛВС). Применение ЛВС приобрело массовый характер во многих отраслях машиностроения, особенно наукоемких, к которым относятся авиаприборостроение, ракетостроение и другие. Поэтому представляет интерес проблема повышения эффективности их практического применения.

Протокол маркерного доступа [1, с. 101] является одной из самых эффективных схем, обеспечивающих связь между станциями в кольцевой сети передачи данных. При помощи этого протокола происходит подключение подавляющего числа пользователей высокоскоростного, беспроводного и телефонного Интернета. Кольцевая ЛВС [2, с. 121] с маркерным доступом относится к протоколам детерминированного множественного доступа циклического типа. Она представляет собой совокупность абонентских станций (АС), соединенных последовательно двухточечными линиями. АС получают право на передачу данных при получении специального служебного кадра – маркера, циркулирующего по кольцу. Функционирование сети происходит в соответствии со стандартом ANSI/IEEE 802.5 [3, с. 23]. При поступлении маркера на АС случайным образом подключается дисциплина обслуживания сообщений с сокращением k [4, с. 10]. Математическими моделями КЛВС с маркерным доступом являются циклические системы массового обслуживания [5, с. 64]. Адекватность математических моделей, описывающих КЛВС с дисциплиной обслуживания с сокращением k (decrementing k) стоящих в буфере АС сообщений, проверялась при помощи разработанных имитационных моделей [6, с. 19]. Основные вероятностно-временные характеристики, полученные с помощью стационарных вероятностей состояний рассматриваемой сети, необходимы для анализа эффективности и оптимизации функционирования КЛВС [7, с. 9]. Процедура определения стационарных вероятностей состояний исследуемой сети является универсальной с учетом дисциплины обслуживания с сокращением k, которая обобщает ординарную (ordinary) и вентильную (gated) дисциплины [8, с. 39].

Описание математической модели. Рассмотрим несимметричную кольцевую локальную вычислительную сеть (КЛВС) с протоколом маркерного доступа (стандарт ANSI/IEEE 802.5). На каждой из абонентских станций (АС) КЛВС имеется конечный буфер емкости m

$(m>0)$. Дисциплина обслуживания сообщений на каждой АС – с сокращением k (decrementing k). Данная дисциплина предусматривает, что маркер уходит с АС после обслуживания r сообщений, где $r=\min(\xi,k),\xi$ – число сообщений в буфере в момент поступления маркера на АС. При поступлении маркера на произвольную АС случайным образом подключается дисциплина обслуживания с сокращением k с вероятностью $g_k, 1\le k\le m.$ Данная дисциплина обобщает ординарную и вентильную дисциплины обслуживания при $k=1$ и $k=m$ соответственно.

Всего в сети имеется конечное число N АС. Поступающие на i-ю станцию сообщения образуют простейший поток интенсивности $\lambda_i, 1\le i\le N.$ Обозначим через a время приема сообщения на АС-адресате, $\Delta=N\delta+a$ – время передачи сообщения по кольцу. Если с АС передаются l сообщений, то время передачи маркера на следующую АС – $\delta+l\Delta,\ l\le k.$

Будем считать, что с момента прихода маркера на АС и до окончания обслуживания (до момента ухода маркера) происходит блокировка буфера станции, с которой передаются сообщения (там находится маркер). Кроме того, $\sum_{k=1}^{m} g_k=1.$ При поступлении сообщения на АС, буфер которой полностью занят, или на АС, где уже находится маркер, происходит его потеря.

Стационарные вероятности и вероятностно-временные характеристики. Каждая АС может находиться в одном из $(m+1)$-го состояния в зависимости от того, сколько сообщений находится в буфере станции. Будем рассматривать поведение КЛВС в моменты поступления маркера на АС.

