

## ИЗОТРОПНАЯ ДИФРАКЦИЯ БЕССЕЛЕВА СВЕТОВОГО ПУЧКА ПРИ АКУСТООПТИЧЕСКОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ

П.А. Хило, М.А. Ревенок

*Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого*

## ISOTROPIC DIFFRACTION OF A BESSEL LIGHT BEAM DURING ACOUSTO-OPTIC INTERACTION

P.A. Khilo, M.A. Revenok

*Sukhoi State Technical University of Gomel*

**Аннотация.** Исследован процесс акустооптической (АО) дифракции бesselева пучка ТЕ-типа на бesselевом акустическом пучке в акустически поперечно изотропных кристаллах. Рассмотрена АО дифракция на вертикально поляризованной (SV-) акустической волне, позволяющая задействовать в АО- процессе диагональные компоненты тензора диэлектрической проницаемости. Установлено, что за счет указанных диагональных компонент может быть реализована изотропная дифракция бesselева светового пучка с высокой эффективностью. Предложенная схема АО дифракции представляет интерес для модуляции бesselевых световых пучков с возможностями динамической перестройки их параметров.

**Ключевые слова:** бesselевы световые пучки, бesselевы акустические пучки, акустооптическая дифракция.

**Для цитирования:** Хило, П.А. Изотропная дифракция бesselева светового пучка при акустооптическом взаимодействии / П.А. Хило, М.А. Ревенок // Проблемы физики, математики и техники. – 2024. – № 3 (60). – С. 44–47. – DOI: [https://doi.org/10.54341/20778708\\_2024\\_3\\_60\\_44](https://doi.org/10.54341/20778708_2024_3_60_44). – EDN: MXGOED

**Abstract.** The process of acousto-optical (AO) diffraction of a TE-type Bessel beam and a Bessel acoustic beam in acoustically transversely isotropic crystals has been studied. AO diffraction by a vertically polarized (SV-) acoustic wave is considered, which makes it possible to use diagonal components of the dielectric constant tensor in the AO process. It has been established that due to the indicated diagonal components, isotropic diffraction of a Bessel light beam can be realized with a high interaction efficiency. The proposed AO diffraction scheme is of interest for modulating Bessel light beams with the possibility of dynamically adjusting their parameters.

**Keywords:** Bessel light beams, Bessel acoustic beams, acousto-optic diffraction.

**For citation:** Khilo, P.A. Isotropic diffraction of a Bessel light beam during acousto-optic interaction / P.A. Khilo, M.A. Revenok // Problems of Physics, Mathematics and Technics. – 2024. – № 3 (60). – P. 44–47. – DOI: [https://doi.org/10.54341/20778708\\_2024\\_3\\_60\\_44](https://doi.org/10.54341/20778708_2024_3_60_44) (in Russian). – EDN: MXGOED

### Введение

Дифракция света на ультразвуке, или акустооптическое (АО) взаимодействие, представляет значительный интерес для исследований ввиду многочисленных применений данного явления в науке и технике. Акустооптические устройства позволяют эффективно управлять различными характеристиками светового поля, такими как интенсивность, частота, состояние поляризации, направление распространения и др. Использование в акустооптике бesselевых пучков (БП) представляет научный и практический интерес из-за наличия в таких пучках новых свойств, не характерных для пучков гауссова типа. К ним относятся в первую очередь бездифракционность и самовосстановление пространственного профиля за препятствиями. Указанные свойства обусловлены конической структурой пространственного спектра БП и в одинаковой степени присущи как бesselевым световым

пучкам (БСП), так и бesselевым акустическим пучкам (БАП).

Применение БАП позволит значительно расширить возможности акустооптики в преобразовании характеристик БСП, таких как порядок фазовой дислокации волнового фронта, угол конусности, угловая расходимость. Свойство бездифракционности бesselевых световых и акустооптических пучков перспективно для повышения точности функционирования ряда устройств акустооптики, в частности, спектроанализаторов, фильтров, а также модуляторов и дефлекторов. Свойство самореконструкции волнового фронта важно для применений БП в дефектоскопии.

