Доклады Академии наук СССР
1970. Том 192, № 3

УДК 513,831

МАТЕМАТИКА

Б. А. ПАСЫНКОВ

О БИКОМПАКТАХ С НЕСОВПАДАЮЩИМИ РАЗМЕРНОСТЯМИ

(Представлено академиком П. С. Александровым 18 XI 1969)

Эта заметка примыкает в нашей совместной с И. К. Лифановым заметке [1] (см. начало [1]).

1. Обобщим построение, описанное в пунктах 3 и 4 заметки [1].

(a) Пусть даны: бикомпакт X, пара его замкнутых подмножеств F_1 и $F_2 \supseteq F_1$, бикомпакты Φ_1 и Φ_2, непрерывное отображение f бикомпакта Φ_1 на бикомпакт F_1 и непрерывное отображение g бикомпакта Φ_0 на бикомпакт Φ_1.

Рассмотрим произведение $X \times \Phi_1$. Естественную проекцию $X \times \Phi_1$ на X обозначим через p. Бикомпакт Φ_1 можно отождествить с графиком $\Psi \subseteq X \times \Phi_1$ отображения $f\colon\ \Phi_1 \to F_1 \subseteq X$. Через q обозначим отображение произведения $X \times \Phi_0$ на произведение $X \times \Phi_1$, ставящее в соответствие точке (x, φ_0), $x \in X$, $\varphi_0 \in \Phi_2$, точку $(x, g(\varphi_0))$. Рассмотрим бикомпакт $q^{-1}p^{-1}F_2 = F_2 \times \Phi_0 \subseteq X \times \Phi_0$ и его разбиение ν. Элементами ν считаем: 1) отдельные точки множества $F_2 \times \Phi_0 \setminus q^{-1}\Psi$ и 2) множества $q^{-1}(x, \varphi_1)$ для $(x, \varphi_1) \in \Psi \equiv \Phi_1$. Пространство разбиения ν обозначим через $E = E(X, F_2, F_1, \Phi_1, \Phi_0, f, g)$. Естественное отображение бикомпакта $F_2 \times \Phi_0$ на E обозначим через ν. Через μ обозначим отображение бикомпакта E в $X \times \Phi_1$, удовлетворяющее условию $\mu \cdot \nu = q$. Очевидно, на множестве $\mu^{-1}\Psi$ отображение μ является гомеоморфизмом, и поэтому множество $\mu^{-1}\Psi$ можно отождествить с бикомпактом $\Phi_1 \equiv \Psi$. Отображение $\tilde{\omega} = p \cdot \mu$ назовем проекцией бикомпакта E в бикомпакт X.

(b) Пусть дан бикомпакт X и система пар (F_2^θ, F_1^θ) его замкнутых подмножеств F_1^θ и $F_2^\theta \supseteq F_1^\theta$, $\theta \in \Theta$. Пусть еще дан бикомпакт χ и в нем дизъюнктная система открытых множеств C_θ, $\theta \in \Theta$, каждое из которых распадается в дизъюнктную сумму открыто-замкнутых в χ бикомпактов Φ_0^α, $\alpha \in \mathfrak{A}_\theta$. Пусть для каждого α определено отображение g_α бикомпакта Φ_0^α на некоторый бикомпакт Φ_1^α и отображение f_α бикомпакта Φ_1^α на бикомпакт F_1^θ, $\alpha \in \mathfrak{A}_\theta$, $\theta \in \Theta$. Возьмем разбиение ν бикомпакта $Y = X \times \chi \setminus \bigcup\limits_\theta (X \setminus F_2^\theta \times C_\theta)$ на отдельные точки множества $X \times (\chi \setminus \bigcup\limits_\theta C_\theta)$ и прообразы точек бикомпакта $E_\alpha = E(X, F_2^\theta, F_1^\theta, \Phi_1^\alpha, \Phi_0^\alpha, f_\alpha, g_\alpha)$ при отображении $\nu_\alpha\colon F_2^\theta \times \Phi_0^\alpha \to E_\alpha$ (см. (a)) для всех $\alpha \in \mathfrak{A}_\theta$ и $\theta \in \Theta$. Пространство разбиений ν обозначим через

$$E = E(X, \chi, \{F_2^\theta, F_1^\theta, \Phi_1^\alpha, \Phi_0^\alpha, f_\alpha, g_\alpha;\ \alpha \in \mathfrak{A}_\theta\},\ \theta \in \Theta). \qquad (*)$$

Естественное отображение бикомпакта Y на бикомпакт E обозначим через ν. Естественную проекцию $X \times \chi$ на X обозначим через p. Отображение $\tilde{\omega}\colon E \to X$, удовлетворяющее соотношению $\tilde{\omega} \cdot \nu = p$, назовем проекцией E на X. Если бикомпакты $\nu(F_2^\theta \times \Phi_0^\alpha)$ отождествить с бикомпактами E_α, то на E_α проекция ν совпадает с проекцией $\nu_\alpha\colon\ E_\alpha \to X$.

