УДК 378.147:517.912
Н. А. Старовойтова
г. Гомель, ГГУ имени Ф. Скорины

ПРЕЕМСТВЕННОСТЬ В ОБУЧЕНИИ ЧЕРЕЗ РАЗЛИЧНЫЕ СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ

Основной задачей как средней, так и высшей современной школы является создание необходимых условий для самореализации личности, чтобы каждый обучающийся мог реализовать свой потенциал, свои интересы и способности. Поддержание интереса к математике у большинства учащихся во многом зависит от создания необходимых условий для активной и увлечённой работы на занятиях.

Изучение уравнений в курсе средней школы занимает ведущее место не только по объёму, длительному временному промежутку, содержанию, но и по способам решений. Они используются в процессе решения огромного числа задач как теоретического, так и прикладного характера. Однако опыт работы в группах довузовской подготовки, изучающих математику на подготовительных курсах в университете, показывает, что многие учащиеся слабо владеют способами решений уравнений, неуверенно применяют, а то и просто не знают алгоритмов приведения уравнений к более простому виду.

Невозможно научить учащихся решению всех уравнений, которые могут им встретиться. Но можно научить подходам к решению задач, которые связаны с необходимостью владения общими правилами и приёмами. Овладение общими подходами к изучению теории и различным способам решения задач, в частности, уравнений, является неотъемлемым условием раскрытия творческого потенциала в любой деятельности обучающегося. Важно процесс обучения строить таким образом, чтобы каждая новая тема органично сочеталась с предыдущими. Причём при изучении новой темы значимо достигать формирования множественных связей с предыдущими темами посредством преемственности, которая предполагает последовательность, систематичность, взаимосвязанность и согласованность как в содержании, так и методах и формах обучения. Огромный потенциал для осуществления преемственности в обучении заложен в тех уравнениях, которые допускают два и более способа решений. Нами отобраны серии уравнений по различным темам алгебры, которые допускают несколько методов решений. Решение уравнений различными способами способствует не только перманентной систематизации, повторению, но и развитию гибкости и логики мышления, исследовательских навыков учащихся. Особенно на завершающем этапе изучения методов решений тех или иных уравнений целесообразно рассматривать функциональный подход к решению уравнений, который предполагает использование свойств функций (монотонность, чётность, область определения, ограниченность) и графиков функций, входящих в уравнение.

Продемонстрируем это на примере из темы «Решение показательных уравнений».

Так, интересно рассмотреть решение следующего показательного уравнения:

$$2^x - 3^{\frac{x}{2}} = 1 \text{ или } 1 + 3^{\frac{x}{2}} = 2^x.$$

Разделив обе части последнего уравнения на 2^x, получим

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x = 1 \text{ или } \left(\sin\frac{\pi}{6}\right)^x + \left(\cos\frac{\pi}{6}\right)^x = 1.$$

Сравнивая последнее полученное уравнение с основным тригонометрическим тождеством, заключаем, что число $x = 2$ является единственным корнем уравнения, так как в левой части уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x = 1$ стоит сумма двух убывающих функций. При решении уравнения данным методом необходимо помнить и использовать свойства показательной функции и формулы тригонометрии.

Заметим, что изучение уравнений на протяжении всего курса школьной математики должно быть организовано так, чтобы создавалась возможность регулярного повторения ранее изученного материала. Причём речь идёт не о простом повторении, а повторении, позволяющем осуществлять новый взгляд на уже изученный материал, чтобы ранее полученные знания рассматривались с новых позиций и служили углублением и расширением теоретических знаний.

В методическом плане на заключительном этапе изучения одним из средств осуществления преемственности обучения является использование специальным образом подобранных серий (наборов) устных задач, как правило, не однотипных, где предполагается, что учащиеся должны, не решая уравнения, указать тип уравнения и перечислить возможные способы его решения. Такие наборы позволяют за короткое время систематизировать материал, оценить объективные знания учащихся с точки зрения всех изученных тем, осуществлять актуализацию знаний.

Прикладная направленность уравнений раскрывается при решении текстовых задач, так как задачи на составление уравнений – основной тип задач школьной программы. При составлении математической модели текстовой задачи необходимо акцентировать внимание на том, сколькими алгебраическими способами можно решить задачу. Обсудить различные отношения между данными и искомыми задачи, а значит составить и решить различные алгебраические уравнения. Это способствует не только развитию логического мышления, но и последовательности рассуждений, их доказательности.

Заметим, что, реализуя принцип преемственности через решение уравнений, изучение каждой темы необходимо осуществлять не только с опорой на пройденный материал, но и с ориентировкой на новые, более широкие знания.

В этом плане показателен пример использования дифференциальных уравнений (их нет в школьной программе) при изучении темы «Производная» в десятом классе.

Одним из вариантов предлагаемой задачи может служить следующая задача.

Покажите, что функция $y = \frac{x^2 - 9}{6}$ является решением уравнения $xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Помимо умения проводить необходимые преобразования, использовать знание формул сокращённого умножения, такая задача позволяет расширить понятие об уравнениях, обеспечивая тем самым преемственность между школьным и вузовским курсом математики.

Решение уравнений различными способами обогащает содержательную сторону учебного процесса, способствует развитию исследовательских навыков, осознанности в овладении учащимися математическими компетенциями, необходимыми как для изучения математики и других предметов, так и для дальнейшего успешного обучения в вузе и самообразования.