АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ В МАТЕМАТИКЕ

Алгебра и геометрия

С. В. Балычев, А. Ф. Васильев
(*ГГУ имени Ф. Скорины, Гомель*)

О КОНЕЧНЫХ ГРУППАХ С ЗАДАННОЙ МУЛЬТИФАКТОРИЗАЦИЕЙ

Рассматриваются только конечные группы. Напомним, что группа G называется произведением своих попарно перестановочных подгрупп $A_1, A_2, \ldots , A_n$, если $G = A_1A_2 \cdots A_n$ и $A_iA_j = A_jA_i$ для всех целых i и j с $1 \leq i, j \leq n$. Из определения следует, что для любого набора индексов $1\leq i_1\leq \ldots \leq i_k \leq n$ произведение $A_{i_1}A_{i_2} \cdots A_{ik}$ будет подгруппой группы G.

Определение 1 [1]. Подгруппа H группы G называется **P**-субнормальной в G, если либо $H = G$, либо существует цепь подгрупп

$$H = H_0 \subset H_1 \subset \ldots \subset H_{n-1} \subset H_n = G$$

такая, что $|H_{i+1} : H_i|$ – простое число для любого $i = 0, 1, \ldots , n$-1.

Определение 2 [1]. Группа G называется w-сверхразрешимой, если любая силовская подгруппа группы G является **P**-субнормальной в G.

Теорема. *Пусть группа $G = A_1A_2 \cdots A_n$ представима в произведение своих попарно перестановочных подгрупп $A_1, A_2, \ldots , A_n$ Если для каждой пары $i, j \in \{1, 2, ... , n\}$ такой, что $i \neq j$ подгруппа A_iA_j* w-*сверхразрешима и индексы $|A_iA_j:Aj|$, $|A_iA_j:A_j|$ взаимно просты, то группа также* w-*сверхразрешима.*

Следствие 1. *Пусть группа $G = A_1A_2 \cdots A_n$ представима в произведение свои попарно перестановочных подгрупп $A_1, A_2, \ldots , A_n$ Если для каждой пары $i, j \in \{1, 2, . . . , n\}$, такой, что $i \neq j$ подгруппа A_iA_j сверхразрешима и индексы $|A_iA_j:A_i|$, $|A_iA_j: A_j|$ взаимно просты, то группа G также* w-*сверхразрешима.*

Следствие 2 [2]. *Если группа G имеет три сверхразрешимые подгруппы, индексы которых в G попарно взаимно просты, то G* w-*сверхразрешима.*

Литература

1 Васильев, А. Ф. О конечных группах сверхразрешимого типа / А. Ф. Васильев, Т. И. Васильева, В. Н. Тютянов // Сиб. мат. журн. – 2010. – Т. 51, № 6. – С. 1270–1281.

2 Васильев, А. Ф. Конечные группы с тремя заданными подгруппами / А. Ф. Васильев, Т. И. Васильева, К. Л. Парфенков // Сиб. мат. журн. – 2018. – Т. 59, № 1. – С. 65–77.

С. В. Балычев, В. И. Мурашко
(*ГГУ имени Ф. Скорины, Гомель*)

О W-СВЕРХРАЗРЕШИМОСТИ КОНЕЧНОЙ ГРУППЫ

Рассматриваются только конечные группы.

Напомним [1], подгруппа H группы G называется $\mathbb{P}$-субнормальной в G, если либо $H = G$, либо существует цепь подгрупп $H = H_0 < H_1 < \cdots < H_{n-1} < H_n = G$ такая, что $|H_i : H_{i-1}|$ – простое число для любого $i = 1, \ldots, n$.

Напомним также [1], что группа G называется w-сверхразрешимой, если в ней любая силовская подгруппа $\mathbb{P}$-субнормальна. Класс всех w-сверхразрешимых групп обозначается через $w\mathfrak{U}$ и является наследственной насыщенной формацией, состоящей из разрешимых групп.

В работе [2] доказано, что если группа имеет три w-сверхразрешимые подгруппы попарно взаимнопростых индексов, то она w-сверхразрешима.

Напомним, что через $Z_{\mathfrak{F}}(G)$ обозначается -гиперцентр группы G. Нами доказана

Теорема. *Группа G w-сверхразрешима, если она содержит три подгруппы A_1, A_2, A_3 попарно взаимно простых индексов такие, что*

$$A_i \cap A_j \leq Z_{w\mathfrak{U}}(A_i) \cap Z_{w\mathfrak{U}}(A_j) \quad \text{для } 1 \leq i < j \leq 3.$$

Работа выполнена в рамках проекта Ф23РНФМ-63 (БРФФИ-РНФ М).