З а м е ч а н и е 1. a) Если бикомпакт Y является образом при отображении f бикомпакта X, то ниже часто точка $y \in Y$ будет указываться одной (или несколькими) точками из ее прообраза $f^{-1}y$. b) Пусть бикомпакт $Y = \{y\}$ является образом при конечнократном отображении f бикомпакта X, который, в свою очередь, является произведением $X_1 \times X_2$ упорядоченных бикомпактов $X_1 = \{x_1\}$ и $X_2 = \{x_2\}$. Тогда через $+{}^1/_2(y_0, j) = +{}^1/_2(y_0, Y, j)$, соответственно $-{}^1/_2(y_0, j) = -{}^1/_2(y_0, Y, j)$, $j = 1, 2$, обозначим множество $\{y\colon\ y \in f\{(x_1, x_2);\quad x_j \geqslant \max x_j^0,\quad$ соответственно $\leqslant \min x_j^0$, для $(x_1^0, x_2^0) \in f^{-1}y_0\}\}$.

2. Б и к о м п а к т ы T_1 и S_1. Рассмотрим упорядоченные бикомпакты

$L_k = \{l_k\}$ с такими точками $a_k \in L_k$, что в a_k выполнена 1-я аксиома счетности, $k = 0, 1$. Рассмотрим произведения $L_k \times C_k$, где $C_k = \{c_k\}$ обозначает канторово совершенное множество, $k = 0, 1$. Через ω_k обозначим разбиение $L_k \times C_k$, элементами которого являются пары концов смежных к канторову множеству $a_k \times C_k$ интервалов и отдельные точки, не входящие в эти пары. Пространство разбиения ω_k обозначим через Γ_k', а естественное отображение $L_k \times C_k$ на Γ_k' — через ω_k (как и соответствующее разбиение). Через M_k' обозначим множество тех точек бикомпакта Γ_k', прообраз которых при отображении ω_k состоит из двух точек. Множество $Q_k^1 = \omega_k(a_k \times C_k)$ является отрезком, на котором счетное множество M_k' всюду плотно. Существует гомеоморфизм h отрезка Q_0^1 на отрезок Q_1^1, для которого $hM_0' \subseteq Q_1^1 \setminus M_1'$. Пространство разбиения дискретной суммы бикомпактов Γ_0' и Γ_1' на отдельные точки множества $(\Gamma_0' \cup \Gamma_1') \setminus (Q_0^1 \cup Q_1^1)$ и пары точек $(x, h(x))$, $x \in Q_0^1$, обозначим через $\Gamma = \Gamma(L_0, L_1, a_0, a_1)$. Естественное отображение $\Gamma_0' \cup \Gamma_1'$ на Γ обозначим через ω. Пусть $Q_\Gamma^1 = \omega(Q_0^1 \cup Q_1^1)$, $\Gamma_k = \omega\Gamma_k'$, $M_k = \omega M_k'$, $k = 0, 1$, $N = Q_\Gamma^1 \setminus (M_0 \cup M_1)$.

Отметим следующие пары (x, F) точек $x \in \Gamma$ и замкнутых в Γ множеств $F \ni x$: a) $x \in N$, $F = \Gamma$; b) $x \in M_0 \cup M_1$, $F = +{}^1/_2(x, \Gamma_0, 2) \cup +{}^1/_2(x, F_1, 2)$; $x \in M_0 \cup M_1$, $F = -{}^1/_2(x, \Gamma_0, 2) \cup -{}^1/_2(x, \Gamma_1, 2)$; c) $x = (a_k, c_k) \in M_{\bar{k}}$ *, множество F удовлетворяет следующим условиям: F есть замыкание открытого в Γ множества, $F \cap \Gamma_{\bar{k}} = x$, для некоторых точек $l_k' < a_k$ и $l_k > a_k$ множество $\{(l_k, c_k) : l_k' \leqslant l_k \leqslant l_k''\}$ содержится во внутренности F_k, $k = 0, 1$. Множество отмеченных пар обозначим через B'.

