уравнения регрессии вида

$$\tilde{y} = F(x) = \alpha_0 \cdot x_1^{\alpha_1} \cdot x_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot x_n^{\alpha_n}, \tag{1}$$

в результате решения задачи минимизации функции ошибок $Err(y, \tilde{y})$:

1) находятся α^0_i из уравнения регрессии $\tilde{y} = x_i^{\alpha_i^0}$, при этом остаются в рассмотрении лишь те k признаков, для которых α^0_i достаточно велико и совпадает по знаку с соответствующим коэффициентом парной корреляции.

2) по значениям (α^0_i) строятся ранги (r^0_i), $i=1 \div k$, отражающие упорядоченность признаков по степени влияния на целевое свойство.

3) задаются нижний $\alpha^н_0$ и верхний пороги $\alpha^в_0$ для α_0.

4) последовательно проходят $t=1 \div t_{max}$ итераций: в рамках алгоритма глобальной оптимизации находится текущий шаг (s_i), $i=0 \div k$ изменения параметров α_i в квазиоптимальном направлении; строятся ранги (r_i), $i=1 \div k$ по значениям ($\alpha^t_i + s_i$); если значение α_0 выйдет за пределы $\alpha^н_0$ и $\alpha^в_0$, то s_0 уменьшается вдвое; сравниваются ранги r_i и r^0_i: если отклонение по ним превышает заданный порог, то s_i уменьшается вдвое; при достижении некоторым s_i заданного порога малости он обнуляется; начиная с заданной итерации, проверяем условие вида:

$$Err^t \cdot \sum_{i=1}^{k} \left| \frac{\Delta\alpha_i^t}{\alpha_i^{t-1}} \right| \geq \varepsilon \cdot Err^{t-1} \cdot \sum_{i=1}^{k} \left| \frac{\Delta\alpha_i^{t-1}}{\alpha_i^{t-2}} \right|,$$

где Err^t – ошибка модели на t-ой итерации, $\varepsilon > 1$, при его выполнении сохраняем состояние $t-1$, как локальный квазиоптимум; после выполнения условий сходимости используемого метода, выбираем лучший результат среди сохраненных локальных квазиоптимумов и результата последней итерации.

Описанный выше алгоритм можно применить и для построения уравнения регрессии более общего вида:

$$\tilde{y} = F(x) = \alpha_0 \cdot x_1^{\alpha_0^1 + \alpha_1^1 \cdot z_1^1 + \ldots + \alpha_{k_1}^1 \cdot z_{k_1}^1} \cdot x_2^{\alpha_0^2 + \alpha_1^2 \cdot z_1^2 + \ldots + \alpha_{k_2}^2 \cdot z_{k_2}^2} \cdot \ldots \cdot x_n^{\alpha_0^n + \alpha_1^n \cdot z_1^n + \ldots + \alpha_{k_n}^n \cdot z_{k_n}^n}. \tag{2}$$

Для этого преобразуем (2) к (1) следующим образом:

$$\tilde{y} = \alpha_0 \cdot x_1^{\alpha_0^1} \cdot \left(x_1^{\beta_1^1 \cdot z_1^1 + \ldots + \beta_{k_1}^1 \cdot z_{k_1}^1}\right)^{\gamma_1} \cdot x_2^{\alpha_0^2} \cdot \left(x_2^{\beta_1^2 \cdot z_1^2 + \ldots + \beta_{k_2}^2 \cdot z_{k_2}^2}\right)^{\gamma_2} \cdot \ldots \cdot x_n^{\alpha_0^n} \cdot \left(x_n^{\beta_1^n \cdot z_1^n + \ldots + \beta_{k_n}^n \cdot z_{k_n}^n}\right)^{\gamma_n},$$

где β^i_j фиксируются после построения системы регрессионных уравнений вида:

$$\tilde{y} = x_i^{\beta_1^i \cdot z_1^i + \ldots + \beta_{k_i}^i \cdot z_{k_i}^i} = \left(x_i^{z_1^i}\right)^{\beta_1^i} \cdot \left(x_i^{z_2^i}\right)^{\beta_2^i} \cdot \ldots \cdot \left(x_i^{z_{k_i}^i}\right)^{\beta_{k_i}^i}, \text{ где } i=1 \div n.$$

В. А. Васильев *(УО «ГГУ им. Ф. Скорины»)*
Науч. рук. ***А. Н. Скиба****,*
д.ф.-м.н., профессор

О m-ДОБАВЛЯЕМЫХ МАКСИМАЛЬНЫХ ПОДГРУППАХ СИЛОВСКИХ ПОДГРУПП КОНЕЧНЫХ ГРУПП

Все рассматриваемые в данной работе группы конечны. Напомним, подгруппа M группы G называется модулярной подгруппой в G, если выполняются следующие условия:

(1) $\langle X, M \cap Z \rangle = \langle X, M \rangle \cap Z$ для всех $X \leq G, Z \leq G$ таких, что $X \leq Z$;

(2) $\langle M, Y \cap Z \rangle = \langle M, Y \rangle \cap Z$ для всех $Y \leq G, Z \leq G$ таких, что $M \leq Z$.