### 1 Геометрия акустооптического взаимодействия бesselева акустического и бesselева светового пучков

На рисунке 1.1 показано взаимное положение волновых векторов световых и акустического

полей в рассматриваемой задаче. Для АО взаимодействия световых пучков в одноосных кристаллах оптимальная геометрия, соответствующая цилиндрической симметрии пучков, реализуется при их распространении вдоль оптической оси. В этом случае отсутствуют искажения взаимодействующих пучков, вызванные анизотропией. Что касается бesselевых акустических пучков (БАП), то для уменьшения эффектов анизотропии наиболее простым является случай распространения в акустически поперечно изотропных средах.

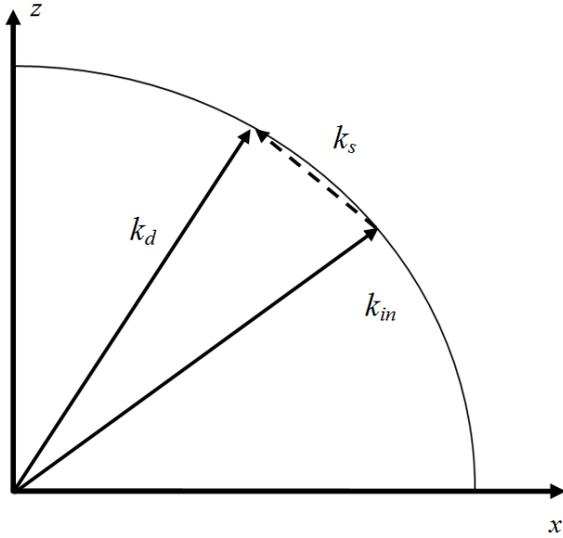


Рисунок 1.1 – Векторная диаграмма АО дифракции бesselева светового пучка на акустическом бesselевом пучке

В работе будет рассматриваться  $o \rightarrow o$  тип дифракции. В этом случае падающий бesselев пучок является ТЕ- поляризованным (или  $o$ - пучком). Парциальные волновые векторы  $\vec{k}_{in}$  – падающего пучка,  $\vec{k}_d$  – дифрагированного БСП и волновой вектор  $\vec{k}_s$  – акустического БП показаны на рисунке 1.1. Световые падающий и дифрагированный БП и акустический БП распространяются в положительном направлении оси  $z$ .

При наличии векторного синхронизма парциальные волновые векторы падающего и дифрагированного БСП и соответствующий вектор БАП образуют замкнутые треугольники. Отсюда следуют уравнения векторного синхронизма для БП, аналогичные известным уравнениям для плоских волн

$$\vec{k}_o + \vec{k}_s = \vec{k}_{d,o}. \quad (1.1)$$

Из уравнения (1.1), в зависимости от решаемой задачи, можно определить параметры одного из полей по заданным параметрам двух остальных. К примеру, при заданных углах падения  $\gamma_o$  и дифракции  $\gamma_{od}$  световых пучков, частота  $f_s$  и угол конусности БАП, необходимые для

реализации синхронной брегговской дифракции, находятся из (1.1) и равны

$$f_s = \frac{v(\gamma_s)k_s}{2\pi}, \quad k_s = \sqrt{2k_o^2 - 2k_o^2 \cos(\gamma_{od} - \gamma_o)},$$

$$\text{tg}(\gamma_s) = \frac{\sin(\gamma_{od}) - \sin(\gamma_o)}{\cos(\gamma_{od}) - \cos(\gamma_o)}.$$

Здесь  $v(\gamma_s)$  – фазовая скорость SV-поляризованного БАП. Эта скорость рассчитывается из уравнения [1]

$$2\rho v^2 = c_{44} + c_{11} \sin^2 \gamma_s + c_{33} \cos^2 \gamma_s - \left[ \left( (c_{11} - c_{44}) \sin^2 \gamma_s + (c_{44} - c_{33}) \cos^2 \gamma_s \right)^2 + (c_{13} + c_{44})^2 \sin^2 2\gamma_s \right]^{1/2},$$

где  $c_{ik}$  – компоненты тензора упругой жесткости и  $\rho$  – плотность кристалла.