Рассмотрим бикомпакты χ_1 и χ_2 из ([1]) и установим взаимно однозначное соответствие: 1) между множеством B' и множеством Θ из п. 5 заметки ([1]); 2) между множеством B' и множеством Θ' из п. 51 заметки ([1]). Фиксируем какое-нибудь отображение g канторова совершенного множества C на отрезок Q^1. Положим бикомпакт $T_1 = T_1(L_0, L_1, a_0, a_1)$, соответственно $S_1 = S_1(L_0, L_1, a_0, a_1)$ равным бикомпакту E из формулы (*), где $X = \Gamma$; $\chi = \chi_1$, соответственно $\chi = \chi_2$; $F_2^\theta = F^\theta$, $F_1^\theta = x_\theta$, где (x_θ, F_θ) — элемент множества B', соответствующий элементу θ множества Θ, соответственно Θ'; $\Phi_1^2 = Q^1$; $\Phi_0^\alpha = C_\alpha$; $g_\alpha = g$; f_α есть отображение Φ_1^α в точку x_θ. Проекции бикомпактов T_1 и S_1 на Γ (см. п. 1) обозначим соответственно через $\tilde{\omega}_T$ и $\tilde{\omega}_S$.

Предложение 1. *Если множество точек $x \in L_k$, в которых $\operatorname{ind}_x L_k = 1$, всюду плотно в L_k, $k = 0, 1$, то* $\dim T_1 = \dim S_1 = 1$, $\operatorname{ind} T_1 = \operatorname{ind} S_1 = 2$. *Множество $\tilde{\omega}_S^{-1} Q_\Gamma^1 = \tilde{\omega}_S^{-1}\Gamma_0 \cap \tilde{\omega}_S^{-1}\Gamma_1$ имеет тип G_δ в S_1 и* $\operatorname{ind} \tilde{\omega}_S^{-1}\Gamma_k = 1$, $k = 0, 1$. *Если бикомпакты L_0 и L_1 обладают 1-й аксиомой счетности, то и бикомпакт S_1 будет обладать 1-й аксиомой счетности.*

Следствие. *Бикомпакт $S_1 = S_1(Q^1, Q^1, 1, 1)$ с 1-й аксиомой счетности представим в виде суммы двух подбикомпактов S' и S'' размерности* $\operatorname{ind} S' = \operatorname{ind} S'' = 1$, *пересечение которых имеет тип G_δ в S_1, но* $\operatorname{ind} S_1 = 2$.

Замечание 2. Если бикомпакты L_0 и L_1 обладают 1-й аксиомой счетности, то бикомпакт $S_1(L_0, L_1, a_0, a_1)$ является неприводимым образом нульмерного с 1-й аксиомой счетности бикомпакта при некотором отображении $\lambda = \lambda(L_0, L_1, a_0, a_1)$.

3. Бикомпакты T^2 и S^2. Через $R = \{r\}$ и $I = \{i\}$ обозначим соответственно множества рациональных и иррациональных точек отрезка $Q^1 = \{t, 0 \leqslant t \leqslant 1\}$. Представим множество R в виде дизъюнктной суммы двух всюду плотных в Q^1 множеств $R_0 = \{r_0\}$ и $R_1 = \{r_1\}$. Рассмотрим квадрат $Q^2 = Q^1 \times Q^1$. Назовем отмеченными следующие пары (x, F) точек $x \in Q^2$ и замкнутых в Q^2 множеств $F \ni x$ **: a) $x = (i', i'')$, $F = Q^2$; b) $x = (k, t)$, $t \in R_k \cup I$, $F = Q^2$, $k = 0, 1$; c) $x = (t^1, t^2)$, $0 < t^1 < 1$, $t^j \in$

* Всюду в заметке k равно либо 0, либо 1 и, если $k = 0$, то $\bar{k} = 1$, если $k = 1$, то $\bar{k} = 0$.

** Если отмечена пара 1) $(x, +{}^1/_2(x, j))$ или 2) $(x, +{}^1/_2(x, 1) \cap +{}^1/_2(x, 2))$, то в каждом из случаев 1) и 2) считаются отмеченными также пары, получаемые из указанной пары заменой во втором ее элементе некоторых (или всех) знаков + на знак −.

$\in R, t_k \in I, j = 1, 2, j' = 2, 1, F = +{}^1/_2(x, j)$; d) $x = (k, r_k), F = +{}^1/_2(x, 2)$, $k = 0, 1$; e) $x = (r^1, r^2), 0 < r^1 < 1, F = +{}^1/_2(x, 1) \cap + {}^1/_2(x, 2)$.