Отметим, что модулярная подгруппа является модулярным элементом (в смысле Куроша, [1, гл. 2]) решетки всех подгрупп группы. Понятие модулярной подгруппы впервые анализировалось в работе Р. Шмидта [2] и оказалось полезным в вопросах классификации составных групп. В частности, в монографии Р. Шмидта [1] модулярные подгруппы были использованы для получения новых характеризаций различных классов групп. Подгруппа, порожденная двумя модулярными подгруппами, сама является модулярной (см. раздел 5.1, [1]). Таким образом, каждая подгруппа H группы G обладает наибольшей содержащейся в ней модулярной подгруппой H_{mG} группы G. Будем называть подгруппу H_{mG} модулярным ядром подгруппы H. Базируясь на понятии модулярного ядра, введем следующее обобщение понятия модулярной подгруппы.

Определение. *Подгруппу H группы G назовем m-добавляемой в G, если в G существует такая подгруппа K, что $G = HK$ и $H \cap K \leq H_{mG}$.*

Легко видеть, что всякая модулярная подгруппа является m-добавляемой и, в то же время, существуют группы, в которых класс m-добавляемых подгрупп шире, чем класс всех её модулярных подгрупп.

Теорема. *Пусть E – нормальная подгруппа группы G. Если максимальные подгруппы каждой силовской подгруппы из E являются m-добавляемыми в G, то каждый главный фактор группы G ниже E является циклическим.*

ЛИТЕРАТУРА

1 Schmidt, R. Modulare Untergruppen endlicher Gruppen / R. Schmidt // J. Ill. Math. – 1969. – Vol. 13. – P. 358–377.

2 Schmidt, R. Subgroup Lattices of Groups / R. Schmidt. – Berlin, New York : Walter de Gruyter, 1994. – 572 p.

***В. Ф. Велесницкий** (УО «ГГУ им. Ф. Скорины»)*
Научн. рук. ***В. Н. Семенчук,***
д.ф.-м.н., профессор

О КОНЕЧНЫХ ГРУППАХ, ФАКТОРИЗУЕМЫХ ОБОБЩЕННО СУБНОРМАЛЬНЫМИ ПОДГРУППАМИ ВЗАИМНО ПРОСТЫХ ИНДЕКСОВ

В настоящем сообщении в классе конечных разрешимых групп приводится описание непустых наследственных формаций $\mathfrak{F}$, замкнутых относительно произведения обобщенно субнормальных $\mathfrak{F}$-подгрупп взаимно простых индексов.

Обозначим через $\pi(G)$ – множество простых делителей порядка группы G, а через $\pi(\mathfrak{F})$ – множество всех простых чисел p, для которых в $\mathfrak{F}$ имеется неединичная p-группа.

Теорема. Пусть $\mathfrak{F}$ – непустая наследственная формация, тогда следующие утверждения эквивалентны:

1) формация $\mathfrak{F}$ содержит любую разрешимую группу $G = AB$, где A и B – $\mathfrak{F}$-субнормальные $\mathfrak{F}$-подгруппы и индексы $|G:A|$, $|G:B|$ взаимно просты;

2) любая разрешимая минимальная не $\mathfrak{F}$-группа G одного из следующих типов:

а) G – группа простого порядка q, где $q \notin \pi(\mathfrak{F})$;

б) G – бипримарная p-замкнутая группа ($p \in \pi(G)$), $G_p = G^{\mathfrak{F}}$ и $\pi(G) \subseteq \pi(\mathfrak{F})$;

в) $\mathfrak{F}$ – p-группа, где $p \in \pi(\mathfrak{F})$.

Следствие. Бипримарная группа G сверхразрешима тогда и только тогда, когда любая её силовская подгруппа H обладает максимальной цепью $H = H_0 \subset H_1 \subset \ldots \subset H_{n-1} \subset H_n = G$ такой, что $|H_i : H_{i-1}|$ – простые числа для любого $i = 1, 2, \ldots, n$.