Так для кристалла ZnO, который будет использоваться далее в качестве примера, компоненты тензора упругой жесткости и плотность равны  $c_{44} = 4,25 \cdot 10^{10}$  Па,  $c_{11} = 20,97 \cdot 10^{10}$  Па,  $c_{33} = 21,09 \cdot 10^{10}$  Па,  $c_{13} = 10,51 \cdot 10^{10}$  Па,  $\rho = 5,67 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.

## 2 Тензор АО дифракции бesselевых светового и акустического пучков

Для SV-поляризованного БАП порядка  $n$  в поперечно изотропном кристалле компоненты вектора смещения  $\vec{U}$  представим в виде (см. [5]–[8] а также, [2]–[4])

$$\vec{U} = u_0 \left[ J_n^-(q_s, \rho) \vec{e}_\rho + iJ_n^+(q_s, \rho) \vec{e}_\phi + 2ic_z J_n(q_s, \rho) \vec{e}_z \right] \times \exp i(k_{sz}z + in\phi - \Omega t),$$

где

$$J_n^\pm(q_s, \rho) = J_{n-1}(q_s, \rho) \pm J_{n+1}(q_s, \rho), \quad q_s = k_s \sin(\gamma_s),$$

$$c_z = \frac{-(c_{13} + c_{44}) q_s^2}{c_{44} q_s^2 + c_{33} k_{sz}^2 - \rho \Omega^2} \cdot \frac{k_{sz}}{q_s}.$$

Здесь  $q_s$  и  $k_{sz} = \sqrt{k_s^2 - q_s^2}$  – радиальная и продольная компоненты волнового вектора БАП,

$\gamma_s$  – угол конуса БАП;  $u_0 = \sqrt{\frac{P}{\rho v^3}} \frac{1}{k_{sz} \sqrt{W_s}}$ ;  $P$  –

мощность акустической волны;  $\rho$  – плотность кристалла;  $v = 2\pi f/k_s$  – фазовая скорость;

$\Omega = 2\pi f$ ,  $f$  – частота акустической волны,

$$W_s = 2\pi \int_0^{R_b} \left( J_n^-(q_s, \rho) + J_n^+(q_s, \rho) + 2c_z^2 J_n^2(q_s, \rho) \right) \rho d\rho;$$

$R_b$  – радиус бesselева пучка.

Тензор  $\Delta\hat{\epsilon}$ , описывающий процесс АО дифракции, представим в виде

$$\Delta\hat{\epsilon} = \Delta\hat{\epsilon}_0 \exp(ik_{sz}z + in\phi - i\omega_s t). \quad (2.1)$$

Для кристаллов гексагональных классов симметрии ненулевые компоненты тензора  $\Delta\hat{\epsilon}_0$  равны

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon_{0,\phi z} &= \Delta\varepsilon_{0,z\phi} = \frac{1}{4} \varepsilon_o \varepsilon_e p_{44} u_0 J_n^+(q_s \rho), \\ \Delta\varepsilon_{0,\rho z} &= \Delta\varepsilon_{0,z\rho} = -\frac{i}{4} \varepsilon_o \varepsilon_e p_{44} u_0 J_n^-(q_s \rho), \\ \Delta\varepsilon_{0,\rho\rho} &= \Delta\varepsilon_{0,\phi\phi} = \frac{c_z}{2} \varepsilon_o \varepsilon_e p_{13} u_0 J^n(q_s \rho), \\ \Delta\varepsilon_{0,zz} &= \Delta\varepsilon_{0,\phi\phi} = \frac{c_z}{2} \varepsilon_o \varepsilon_e p_{33} u_0 J^n(q_s \rho), \end{aligned} \quad (2.2)$$

или в матричной форме

$$\begin{aligned} \Delta\hat{\varepsilon}_0 &= \quad (2.3) \\ &= \Delta\varepsilon^0 \begin{bmatrix} c_z p_{13} J^n(q_s \rho) & 0 & -ip_{44} J_n^-(q_s \rho) \\ 0 & c_z p_{13} J^n(q_s \rho) & p_{44} J_n^+(q_s \rho) \\ -ip_{44} J_n^-(q_s \rho) & p_{44} J_n^+(q_s \rho) & c_z p_{33} J^n(q_s \rho) \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

где  $\Delta\varepsilon^0 = \varepsilon_o \varepsilon_e u_0 / 4$ .