Множество всех отмеченных пар обозначим через B_1. Множество точек x вида (r^1, r^2), $0 < r^1 < 1$, $r^j \in R_0$, $r^{j'} \in R_1$, $j = 1, 2$, $j' = 2, 1$, обозначим через B_2. Сумму $B_1 \cup B_2$ обозначим через B.

Построим бикомпакт T^2. Представим множество всех порядковых чисел $\alpha < \omega(\mathfrak{c})$ в виде дизъюнктной суммы множеств $\mathfrak{A}_\theta$ мощности $\mathfrak{c}$, $\theta \in \Theta$, причем мощность Θ также равна $\mathfrak{c}$. Установим взаимно однозначное соответствие между множествами B и Θ. При этом подмножество Θ, соответствующее множеству B_j, обозначим через Θ_j, $j = 1, 2$. Пусть $\mathfrak{A}_j = \bigcup\limits_{\theta \in \Theta_j} \mathfrak{A}_\theta$, $j = 1, 2$. Каждому $\alpha \in \mathfrak{A}_\theta$, $\theta \in \Theta_1$, поставим в соответствие канторово совершенное множество C_α. Каждому $\alpha \in \mathfrak{A}_\theta$, $\theta \in \Theta_2$, соответствует точка $x_\theta = (r^1, r^2) \in B_2$. Положим $a_0 = a_1 = x_\theta$ и $L_0{}^\theta = \{(r^1, t): 0 \leqslant t \leqslant 1\}$, $L_1{}^\theta = \{(t, r^2): 0 \leqslant t \leqslant 1\}$. Через $T_1{}^\alpha$ обозначим бикомпакт $T_1(L_0{}^\theta, L_1{}^\theta, x_\theta, x_\theta)$, через $\tilde\omega_{T\alpha}$ — проекцию $T_1{}^\alpha$ на $L_0{}^\theta \cup L_1{}^\theta$, через $\lambda_{T\alpha}$ — неприводимое отображение какого-нибудь нульмерного бикомпакта $T_0{}^\alpha$ на $T_1{}^\alpha$. Положим $\chi_3 = \bigcup\limits_{\alpha \leqslant \omega(\mathfrak{c})} \alpha \cup \bigcup\limits_{\alpha \in \mathfrak{A}_\theta, \theta \in \Theta_1} C_\alpha \cup \bigcup\limits_{\alpha \in \mathfrak{A}_2} T_0^\alpha$. Открытыми в χ_3 считаем: открытые подмножества бикомпактов C_α, $\alpha \in \mathfrak{A}_1$, и $T_0{}^\alpha$, $\alpha \in \mathfrak{A}_2$; изолированные числа α; множества вида $\bigcup\limits_{\alpha' < \alpha \leqslant \alpha''} \alpha \cup \bigcup\limits_{\alpha' < \alpha < \alpha''} (C_\alpha \cup T_0{}^\alpha)$ для предельных чисел α''. Бикомпакт χ_3, очевидно, нульмерен. Наконец, положим T^2 равным бикомпакту E из формулы $(*)$, где $X = Q^2$; $\chi = \chi_3$ ⊛ и где: 1) при $\theta = \Theta_1$ множество $F_2{}^\theta$ обозначает замкнутое множество $F = F_\theta$, а множество $F_1{}^\theta$ — точку x_θ из отмеченной пары (т. е. из элемента множества B_1), соответствующей индексу θ; бикомпакт $\Phi_1{}^\alpha$ является квадратом $Q_\alpha{}^2$; $\Phi_0{}^\alpha = C_\alpha$; g_α совпадает с некоторым фиксированным отображением g канторова совершенного множества C на квадрат Q^2; f_α обозначает отображение $Q_\alpha{}^2$ в точку x_θ; 2) при $\theta \in \Theta_2$ считаем $F_2{}^\theta = Q^2$, $F_1{}^\theta = L_0{}^\theta \cup L_1{}^\theta$, ⊛⊛ $\Phi_1{}^\alpha = T_1{}^\alpha$, $\Phi_0{}^\alpha = T_0{}^\alpha$, $f_\alpha = \tilde\omega_{T\alpha}$, $g_\alpha = \lambda_{T\alpha}$.

