Подсекция 3. «Алгебра и геометрия»

ОБОБЩЕННЫЕ НОРМАЛИЗАТОРЫ ПОДГРУПП КОНЕЧНЫХ ГРУПП

А.В. Акулич

(ГГУ им.Ф.Скорины, Гомель)

Все рассматриваемые нами группы являются конечными. Если H – подгруппа, а P – силовская p-подгруппа группы G, то говорят, что P редуцируется в H, если $H \cap P$ является силовской p-подгруппой в H. Очевидно, что если $p \notin \pi(H)$, то любая силовская p-подгруппа из G редуцируется в H.

Пусть H – подгруппа группа G и P – силовская p-подгруппа группы G, которая редуцируется в H. Тогда $N_G^r(H,p)$-нормализатором подгруппы H в группе G назовем $N_G^r(H,p) = \langle x \in G \mid P^x$ редуцируется в $H\rangle$.

Можно показать, что $N_G^r(H,p)$ не зависит от выбора силовской подгруппы P.

Определение. Пусть H – подгруппа группы G. Редуктивным нормализатором (кратко, r-нормализатором) подгруппы H в группе G, будем называть $\bigcap_{p \in P} N_G^r(H,p)$ и обозначать через $N_G^r(H)$.

Нетрудно видеть, что $N_G(H) \le N_G^r(H)$. С другой стороны, пусть $D = \langle x,y \mid x^4=y^2=1,\ x^y=x^{-1} \rangle$ – группа диэдра порядка 8. Существует точное неприводимое представление D над полем из трех элементов F_3. Пусть V – векторное пространство размерности 2 над F_3, на котором D действует по закону

$$x \to \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},\quad y \to \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Рассмотрим полупрямое произведение G=[V]D. Проводя необходимые вычисления, нетрудно показать, что для подгруппы K=<y> выполняется $N_G(K) \neq N_G^r(K)$.

Теорема. Пусть G – группа, H – ее подгруппа и N – нормальная подгруппа в G. Тогда $N_{G/N}^r(HN/N) = N_G^r(H)N/N$.

Замечание. Установлено, что в классе конечных разрешимых групп понятие r-нормализатора совпадает с известным понятием редуктора $R_G(H)$ (см. [1]).

ЛИТЕРАТУРА

1. Graddon C. J. F-reducers in finite soluble groups // J.Algebra. 1971. V.18. P. 574-587.

О КОНЕЧНЫХ ГРУППАХ С ЗАДАННЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ НА МАКСИМАЛЬНЫЕ ПОДГРУППЫ СИЛОВСКИХ ПОДГРУПП

Аль-Шейхахмад Ахмад
(БелГУТ, Гомель)

Последние годы в исследованиях многих авторов предпринимались попытки изучения структуры конечной группы в зависимости от условий, накладываемых на максимальные подгруппы их силовских подгрупп. В работе [1] Сринивазан установил сверхразрешимость произвольной конечной группы, у которой все такие подгруппы нормальны. В работе [2] Ванг доказал, развивая этот результат, что заключение в теореме Сринивазан не меняется, если в ней условие нормальности заменить на более слабое условие c-нормальности (напомним, что подгруппа H группы G c-нормальна в G [2], если G имеет такую нормальную подгруппу T, что $G = HT$ и $T \cap H \subseteq H_G = \bigcap_{x \in G} H^x$. В работе [3] была доказана сверхразрешимость конечной группы G при условии, что все максимальные подгруппы всех силовских подгрупп из G дополняемы в G (см. также [4]). В работе [5] было доказано, что конечная группа G сверхразрешима тогда и только тогда, когда каждая неинвариантная в G максимальная подгруппа каждой силовской подгруппы из G обладает сверхразрешимым добавлением в G.

Нами найдены следующие новые результаты в этом направлении.

Теорема 1. *Конечная группа G дисперсивна тогда и только тогда, когда все максимальные подгруппы всех силовских подгрупп из G, не являющиеся c-нормальными в G, обладают дисперсивными добавлениями в G.*

Теорема 2. *Конечная группа G сверхразрешима тогда и только тогда, когда все максимальные подгруппы всех силовских подгрупп из G, не являющиеся c-нормальными в G, обладают сверхразрешимыми добавлениями в G.*

ЛИТЕРАТУРА

1. S.Srinivasah, Two sufficient conditions for supersolubility of finite groups, Israel J. Math, **35** (1990), 210-214.