

Л. К. ЗАРЕМБО, В. А. КРАСИЛЬНИКОВ, ТХАЙ ТХАНЬ ЛОНГ
НЕЛИНЕЙНЫЕ ЯВЛЕНИЯ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ
КАПИЛЛЯРНЫХ ВОЛН КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 13 XI 1969)

Первые теоретические работы о капиллярных волнах конечной амплитуды были опубликованы еще в начале этого столетия (1). В дальнейшем был выполнен ряд теоретических работ (2-4), где были найдены уточненные дисперсионные соотношения (3, 4), а также получена точная форма профиля плоской стационарной волны (4). На рис. 1 показаны формы профиля волны в пространстве (ось x направлена вдоль поверхности) при различных a/λ (4); a — амплитуда волны, λ — ее длина; уровень невозмущенной поверхности для каждого из a/λ различен и может быть определен из условия постоянства массы жидкости.

Насколько нам известно, экспериментальное исследование капиллярных или капиллярно-гравитационных волн конечной амплитуды не проводилось. Такое исследование представляет интерес по ряду причин. Капиллярные

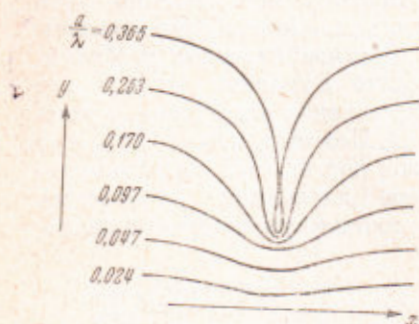


Рис. 1

волны позволяют моделировать распространение нелинейных волн в диспергирующих средах; последние играют большую роль в нелинейной оптике и электродинамике. Результаты изучения нелинейных явлений могут найти применение в капиллярной гидродинамике. Наконец, нелинейное взаимодействие волн на поверхности, приводящее к появлению капиллярных волн, которые являются интенсивными стоками энергии, возможно, позволит объяснить некоторые закономерности динамики волнения.

В этой работе в наиболее простых условиях бегущей капиллярной волны, близкой к плоской, исследовалась генерация высших гармоник и форма колебаний в волне. Измерения проводились в технической воде при глубине $\sim 10\lambda$. Блок-схема экспериментальной установки показана на рис. 2. Поверхностные волны возбуждались в кювете K размером $32 \times 25 \times 5,5$ см при колебаниях бойка B . Легкий алюминиевый боек имел сечение в виде призмы, вершина которой касалась поверхности воды на длине 3,5 см (изменение сечения на полукруглое не приводило к существенному изменению экспериментальных результатов). На этой длине укладывалось 7 и более длин капиллярных волн. Боек был прикреплен к диффузору звукового динамика D , возбуждаемого звуковым генератором $ЭГ$. Одной из трудных задач было преобразование поверхностной волны в электрический сигнал. Для этой цели был применен поляризованный электрод. В воду была погружена медная пластинка $Пл$, поверхности воды касалась тонкая проволочка $П$ (чаще всего железная; платиновые и медные проволочки не оказались лучшими в отношении загрязнения продуктами электролиза). На проволочку и пластинку подавалось постоянное поляризирующее напряжение $6 \div 14$ в от батареи $Бр$. При периодическом погружении прово-

лочки под действием капиллярной волны сопротивление промежутка между электродами изменялось, в результате возникало переменное напряжение. Принятый сигнал пропусклся через фильтр Φ и усиливался усилителем $У$.

Наблюдение нелинейных эффектов проводилось в ближнем поле, где волну можно было считать близкой к плоской. Созданию однородного поля уделялось много внимания; в области частот 60—120 гц при амплитудах 10^{-2} см удавалось получить достаточно однородное поле. Однородность поля контролировалась при стробоскопическом освещении поверхности воды. Имелась возможность наблюдать первую, вторую и более высокие

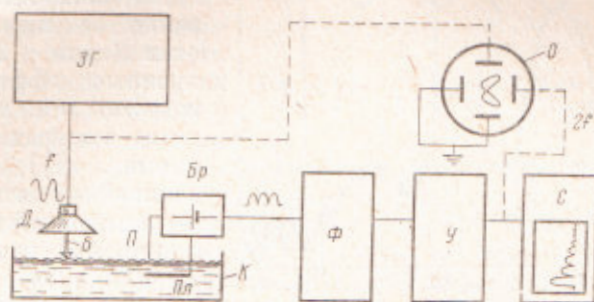


Рис. 2

гармоники по фигурам Лиссажу на экране осциллографа O , а также при синхронном передвижении источника волны и ленты самописца C производить запись гармоник. При настройке фильтра Φ и усилителя $У$ на первую гармонику такой фазовый интерферометр работал исключительно четко и позволял измерять длину волны. Результаты измерения показаны в табл. 1 и хорошо согласуются с расчетными.