Под состоянием КЛВС будем понимать состояния всех АС в момент поступления маркера на каждую АС, то есть $(\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_N),$ где $\alpha_i\in\{0,1,...,m\}.$ Матрицы вероятностей переходов обозначим через $A_{i,i+1}$, где i – номер АС, на которой находится маркер, $i+1$– номер АС, на которую переходит маркер. Эти матрицы размерности $((m+1)^N\cdot(m+1)^N)$, состоящие из вероятностей переходов, ненулевые элементы которых вычисляются по формуле:

$$a(i,j;i+1,j^{'})=\sum_{k=1}^{m} g_k\, p^{(i)}_{\alpha_i^{'}-\alpha_i+\xi_i}(\delta) I_{\{\alpha_i-\alpha_i^{'}\le k\}} \prod_{c=1,c\ne i}^{N} I_{\{\alpha_c<\alpha_c^{'}\}}\, p^{(c)}_{\alpha_c^{'}-\alpha_c}(k\Delta+\delta),$$

$$где\, \xi_i=\min(\alpha_i,k),\ p_r^{(i)}(t)=\frac{(\lambda_i t)^r}{r!}e^{-\lambda_i t},\ p_m^{(i)}(t)=1-\sum_{r=0}^{m-1} p_r^{(i)}(t), i\in\{1,2,...,N\},$$

$$j=(\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_N),\ j^{'}=(\alpha_1^{'},\alpha_2^{'},...,\alpha_N^{'}).$$

Через $P(i)$ обозначим вектор-строку стационарных вероятностей состояний i-го периодического класса, где i – номер станции, на которой находится маркер, $1\le i\le N.$

Процедура определения стационарных вероятностей состояний рассматриваемой КЛВС является универсальной и имеет вид:

$$P(j)=P(1)\prod_{i=1}^{j-1} A_{i,i+1},$$

$$P(1)(I-\prod_{i=1}^{N} A_{i,i+1})=0,$$

$$P(1)(I+\sum_{k=1}^{N-1}\prod_{i=1}^{k} A_{i,i+1})\Uparrow=1,$$

где $2\le j\le N,\Uparrow$ – единичный вектор-столбец размера $(m+1)^N, I$ – единичная $((m+1)^N\times((m+1)^N)$ матрица.

Состояния КЛВС можно закодировать парами чисел (i,j), где $1\le i\le N, 0\le j\le(m+1)^N-1.$ Здесь i определяет класс состояний, то есть равно номеру АС, на которую поступает маркер. Коэффициенты $\alpha_i, 1\le i\le N$ состояния $j=(\alpha_1,...,\alpha_N)$ получается из разложения j по модулю $m+1$ для $i=1$ следующим образом: $j=\sum_{r=1}^{N}\alpha_r(m+1)^{r-1}.$ Состояния оставшихся $N-1$ классов определяются по следующему алгоритму: состояние $(i+1, j')$ получается из (i, j) при помощи циклического сдвига всех коэффициентов $\alpha_i, 1 \le i \le N,$ на одну позицию вправо, причем α_N становится на место α_1.

Основными характеристиками, определяющими эффективность функционирования рассматриваемой КЛВС, являются следующие:

1. Вероятность того, что все АС свободны

$$P_0 = \sum_{i=1}^{N} P(i,0).$$

2. Вероятность того, что все АС заняты

$$PZ = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=0}^{(m+1)^{N-1}} P(i, j) \prod_{r=1}^{N} I_{\{\alpha_r \neq 0\}}.$$

3. Среднее число занятых АС

$$LZ = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=0}^{(m+1)^{N}-1} P(i, j) \sum_{r=1}^{N} I_{\{\alpha_r \neq 0\}}.$$

4. Среднее число свободных АС

$$LE = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=0}^{(m+1)^{N}-1} P(i, j) \sum_{r=1}^{N} I_{\{\alpha_r = 0\}}.$$

5. Средняя длина очереди на АС в КЛВС

$$LQ = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=0}^{(m+1)^{N}-1} P(i, j) \sum_{r=1}^{N} \alpha_r.$$

6. Средняя продолжительность обслуживания сообщений на АС в КЛВС за время обращения маркера

$$TM = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=0}^{(m+1)^{N}-1} P(i, j) \sum_{k=1}^{m} g_k (k I_{\{\alpha_i \ge k\}} + \alpha_i I_{\{\alpha_i < k\}}) \Delta.$$

