Материалы VII Республиканской научной конференции студентов и аспирантов "Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях", Гомель 22-24 марта 2004 г.

ПОСТРОЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОГРАММНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

А.П. Одрибец, С.А.Дегтярёв

(ГГУ им.Ф.Скорины, Гомель)

Математическая модель маятника с приложенным к его оси подвеса управляющим моментом u имеет вид

$$\ddot{x} + \sin x = u, \qquad (1)$$

где x – угол отклонения маятника от нижнего положения равновесия, $\ddot{x}$ – угловое ускорение, $t \ge 0$ – время. Состояниями равновесия системы (1) при $u = u(t) \equiv 0$, $t \ge 0$, на фазовой плоскости $(x, \dot{x})$ являются точки

$$(x = \pm 2k\pi, \dot{x} = 0),\ k = 0,1,\ldots; \qquad (2)$$

$$(x = \pm(2k+1)\pi, \dot{x} = 0),\ k = 0,1,\ldots; \qquad (3)$$

из которых (2) – устойчивые, (3) – неустойчивые состояния равновесия маятника. В линейной теории при малых начальных отклонениях ($|x(0)| + |\dot{x}(0)|$, $|x(0) - \pi| + |\dot{x}(0)|$) маятника около устойчивого нижнего состояния равновесия $(0,0)$ используется линейное уравнение $\ddot{x} + x = 0$, а для неустойчивого верхнего состояния $(\pi,0)$ – уравнение $\ddot{x} - x = 0$.

Выберем параметры метода L>0, θ>0 и класс дискретных доступных управлений $u(t) \equiv u(k), t \in [\tau_k, \tau_{k+1}[$, k = 0, 1, 2,..., τ_0 =0. Кусочно-постоянную функцию $u(t), t \in T = [0, \theta]$, и соответствующую ей траекторию $x(t), t \in T$, системы $\dot{x} = Ax + bu$, $x(0) = x_0$, назовем допустимым управлением и допустимой траекторией, если $|u(t)| \le L, t \in T$, и в конечный момент выполняется равенство $x(\theta) = g$. Качество допустимых управлений будем оценивать по значениям функционала

$$J(u) = \int_0^\theta |u(t)|\, dt. \qquad (4)$$

Допустимое управление $u^0(t), t \in T$, и траекторию $x^0(t), t \in T$, назовем оптимальными, если на них критерий качества (4) достигает минимального значения $J(u^0) = \min_u J(u)$.

Таким образом, для построения оптимального программного управдения была использована следующая задачи:

$$\int_0^{\theta}|u(t)|dt \to \min, \dot{x} = Ax + bu, \quad x(0) = x_0, \quad x(\theta) = g, \quad |u(t)| \le L.$$

Построено оптимальное программное управления для перевода математического маятника в верхнее и нижнее положения равновесия при малых начальных отклонениях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. Габасов, Ф.М. Кириллова, Е.А. Ружицкая Демпфирование и стабилизация маятника при больших начальных возмущениях // Известия АН. Теория и системы управления, 2001, №1. С. 29-38.

ЛИНЕЙНАЯ ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ПОДВИЖНЫМ КРАЕВЫМ УСЛОВИЕМ

Л.В. Рабкова, Г.Л. Карасёва
(ГГУ им. Ф.Скорины, Гомель)

Рассмотрим линейную задачу оптимального управления:

$$J(u) = c'x(t^*) \to \max,$$
$$x(t+1) = Ax(t) + bu(t), \ x(0) = x_0, \tag{1}$$
$$g_* \le Hx(t^*) \le g^*,$$
$$f_*(t) \le u(t) \le f^*(t), \ \ t \in T = \{0,1,\dots,t^*0-1\}$$

Здесь $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R$, $t \in T$; $A \in R^{nxn}$; $H \in R^{mxn}$, $rankH = m$; c, b, g_*, g^* – заданные векторы соответствующих размеров, $f_*(t)$, $f^*(t)$, $t \in T$ – заданные функции.

Понятия допустимого, оптимального, субоптимального управлений и соответствующих им траекторий вводятся стандартно.

Задача (1) эквивалентна задаче

$$\sum_{t \in T} c(t)u(t) \to \max,$$
$$\bar{g}_* \le \sum h(t)u(t) \le \bar{g}^*, \tag{2}$$

$$f_*(t) \le u(t) \le f^*(t), \ t \in T,$$

где $c(t) = c'F(t^*,t)b$, $h(t) = HF(t^*,t)b$, $\bar{g}_* = g_* - HF(t^*,-1)x_0$, $\bar{g}^* = g^* - HF(t^*,-1)x_0$, $\bar{g}^* = g^* - HF(t^*,-1)x_0$, $F(t^*,t)$ - фундаментальная матрица решений системы $x(t+1) = Ax(t)$.