Доклады Академии наук СССР
1970. Том 192, № 3

УДК 533.95 **ФИЗИКА**

Ю. С. СИГОВ

НЕЛИНЕЙНАЯ ЗАДАЧА О СТОЛКНОВЕНИИ АНТИПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПОТОКОВ РАЗРЕЖЕННОЙ ПЛАЗМЫ

(Представлено академиком Р. З. Сагдеевым 23 X 1969)

1. В предлагаемой работе с помощью численных методов в рамках одномерной модели решается нестационарная задача о нелинейных электростатических колебаниях во взаимопроникающих потоках разреженной плазмы. Как известно [1], в задачах такого рода при определенных условиях можно ожидать решений типа бесстолкновительных ударных волн.

Пусть вдоль оси x со средней скоростью $-U_0$ движется поток разреженной электронно-протонной плазмы. В плоскости $x = 0$ в момент времени $t = 0$ происходит столкновение с таким же потоком, имеющим скорость U_0. При $t \leqslant 0$ для каждой компоненты предполагается максвелловское распределение по скоростям, при этом рассматривается случай сильно неизотермической плазмы с $T_e \gg T_i$. Ограничиваясь дополнительным условием $U_0 \ll c_{Te} = (T_e / m_e)^{1/2}$, считаем, что электроны распределены по Больцману и $n_e = n_0 \exp (\varepsilon\varphi / T_e)$ ($\varphi(x, t)$ — электростатический потенциал, ε — модуль заряда электрона, $n_0 = n_{0i} = n_{0e}$ — плотность частиц в невозмущенном потоке).

В простейшем случае $T_i = 0$ в области двухпотокового движения дисперсионное соотношение для продольных ион-ионных электростатических колебаний, получаемое из линейной теории, имеет вид

$$\omega^2/k^2 = U_s^2([1 \pm \sqrt{1 + 4\mathrm{M}^2(2 + k^2D_e^2})]/(2 + k^2D_e^2) + \mathrm{M}^2), \qquad (1)$$

в соответствии с которым условием развития неустойчивости является требование $\mathrm{M}^2 < 2 / (2 + k^2D_e^2)$ ($U_s = (T_e / m_i)^{1/2}$ — скорость ионного звука $\mathrm{M} = U_0 / U_s$, $D_e = (T_e / 4\pi n_0\varepsilon^2)^{1/2}$).

2. Поведение рассматриваемой системы описывается уравнениями Власова

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\varepsilon}{m_i}\frac{\partial\varphi}{\partial x}\frac{\partial f}{\partial u} = 0, \qquad (2)$$

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} = 4\pi n_0\varepsilon\left[\alpha\exp(\varepsilon\varphi/T_e) - \int_{-\infty}^{\infty} f\,du\right] \qquad (3)$$

с граничными условиями

$$f(0, u, t) = f(0, -u, t); \quad \partial\varphi(0)/\partial x = 0, \quad \varphi(\infty) = 0$$

и начальным условием

$$f(x, u, 0) = f_0(x, u).$$

Здесь $f(x, u, t)$ — функция распределения ионов, u — x-компонента скорости. Фактор α, принимающий значения α_1, α_2, отвечает двум возможным постановкам данной задачи. Первая из них соответствует совместному движению ионов и электронов [2], когда $\alpha = \alpha_1$ выбирается таким образом, чтобы при отсутствии начального возмущения не происходило разделения зарядов (например, в случае $T_i = 0$ $\alpha_1 = 1$ в области однопотокового движения и $a_1 = 2$ в области перемешивания). Вторая постановка задачи отвечает однородному распределению электронов во всем пространстве ($a = a_2 = 1$).