Из (2.1)–(2.3) следует, что если падающий БСП имеет порядок  $m$ , то он будет рассеиваться в бесселев пучок порядка  $m + n$  или  $m - n$ , в зависимости от знака дислокаций. Далее будут рассматриваться дислокации одного знака. Кроме того, если падающий и дифрагированный пучки являются ТЕ поляризованными, то в процессе дифракции задействованы только диагональные компоненты тензора  $\Delta\varepsilon_{\rho\rho}$ ,  $\Delta\varepsilon_{\phi\phi}$ .

Следствием этого является то, что в оптически анизотропных кристаллах при возбуждении вертикально поляризованным БАП становится возможным рассеяние типа  $o \rightarrow o$ . Этот тип АО дифракции важен тем, что здесь возможно достижения высокой эффективности АО преобразования вследствие оптимального согласования, или т. н. пространственного синхронизма [2]–[4] падающего и дифрагированного БСП.

### 3 Эффективность дифракции

Процедура вывода укороченных уравнений для АО дифракции с участием бесселевых пучков описывалась ранее (см., например [2]–[4]). Для рассматриваемого здесь  $o \rightarrow o$  типа АО дифракции эти уравнения имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{dA_{m+n}^o}{dz} &= i\chi_{m+n,m}^{oo} A_m^o \exp(-i\Delta k_z z), \\ \frac{dA_m^o}{dz} &= i\chi_{m,m+n}^{oo} A_{m+n}^o \exp(i\Delta k_z z). \end{aligned} \quad (3.1)$$

Здесь  $A_m^o$  и  $A_{m+n}^o$  – амплитуды исходного и дифрагированного БСП.  $\Delta k_z$  – волновая расстройка при АО взаимодействии.

Параметры акустооптической связи  $\chi_{m,n}^{oo}$  имеют вид  $\chi_{m+n,m}^{oo} = g\alpha_{m+n}^o$ ,  $\chi_{m,m+n}^{oo} = g\alpha_m^o$ , где  $g = g(m, n)$ ,

$$\begin{aligned} g(m, n) &= 2\pi p_{13} \int_0^{R_b} 2J_n(q_s \rho) [J_{m+n-1}(q\rho) J_{m-1}(q_{in}\rho) + \\ &+ J_{m+n+1}(q\rho) J_{m+1}(q_{in}\rho)] \rho d\rho. \end{aligned}$$

Коэффициенты  $\alpha_m^o, \alpha_{m+n}^o$  равны

$$\begin{pmatrix} \alpha_{m+n}^o \\ \alpha_m^o \end{pmatrix} = k_0^2 \Delta\varepsilon_0 q_{in} \begin{pmatrix} (k_{oz}^{in} k_{oz}^d W_{m+n}^o)^{-1} \\ (k_{oz}^{in} k_{oz}^{in} W_m^o)^{-1} \end{pmatrix}.$$

Здесь  $k_{oz}^{in}, k_{oz}^d$  – проекции волновых векторов падающего и дифрагированного БСП на ось  $z$  соответственно.

$$W_{m+n}^o(q) = 2\pi \int_0^{R_b} [J_{m+n-1}(q\rho)^2 + J_{m+n+1}(q\rho)^2] \rho d\rho,$$

$$W_m^o(q_{in}) = 2\pi \int_0^{R_b} [J_{m-1}(q_{in}\rho)^2 + J_{m+1}(q_{in}\rho)^2] \rho d\rho,$$

имеют смысл интегралов мощности для дифрагированного и падающего бесселевых пучков.