На 80 гц $\lambda = 0,41$ см, при $a \approx 10^{-2}$ см число Маха $M = v/c \approx a\omega/c = 2\pi a/\lambda = 0,15$. Число Рейнольдса $Re = a\omega\lambda/\nu \approx 2 \cdot 10^2$. Дисперсионное число $D = (c_2 - c_1)/c_1 = 0,26$. Здесь ν — кинематическая вязкость, c_1 —

Таблица 1

Расчетные и экспериментальные значения скорости c , длины капиллярной волны λ и периода осцилляции Δ второй гармоники

f , гц	Расчет			Эксперимент		f , гц	Расчет			Эксперимент	
	c , см/сек	λ , см	Δ , см	λ , см	Δ , см		c , см/сек	λ , см	Δ , см	λ , см	Δ , см
40*	26,5	0,66	—	0,75	—	160	41,9	0,26	—	0,26	—
60*	30,2	0,50	1,23	0,53	1,4	240	48,2	0,20	—	—	—
80	33,3	0,41	1,00	0,41	1,0	335	54,3	0,16	0,39	0,14	0,35
120	33,0	0,32	0,78	0,30	0,75	670	68,5	0,10	—	0,09	—

* Теоретические c, λ подсчитаны по формулам для капиллярной волны. Вместе с тем капиллярные волны возможны при условии $k > (g\rho/a)^{1/2}$. В воде $(g\rho/a)^{1/2} = 3,65$, и на частотах ниже 80 гц влияние силы тяжести начинает, как это видно из сравнения расчетных и экспериментальных результатов, сильно сказываться.

фазовая скорость капиллярной волны малой амплитуды, c_2 — то же на удвоенной частоте. При этих условиях, легко осуществимых экспериментально, D и M имеют одинаковый порядок. Поэтому дисперсия, вообще говоря, препятствующая развитию нелинейных эффектов, из-за больших чисел Маха не может эффективно тормозить это развитие. Большое число Рейнольдса указывает на то, что в нашем эксперименте вязкие процессы играли значительно меньшую роль, чем нелинейные. Таким образом, в дальнейшем речь будет идти об особенностях распространения капилляр-

ных волн в условиях, при которых нелинейные эффекты играют преобладающую роль.

На рис. 3 показана зависимость амплитуды второй гармоники a_2 (при частоте первой гармоники, равной 80 гц) от расстояния до источника волны x . Из-за дисперсии, как и следовало ожидать, амплитуда гармоники

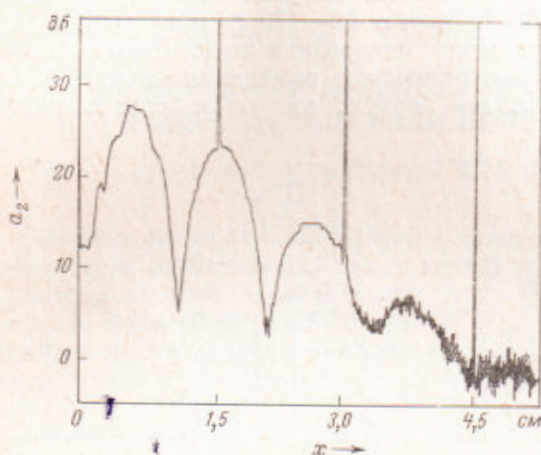


Рис. 3

осциллирует. Фазовая скорость второй гармоники в воде на 26% превышает скорость первой; это рассогласование скоростей, или отсутствие синхронизма, ответственно за пространственные осцилляции. Такие несинхронные эффекты хорошо известны в нелинейной акустике твердых тел (см., например, (5)), а также в нелинейной оптике (6, 7). Пространственный период осцилляций, как известно, равен $2\pi / (2k_1 - k_2)$. На частоте 80 гц в воде $\Delta = 1,00$ (см. табл. 1); период осцилляций на рис. 3 близок к теоретическому. Результаты измерения Δ на разных частотах, приведенные в табл. 1, хорошо согласуются с теоретическими. При $a \approx 10^{-2}$ см амплитуда второй гармоники в первом максимуме составляет 13—15% от амплитуды первой гармоники. Имея в виду, что этот максимум достигается на расстоянии $\sim \lambda$, нелинейное искажение капиллярной волны чрезвычайно велико*, что не очень удивительно, так как велики числа Маха и Рейнольдса. Пространственный период осцилляции более высоких гармоник меньше, чем второй. Осцилляционный характер изменения амплитуды гармоник является одним из экспериментальных доказательств того, что именно в процессе распространения нелинейной волны происходит генерация гармоники.