7. Среднее время обращения маркера по кольцу

$$TL = N\delta + TM.$$

8. Среднее число сообщений, поступивших за время обслуживания сообщений на АС КЛВС

$$MS = \lambda \times TM.$$

9. Среднее число сообщений, обслуженных на АС

$$MSS = \frac{TM}{\Delta}.$$

10. Среднее число сообщений, оставшихся в буферах АС после обслуживания

$$MNM = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=0}^{(m+1)^{N}-1} P(i, j) \sum_{k=1}^{m} g_k (\alpha_i - k) I_{\{\alpha_i > k\}}.$$

11. Среднее число свободных мест в буфере АС после обслуживания

$$MNF = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=0}^{(m+1)^{N}-1} P(i, j) \sum_{k=1}^{m} g_k ((m - \alpha_i + k) I_{\{\alpha_i \ge k\}} + (m - \alpha_i) I_{\{\alpha_i < k\}}).$$

12. Среднее число сообщений, поступивших в КЛВС за время обращения маркера

$$MNA = \lambda \times TL.$$

13. Среднее число потерянных за время обращения маркера сообщений

$$MLS = MNA - MNF.$$

14. Вероятность потери сообщения

$$PL = \frac{MLS}{MNA}.$$

Заключение. В результате проведенных исследований разработана математическая модель несимметричной кольцевой локальной сети с протоколом маркерного доступа, на каждой станции которой имеется буфер конечной емкости. Обслуживание сообщений происходит по одной из дисциплин с сокращением k , которые подключаются к очереди случайным образом в зависимости от параметра k. Предложенная модель основана на описании процесса функционирования несимметричной маркерной кольцевой ЛВС при помощи циклических марковских процессов. Показано, что стационарные вероятности состояний рассматриваемой сети определяются из систем векторно-матричных уравнений, размерность которых зависит от емкости буферов на АС и параметра k дисциплины обслуживания сообщений. На основе анализа периодов занятости получены формулы для вычисления основных характеристик функционирования сети. Локальные сети такого типа очень широко используются в настоящее время и проблемы их оптимизации, эффективности работы являются актуальными.

Литература

1. Takagi, H. Analysis of Polling Systems / H. Takagi. – Cambridge, M.A. : MIT Press, 1986. – 198 p.
2. Бакс, В. Кольцевые локальные сети с маркерным доступом и их производительность / В. Бакс // ТИИЭР. – 1989. – № 2. – С. 121–142.
3. ANSI/IEEE 802.5 Standard-1985. Token-passing Ring Access Method and Physical Layer Specification // IEEE Press. – 1985. – 89 p.
4. Бураковский, В.В. Локальные вычислительные сети : курс лекций / В.В. Бураковский, В.О. Родченко. – Гомель : УО «ГГУ им. Ф.Скорины», 2008. – 78 с.
5. Бураковский, В.В. Маркерная кольцевая локальная сеть с конечными буферами и ординарным обслуживанием сообщений / В.В. Бураковский // Сборник научных трудов. – 1998. – Вып. 1. Аэрокосмическое приборостроение России. Сер. 2. Авионика. – С. 63–67.
6. Бураковский, В.В. Имитационная модель КЛВС с бесконечными буферами и вентильным обслуживанием / В.В. Бураковский // Materiály IX mezinárodní vědecko-praktická conference «Efektivní nástroje moderních věd – 2013». – Praha, 27 dubna – 05 květn 2013 roku. – Díl 40: Matematika. – Praha : Publishing House «Education and Science» s.r.o., 2013. – P. 19–22.
7. Бураковский, В.В. Кольцевая локальная сеть с протоколом маркерного доступа / В.В. Бураковский, Г.А. Медведев // Техника средств связи. Сер. Системы связи. – 1990. – Вып. 7. – С. 9–16.
8. Бураковский, В.В. Симметричная маркерная кольцевая локальная сеть со случайным выбором дисциплины обслуживания / В.В. Бураковский // Проблемы физики, математики и техники. – 2016. – № 2 (27). – С. 39–41.

Гомельский государственный
университет им. Ф. Скорины

Поступила в редакцию 01.04.2017