В отличие от случая плоских волн, коэффициенты связи достаточно сложные, т.к. содержат интегралы перекрытия различных по пространственной структуре компонент бесселевых светового и акустического пучков. Интегралы перекрытия представлены на рисунке 3.1 как функции угла отклонения конуса волновых векторов дифрагированного пучка от направления пространственного синхронизма. Указанное направление выбрано под углом 44 град к оптической оси (рисунок 1.1). Для достижения пространственного синхронизма в данном направлении при угле конуса падающего БСП 44 град потребуется частота звука, равная 200 МГц.

Из графика видно, что в рассматриваемой геометрии дифракции интеграл  $g(\theta)$ , описывающий перекрытие радиальных и азимутальных компонент БСП и  $z$  – компоненты БАП, имеет максимальное значение при выполнении условия продольного синхронизма, когда  $\Delta k_z = 0$ .

Далее была рассчитана резонансная кривая, описывающая зависимость эффективности дифракции от угла отклонения от направления полного синхронизма. Полный синхронизм здесь означает, что в направлении максимума интеграла перекрытия реализуется также и согласование фазовых скоростей, т. е. волновая расстройка  $\Delta k_z$  равна нулю.

Для расчета резонансной кривой использовалась формула для эффективности дифракции в одну поперечную моду, следующая из укороченных уравнений (3.1)

$$\begin{aligned} \eta(\theta) &= \frac{W_{m+n}^o(\theta) / W_m^o(\theta) \chi_{m+n,m}^{oo}(\theta)^2}{[\Delta k_z(\theta) / 2]^2 + \chi_{m+n,m}^{oo}(\theta) \chi_{m,m+n}^{oo}(\theta)} \times \\ &\times \sin^2 \left( L \sqrt{[\Delta k_z(\theta) / 2]^2 + \chi_{m+n,m}^{oo}(\theta) \chi_{m,m+n}^{oo}(\theta)} \right), \end{aligned}$$

где  $L$  – длина взаимодействия. Значение  $L$  рассчитывалось из уравнения

$$\sin \left( L \sqrt{\chi_{m+n,m}^{oo}(\theta) \chi_{m,m+n}^{oo}(\theta)} \right) = 1,$$

соответствующего условию максимума интенсивности дифрагированного поля в направлении полного синхронизма.

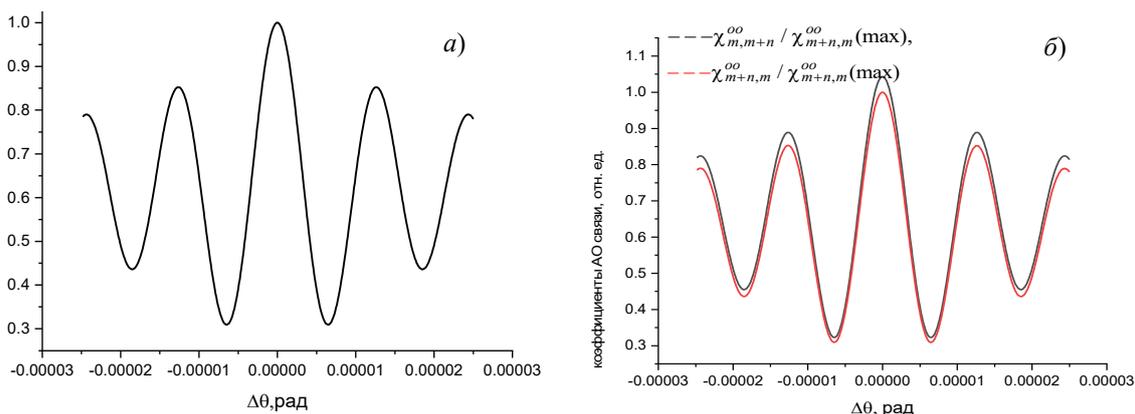


Рисунок 3.1 – Угловая зависимость интеграла перекрытия (а) и коэффициентов АО связи (б), описывающих прямую и обратную перекачку энергии при АО взаимодействии, обусловленная взаимодействием различных компонент бesselевых светового и акустического пучков

При мощности акустической волны 1 Вт длина  $L$  оказалась равной 5.2 мм. В итоге, резонансная кривая эффективности имеет вид, показанный на рисунке 3.2. Она, как видим, симметрична относительно направления синхронизма. Угловая полуширина кривой синхронизма при рассматриваемых углах конусности взаимодействующих БСП примерно 0,003 мрад.