Построим бикомпакт S_2. Произведение $P = Q_u{}^1 \times Q_\theta{}^1 \times D$ отрезка $Q_u{}^1 = \{u: 0 \leqslant u \leqslant 1\}$, отрезка $Q_\theta{}^1 = \{\theta: 0 \leqslant \theta \leqslant 1\}$ и пары точек $D = \{0, 1\}$ будем рассматривать в естественной лексикографической упорядоченности. Установим взаимно однозначное соответствие между множеством $Q_\theta{}^1$ и множеством B. Подмножество множества $Q_\theta{}^1$, соответствующее множеству B_j, обозначим через Θ_j, $j = 1, 2$. Пусть еще $\mathfrak{A}_\theta = \{\alpha = (u, \theta): 0 \leqslant u \leqslant 1\}$, $\theta \in Q_\theta{}^1$; $\mathfrak{A}_j = \bigcup\limits_{\theta \in \Theta_j} \mathfrak{A}_{\theta}, j = 1, 2$. Каждому $\alpha \in \mathfrak{A}_1$ в соответствие поставим канторово совершенное множество C_α. Фиксируем какое-нибудь отображение $g: C \to Q^2$.

Каждому $\alpha \in \mathfrak{A}_2$ соответствует точка $x_\theta = (r^1, r^2) \in B_2$. Через $S_1{}^\alpha$ обозначим бикомпакт $S_1(L_0{}^\theta, L_1{}^\theta, x_\theta, x_\theta)$ (см. построение T^2), через $\tilde\omega_{S\alpha}$ — проекцию $S_1{}^\alpha$ на $L_0{}^\theta \cup L_1{}^\theta$, через $\lambda_{S\alpha}$ — неприводимое отображение какого-нибудь нульмерного с 1-й аксиомой счетности бикомпакта $S_0{}^\alpha$ на $S_1{}^\alpha$⊛ . Положим $\chi_4 = P \cup \bigcup\limits_{\alpha \in \mathfrak{A}_1} C_\alpha \cup \bigcup\limits_{\alpha \in \mathfrak{A}_2} S_0^\alpha$. Открытыми в χ_4 считаем: открытые подмножества бикомпактов C_α, $\alpha \in \mathfrak{A}_1$, и $S_0{}^\alpha$, $\alpha \in \mathfrak{A}_2$; точки $(0, 0, 0)$ и $(1, 1, 1)$, множества вида $((u_1, \theta_1, 0), (u_2, \theta_2, 1)) \cup \bigcup C_\alpha \cup \bigcup S_0{}^\alpha$, где первое слагаемое является интервалом, а суммирование во втором и третьем слагаемых производится по тем $\alpha = (u, \theta)$, для которых $(u_1, \theta_1, 0) < (u, \theta, 0) < (u, \theta, 1) < (u_2, \theta_2, 1)$. Положим S^2 равным бикомпакту E из формулы $(*)$, где $X = Q^2$, $\chi = \chi_4$ (дальше нужно вновь прочитать часть построения бикомпакта T^2 от знака ⊛ до знака ⊛⊛). $\Phi_1{}^\alpha = S_1{}^\alpha$, $\Phi_0{}^\alpha = S_0{}^\alpha$, $f_\alpha = \tilde\omega_{S\alpha}$, $g_\alpha = \lambda_{S\alpha}$.

Теорема 1. *Бикомпакт S^2 обладает 1-й аксиомой счетности и* $\dim S^2 = \dim T^2 = \operatorname{ind} S^2 = \operatorname{ind} T^2 = 2 < \operatorname{Ind} S^2 = \operatorname{Ind} T^2 = 3$.

4. Бикомпакты ПХ. Обозначим через ζ отображение канторова совершенного множества $C = \{c\}$ на отрезок $Q^1 = \{v: 0 \leqslant v \leqslant 1\}$, отож-

ществляющее пары концов смежных к C интервалов. Точку c из C будем обозначать, если потребуется, соответствующей ей точкой $\zeta c = v$ из Q^1, причем, если точка v соответствует паре концов некоторого смежного к C интервала, то (когда это будет нужно) левый конец этого интервала будем обозначать $v_{л}$, а правый $v_{п}$.