Форма профиля волны в пространстве нами не определялась. Относительно просто можно было наблюдать форму колебаний поверхности в данной точке в зависимости от времени. Для этого блок-схема, показанная на рис. 2, несколько видоизменялась. Чувствительность поляризованного электрода была достаточно велика для того, чтобы, подавая принятый сигнал непосредственно на усилитель осциллографа, на экране наблюдать форму колебаний. Иногда, впрочем, для более уверенного приема между приемником и осциллографом ставился широкополосный звуковой усилитель. При амплитудах $\sim 10^{-2}$ см, на которых проводились измерения гармоник, форма незначительно отличалась от синусоидальной (вторая гармоника при этом, как уже указывалось, не превышает 13—15% от амплитуды первой). При увеличении амплитуды до 10^{-1} см можно было четко наблюдать отклонение формы от синусоидальной. В отличие от предпосылок теории (4) форма колебаний не была одинаковой в пространстве. На различных расстояниях от источника форма колебаний была различной, причем ее пространственное изменение носило циклический характер. Рис. 4 иллюстрирует последовательное изменение формы колебаний на частоте $f = 80$ гц при $a = 8,7 \cdot 10^{-2}$ см. На расстоянии от источника $x = 2,92$ см на осциллограмме — форма, близкая к обратной пилообразной волне (рис. 4а) с более крутыми задними фронтами; при $x = 3,21$ см — форма, обратная предсказанной в (4) (рис. 4б); при $x = 3,5$ см — «ударная» (пилообразная)

* В отсутствие дисперсии при таких нелинейных искажениях формирование пилообразной волны происходило бы на расстояниях $\sim 3 \div 3,5 \lambda$.

(рис. 4в) и далее при $x = 3,78$ см — форма, совпадающая с предсказанной в (4) (рис. 4з); полный цикл $\sim 3\lambda$. Отметим, что эти осциллограммы получены при числе Маха $M \approx 1,3 > D$. Таким образом, при $M \sim 1$ и $M > D$ в дисперсионной среде становится возможным формирование пилообразной формы колебаний. Дисперсия приводит к тому, что образующаяся пилообразная волна неустойчива, и по мере распространения происходит быстрый переход от пилообразной к другим формам, отмеченным выше, затем снова формируется пилообразная волна и т. д. В сильно диспергирующей среде вряд ли можно было ожидать, что форма профиля волны будет стационарной (или медленно меняющейся), ибо фазовые соотношения и амплитуды гармоник быстро изменяются в пространстве.

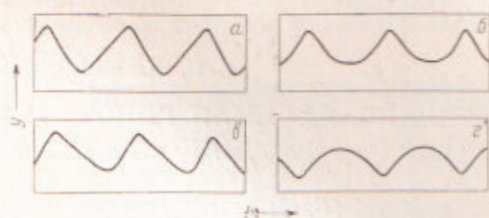


Рис. 4. $f = 80$ гц; $x = 2,92$ см (а), 3,21 см (б), 3,5 см (в), 3,78 см (г)

Таким образом, подводя итог, можно сказать, что нелинейные явления, выражающиеся в генерации высших гармоник, а также в быстрой трансформации и в пространстве формы колебаний поверхности, в капиллярных волнах выражены очень четко при легко достижимых амплитудах.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
30 X 1969

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ I. R. Wilton, *Phil. Mag.*, 29, 688 (1915). ² Н. А. Слезкин, *Уч. зап. МГУ*, 7, 71 (1937). ³ Я. И. Секерж-Зенькевич, *ДАН*, 109, 943 (1956). ⁴ G. D. Stanger, *J. Fluid Mech.*, 2, 532 (1957). ⁵ Л. К. Зарембо, В. А. Красильников, *Введение в нелинейную акустику*, «Наука», 1966, стр. 317. ⁶ С. А. Ахманов, Р. В. Хохлов, *Проблемы нелинейной оптики*, М., 1964, стр. 169. ⁷ Н. Бломберг и, *Нелинейная оптика*, М., 1966, стр. 48, 137.