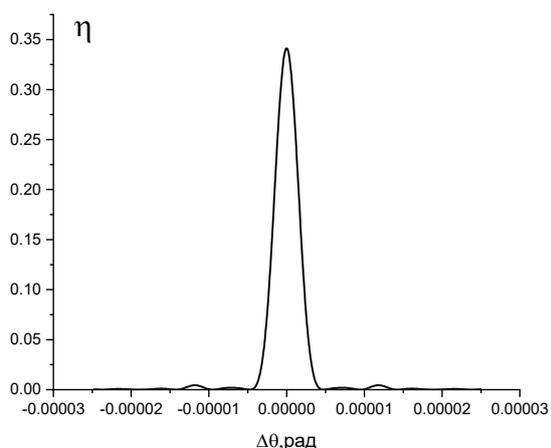


Рисунок 3.2 – Резонансная кривая акустооптического взаимодействия БСП и БАП

Резонансная кривая на рисунке 3.2 показывает, что процесс АО взаимодействия происходит в достаточно узкой цилиндрической области, ограничивающей пучки. Воспользовавшись формулой  $\Delta\theta \approx \lambda/R_b$ , описывающей угловое расстояние бesselевых мод в цилиндрической области радиусом  $R_b$ , получим, что при  $R_b = 2$  см  $\Delta\theta \approx 0,03$  мрад. При этом центральная мода имеет относительную эффективность дифракции  $\sim 0,36$ , что связано с малой угловой шириной резонансной кривой.

### Заключение

Таким образом, в работе предложен и описан режим поляризационно изотропной АО

дифракции бesselевых светового пучка ТЕ типа на SV- поляризованной акустической волне. Такой тип АО дифракции реализует новый метод получения бesselевых пучков, отличающийся возможностями динамического управления параметрами генерируемого БСП, а также переноса винтовых дислокаций из акустического бesselева пучка на световой.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Auld, B.A. Acoustic Fields and Waves in Solids / B.A. Auld // John Wiley & Sons, Inc. – 1973. – Vol. 1. – 430 p.
2. Transformation of phase dislocations under acousto-optic interaction of optical and acoustical Bessel beams / V.N. Belyi [et al.] // J. Opt. 18 (7). – 2016. – P. 074002-08.
3. Features of the acousto-optic interaction of Bessel light beams and Bessel acoustic beams in transversely isotropic crystals / V.N. Belyi [et al.] // J. Opt. Technol. – 2017. – Vol. 84, № 2. – P. 130–136.
4. Low-frequency backward acousto-optical scattering of Bessel light beams / V.N. Belyi [et al.] // Opt. comm. – 2018. – Vol. 415. – P. 6–12.
5. Nondiffracting bulk-acoustic X waves in crystals / J. Salo [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 1999. – Vol. 83, № 6. – P. 1171–1174.
6. Salo, J. Nondiffracting waves in anisotropic media / J. Salo, M.M. Salomaa // Phys. Rev. E. – 1999. – Vol. 67, № 5. – 056609 (9 p.).
7. Honarvar, F. Acoustic wave scattering from transversely isotropic cylinders / F. Honarvar, A.N. Sinclair // J. Acoust.Soc. Am. – 2003. – Vol. 100, № 1. – P. 57–63.
8. Ahmad, F. Acoustic scattering by transversely isotropic cylinders / F. Ahmad, A. Rahman // Int. J. Eng. Sci. – 2000. – Vol. 38, № 5. – P. 325–335.

Поступила в редакцию 27.03.2024.

### Информация об авторах

Хило Петр Анатольевич – д.ф.-м.н., профессор  
Ревенок Марина Анатольевна – старший преподаватель