Через χ_5 обозначим лексикографически упорядоченное (с интервальной топологией) произведение счетного набора канторовых совершенных множеств $C_j = \{c_j\}$, $j = 1, 2, \ldots$ Выберем на Q^1 континуум дизъюнктных всюду плотных множеств Q_α, $\alpha \in \mathfrak{A}$. По данному бикомпакту $X = \{t\}$ мощности $\mathfrak{c}$ следующим образом построим бикомпакт ΠX. Пусть $h\colon X \to \mathfrak{A}$ обозначает взаимно однозначное соответствие между X и $\mathfrak{A}$. Элементами разбиения ω произведения $\chi_5 \times X$ будем считать: (a) пары точек $((c^1, \ldots, c^{n-1}, v_{л}{}^n, 1, 1, 1, \ldots), t)$ и $((c^1, \ldots, c^{n-1}, v_{п}{}^n, 0, 0, 0, \ldots), t)$, если существует такой номер k, $1 \leqslant k < n$, что $\zeta c^k \in Q_{(ht)}$, $t \in X$; (b) отдельные точки, не входящие ни для какого t в указанные в пункте (a) пары. Пространство разбиения ω обозначим через ΠX.

Если естественную проекцию $\chi_5 \times X$ на X обозначить через p, а естественное отображение $\chi_5 \times X$ на ΠX — через ω, то существует отображение $\pi\colon \Pi X \to X$, удовлетворяющее условию $p = \pi \cdot \omega$. Отображение π назовем проекцией ΠX на X.

Теорема 2. *Если X — компакт и* $\operatorname{ind} X = n$, *то* $\dim \Pi X = n$, $\operatorname{ind} \Pi X = n + 1$, $n = 1, 2, \ldots$ *Если еще компакт X связен, то в ΠX имеются два таких нигде не плотных дизъюнктных замкнутых множества F_1 и F_2, что для любого открытого множества $O \subseteq [O] \subseteq X \setminus F_1$ или $\subseteq X \setminus F_2$ всегда* $\operatorname{ind} \operatorname{гр} O \geqslant n - 1$. *Бикомпакт ΠX обладает 1-й аксиомой счетности* *.

5. Бикомпакт $T_1{}^2$. Пусть $\Pi = \Pi Q^1$, где $Q^1 = \{t\colon 0 \leqslant t \leqslant 1\}$. Через $R = \{r\}$ обозначим множество точек из χ_5, не имеющих вида $(c^1, \ldots, c^n, 0, 0, 0, \ldots)$ или $(c^1, \ldots, c^n, 1, 1, 1, \ldots)$. Очевидно, R всюду плотно в χ_5. Представим R в виде дизъюнктной суммы плотных в χ_5 множеств $R_0 = \{r_0\}$ и $R_1 = \{r_1\}$. Через 0, 1 и $I = \{i\}$ обозначим соответственно точки $(0, 0, 0, \ldots)$ и $(1, 1, 1, \ldots)$ из χ_5 и множество $\chi_5 \setminus R$.

Заметим, что на отрезке Q^1 также имеются точки 0, 1 и множества R, R_0, R_1 и I (см. п. 3). Отметим пары (x, F) — точек $x \in \Pi$ и замкнутых в Π множеств $F \ni x$ — такие же как в подпунктах а) — е) пункта 3, с заменой в подпунктах а) и в) Q^2 на Π (см. замечание 1). Множество всех отмеченных пар обозначим через B_1. Множество точек $x \in \Pi$ вида (r^1, r^2), $0 < r^1 < 1$, $r^j \in R_0$, $r^{j'} \in R_1$, $j = 1, 2$; $j' = 2, 1$, обозначим через B_2. Сумму $B_1 \cup B_2$ обозначим через B.

Дальнейшее построение $T_1{}^2$ аналогично построению T_2, но вместо бикомпакта χ_3 используется «более длинный» бикомпакт χ_6, строящийся так же, как χ_3, но с применением порядковых чисел $\alpha \leqslant \omega(2^{\mathfrak{c}})$ **.

Теорема 3. *Справедливы неравенства* $\dim T_1{}^2 = 1 < \operatorname{ind} T_1{}^2 = 2 < \operatorname{Ind} T_1{}^2$.

Механико-математический факультет
Московского государственного университета
им. М. В. Ломоносова

Поступило
13 XI 1969

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Б. А. Пасынков, И. К. Лифанов, ДАН, 192, № 2 (1970). [2] В. В. Филиппов, ДАН, 192, № 2 (1970). [3] И. К. Лифанов, В. В. Филиппов, ДАН, 192, № 1 (1970).

* Существование бикомпактов с 1-й аксиомой счетности с $\dim X = 1$, $\operatorname{ind} X > 1$ другим способом и ранее установлено В. Филипповым ([2]).

** Первоначально в построении $T_1{}^2$ вместо Π использовался бикомпакт из ([3]), на который мое внимание обратил И. К. Лифанов.