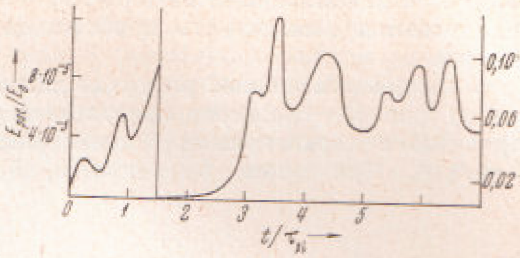

Рис. 1

3. Для решения нелинейной системы (2), (3) используется дискретная модель плазмы, в которой фазовое пространство (x, u) разбивается на NQ ячеек путем деления конфигурационного (по x) и импульсного (по u) пространств соответственно на N и Q отрезков. Начальное распределение ионов

$$f_0(u) = (m_i/2\pi T_i)^{1/2} \exp\left[-m_i(u + U_0)^2/2T_i\right]$$

аппроксимируется функцией

$$\bar{f}_0(u) = \sum_{q=1}^{Q} a_q \delta\left[u + (U_0 - u_q)\right], \qquad (4)$$

где a_q, u_q находятся из условий равенства моментов

$$\int_{-\infty}^{\infty} u^{2r} f_0 du = \int_{-\infty}^{\infty} u^{2r} \bar{f}_0 du$$

($r = 0, 1, \ldots, Q-1$; $a_q = a_{Q-q}$, $u_q = -u_{Q-q}$, $u_{(Q+1)/2} = 0$, Q нечетное).

Самосогласованное решение получается путем совместного численного интегрирования на каждом интервале по времени $Q(N+1)$ уравнений

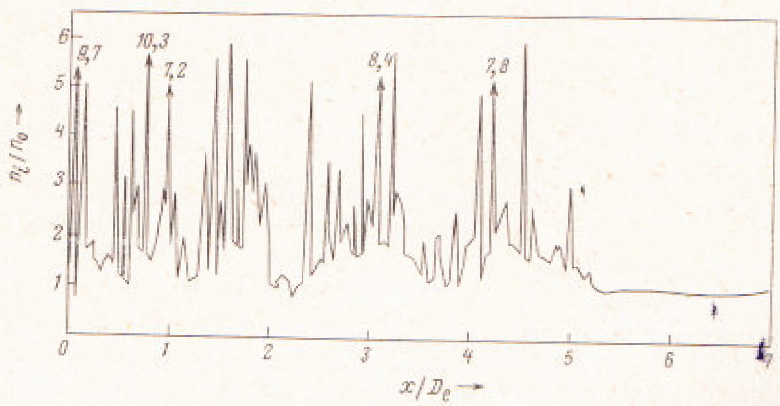

Рис. 2

характеристик для (2), которые одновременно являются уравнениями движения границ ионных слоев, и нелинейного уравнения Пуассона (3), которое решается методом установления. Основным критерием точности счета является условие постоянства полной энергии системы

$$E_{\text{pot}}(t) + E_{\text{kin}}(t) = E_0.$$

Пространственная сетка подвижна и в каждый фиксированный момент определяется наложением координат границ всех NQ ионных слоев. Плотность положительных зарядов в пространственной ячейке находится суммированием по всем Q энергетическим группам и в каждой из них пропорциональна пространственной плотности соответствующих ионных слоев.

Различные модификации так называемого метода заряженных слоев использовались ранее для других задач в работах ([3-5]). Отметим, что в предлагаемом варианте сочетание аппроксимации начального распределения с весом (4) с динамической лагранжевой сеткой заставляет ионные слои нести максимальную информативную нагрузку. В любой момент времени имеется возможность приближенно восстановить функцию распределения.

4. На представленных рисунках для двух задач: $\alpha = \alpha_1$ (рис. 1—3) и $\alpha = \alpha_2$ (рис. 4) — приведены результаты расчета одного из рассмотренных вариантов с характерными безразмерными параметрами $T_i/T_e = 5\cdot 10^{-6}$, $M = 0{,}16$. При этом $U_0/c_{Ti} \approx 70$, $\lambda_{pi} = 2\pi U_0/\omega_{pi} = 0{,}95 D_e$ $(\omega_{pi} =$

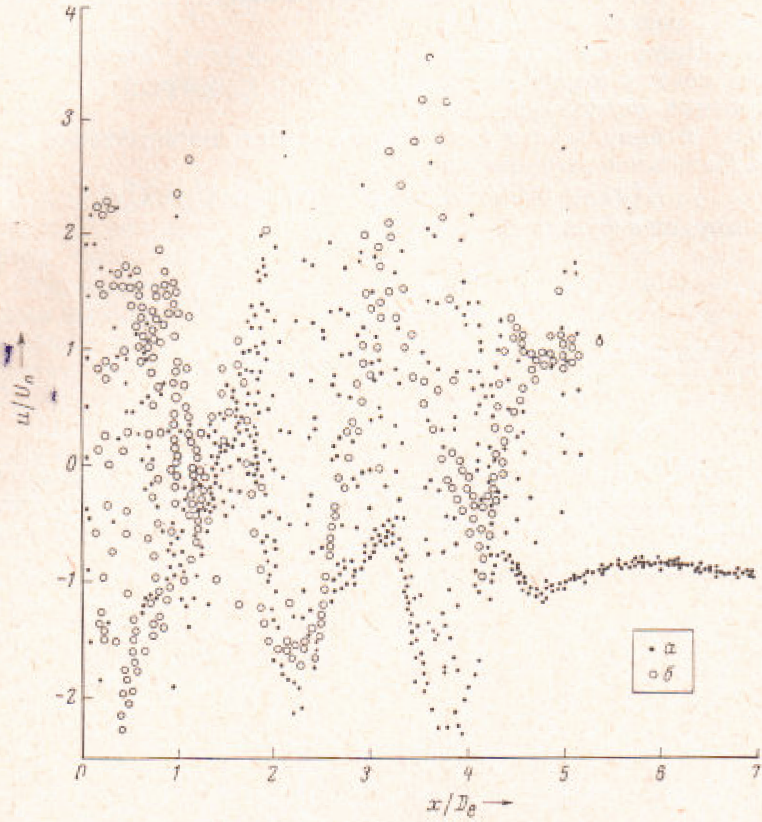

Рис. 3

$= 2\pi/\tau_{pi} = \sqrt{4\pi n_0 e^2/m_i})$; инкремент ион-ионных колебаний по линейной теории ([6]) $\gamma \approx 0{,}4$. В качестве начального возмущения в исходное распределение по скоростям вносился «тепловой шум» с энергией порядка $0{,}01\ T_i$, задаваемый в виде суперпозиции 10 синусоид с различными длинами волн. Параметры модели: $Q = 5$, число частиц на дебаевский радиус в начальный момент 105.

На рис. 1 дана временная зависимость потенциальной энергии $E_{\text{pot}} =$

$$= \frac{1}{8\pi}\int\limits_0^{x_{\text{fr}}}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 dx,\quad \text{отнесенной к полной энергии } E_0 = n_0(m_i U_0^2/2 + T_i)\,x_{\text{fr}}$$

(x_{fr} — координата границы зоны перемешивания). Интенсивное развитие нелинейных колебаний начинается после $t = 2\tau_{pi}$ и к моменту $t = 4\tau_{pi}$ практически наступает насыщение. Энергия электростатического поля при этом составляет около 10% полной энергии потока. Как видно из следующих двух рисунков, на которых на момент $t = 5{,}25\ \tau_{pi}$ изображены пространственная плотность ионов (рис. 2) и распределение в фазовом пространстве частиц прямого (*а*) и встречного (*б*) потоков (рис. 3), полученное решение выходит на квазистационарный режим и имеет вид бесстолкновительной ударной волны с толщиной фронта $\Delta \approx \lambda_{pi} \sim D_e$. Хорошо видно (рис. 2), как мелкомасштабные колебания, вызванные «бунчировкой» ионов, модулируются основной гармоникой ион-ионных колебаний. При этом за фронтом ударной волны (рис. 3) происходят сильное рассеяние и термализация ионов на электростатических колебаниях, сопровождающиеся изменением скорости небольших групп частиц в несколько раз.

Совершенно иная картина наблюдается при тех же физических параметрах в задаче с однородным распределением электронов ($\alpha = \alpha_1 = 1$,

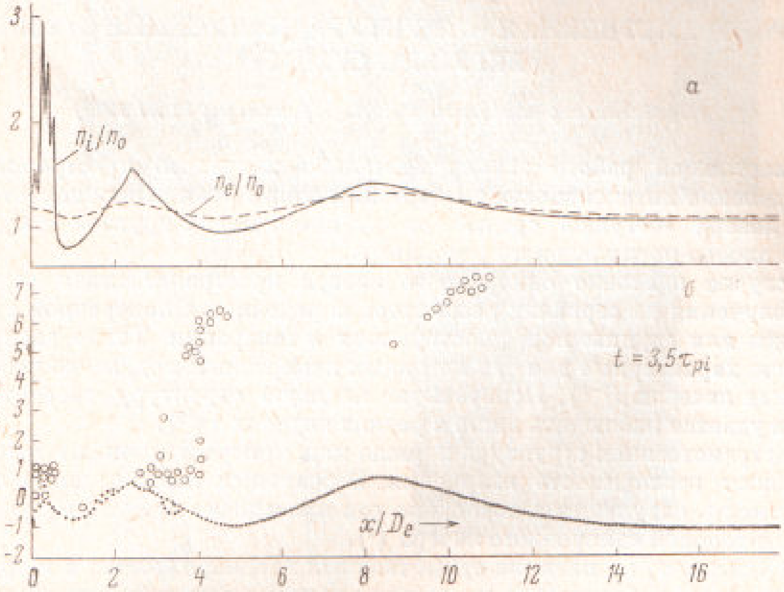

Рис. 4

рис. 4). В момент $t = 0$ резкое увеличение ионной плотности при столкновении ведет к образованию вблизи $x = 0$ потенциального барьера $e\varphi \approx \approx 3{,}5\ m_iU_0^2$, который генерирует ионно-звуковую волну, распространяющуюся внутрь невозмущенных потоков с фазовой скоростью порядка U_s. При этом сами потоки, за исключением небольшой головной группы быстрых частиц, практически не проникают друг в друга.

Обе рассмотренные задачи сравнивались со сверхзвуковыми расчетами для $T_i/T_e = 5\cdot 10^{-4}$ и соответственно $M = 1{,}6$ при неизменном отношении U_0 / c_{Ti}. При этом в задаче с $\alpha = \alpha_1$, в согласии с оценкой (1), наблюдалась лишь слабая неустойчивость за счет относительного движения различных тепловых групп ионов при общем ламинарном характере движения. В задаче с $\alpha = \alpha_2 = 1$ сверхзвуковые потоки свободно проникают друг в друга, генерируя в зоне перемешивания волну со средней плотностью энергии $\frac{1}{8\pi}\langle(\partial\varphi/\partial x)^2\rangle \approx 10^{-3}\, n_0 m_i U_0^2/2$ и фазовой скоростью порядка U_0. Поскольку в рассматриваемой одномерной модели отсутствуют колебания под углом к направлению распространения, ионно-звуковая неустойчивость в численном счете не проявляется.

Автор благодарит В. С. Имшенника и Р. З. Сагдеева за интерес к работе и обсуждения.

Институт прикладной математики
Академии наук СССР
Москва

Поступило
2 X 1969

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Р. З. Сагдеев, Вопросы теории плазмы, 4, М., 1964, стр. 58. [2] Yu. S. Sigov, Proc. 9th Int. Symp. on Phenomena in Ionized Gases, Bucharest, Romania, 1969, p. 578. [3] J. Dawson, Phys. Fluids, 5, 445 (1962). [4] И. М. Гельфанд, Н. М. Зуева и др., Журн. вычислит. матем. и матем. физ., 7, № 2, 322 (1967). [5] S. A. Colgate, C. W. Hartman, Phys. Fluids, 10, 1288 (1967). [6] T. E. Stringer, J. Nucl. Energy, Part C, 6, 267 (1964).