

Расчет данных уравнений показывает, что в первые 10 мкс сразу после воздействия возникает интенсивное (взрывное) испарение мишени, что приводит как к образованию радианной плазмы, так и к формированию ударных волн из-за очень высокой плотности газа (плазмы).

На рисунке 1 представлены временные зависимости смещения фронта ударной волны (кривая 1) и фронта лазерной эрозионной плазмы (кривая 2) от поверхности металлических образцов. На этом же рисунке приведена временная зависимость смещения фронта светящегося плазменного образования (кривая 3).

Литература

1. Иванов, А.Ю. Акустическая диагностика процесса лазерной обработки материалов: монография / А.Ю.Иванов. – Гродно: ГрГУ, 2007. – 208 с.

2. Гладуш, Г.Г. Особенности сварки металлов излучением импульсно-периодического Nd:YAG-лазера малой мощности / Г.Г. Гладуш, А.Ф. Глова, С.В. Дробязко // Квантовая электроника. – 2006. – Т. 36, № 11. – С.1080 – 1082.

3. Tarasenko, N.N. Laser treatment of nanoparticles in liquids. / N.N. Tarasenko, A.V.Butsen, N.V. Tarasenko, V.V.Pankov // VII International conference “Plasma physics and plasma technology” (Minsk, Belarus, September 17 – 21, 2012). Contributed papers. In two volumes. – Minsk, “Kovcheg”. – 2012. – Volume II. – P. 479–482.

А.В. Бужан (ГГУ имени Ф.Скорины, Гомель)

Науч. рук. **В.Н. Капшай**, канд. физ.-мат. наук, доцент

ТЕОРЕМА ГАУССА И ЗАРЯДЫ НА ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Использование теоремы Гаусса для нахождения поля, создаваемого системой симметрично расположенных зарядов, позволяет избежать вычисления сложных интегралов. Однако, при нахождении поля, создаваемого зарядами, находящимися на некоторой поверхности, в точке, принадлежащей этой поверхности, теорема Гаусса напрямую неприменима. В таких случаях следует произвести непосредственный расчёт электрической напряжённости. Произведём такой прямой расчёт электрического поля, создаваемого равномерно заряженной бесконечной поверхностью цилиндра радиуса ρ_0 :

а) внутри цилиндра; б) вне цилиндра; в) на поверхности цилиндра.

Ось Oz направим вдоль оси цилиндра. Разобьём поверхность цилиндра на прямолинейные полосы, параллельные оси, столь узкие, что каждую из них можно считать заряженной нитью. Поле нити, рассчитываемое непосредственным интегрированием, будем считать известным.

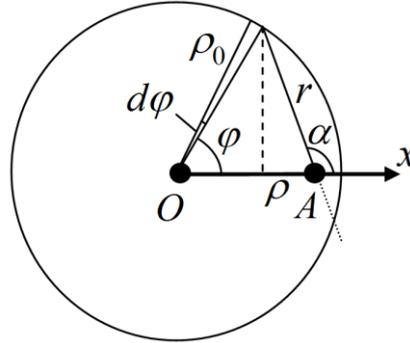


Рисунок 1 – Поле внутри цилиндра

а) Пусть точка A находится на расстоянии $\rho < \rho_0$ от оси цилиндра. Пусть ось Ox , перпендикулярная оси Oz , проходит через точку A (рис. 1). Рассмотрим полосу, для которой полярный угол принадлежит промежутку $[\varphi; \varphi + d\varphi]$. Эта полоса создаёт в точке A поле (поле бесконечной нити),

$$dE = \frac{d\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}; \quad dE_x = -\frac{d\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \cos \alpha, \quad (1)$$

линейная плотность заряда такой нити равна

$$d\lambda = \sigma dl = \sigma \rho d\varphi, \quad (2)$$

где r – расстояние от выделенной полосы до точки A , α – угол между осью Ox и перпендикуляром от A к полосе. Учтём теоремы косинусов и синусов:

$$r^2 = \rho_0^2 + \rho^2 - 2\rho\rho_0 \cos \varphi, \quad \frac{\sin \alpha}{\rho_0} = \frac{\sin \varphi}{r}. \quad (3)$$

Для x -проекции напряженности поля, создаваемого полосой, имеем

$$dE_x = \frac{d\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \sqrt{1 - \frac{\rho_0^2}{r^2} \sin^2 \varphi} = \frac{\sigma \rho_0 d\varphi}{2\pi\epsilon_0} \frac{\rho - \rho_0 \cos \varphi}{\rho_0^2 + \rho^2 - 2\rho\rho_0 \cos \varphi}. \quad (4)$$

Интегрируя выражение (4) по углу φ в пределах $[0; 2\pi]$, получим

$$E_x = \int_0^{2\pi} \frac{\sigma \rho_0}{2\pi\epsilon_0} \frac{\rho - \rho_0 \cos \varphi}{\rho_0^2 + \rho^2 - 2\rho\rho_0 \cos \varphi} d\varphi = \frac{\sigma \rho_0}{4\pi\epsilon_0 \rho_0} \left[\int_0^{2\pi} d\varphi + \int_0^{2\pi} \frac{\rho^2 - \rho_0^2}{\rho_0^2 + \rho^2 - 2\rho\rho_0 \cos \varphi} d\varphi \right]. \quad (5)$$

Воспользуемся известным интегралом (вычисление которого требует использования теории функции комплексной переменной)

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{1-a \cdot \cos \varphi} d\varphi = \frac{2\pi}{\sqrt{1-a^2}}. \quad (6)$$

С учётом (6), напряженность поля E_x будет равна

$$E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{\rho_0}{\rho} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{\rho_0}{\rho} \frac{\rho^2 - \rho_0^2}{|\rho^2 - \rho_0^2|} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{\rho_0}{\rho} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{\rho_0}{\rho} \frac{\rho - \rho_0}{|\rho - \rho_0|}. \quad (7)$$

Поскольку точка A находится внутри цилиндра, то

$$E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{\rho_0}{\rho} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{\rho_0}{\rho} \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0 - \rho} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{\rho_0}{\rho} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{\rho_0}{\rho} = 0, \quad (8)$$

две другие компоненты равны нулю по соображениям симметрии. Таким образом, напряжённость поля внутри тонкостенного бесконечно длинного цилиндра равна нулю, что согласуется с теоремой Гаусса.

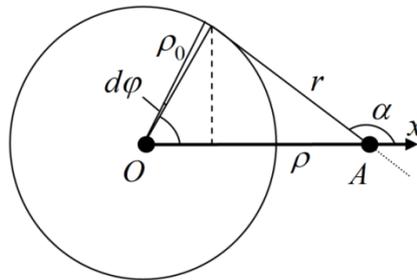


Рисунок 2 – Поле вне цилиндра

б) Пусть точка A находится на расстоянии $\rho > \rho_0$ от оси цилиндра (рис. 2). Для нахождения напряжённости $\vec{E}(\rho)$ в этом случае последовательность действий будет такой же, как и в пункте а), формулы (1)–(7) полностью справедливы и в этом случае. Однако, для точек, находящихся вне цилиндра, модуль в выражении (7) раскроется как $|\rho - \rho_0| = \rho - \rho_0$, поэтому в этом случае

$$E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{\rho_0}{\rho} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{\rho_0}{\rho} \frac{\rho - \rho_0}{\rho - \rho_0} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{\rho_0}{\rho} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{\rho_0}{\rho} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \frac{\rho_0}{\rho}. \quad (9)$$

Если учесть, что $\sigma = \lambda / (2\pi\rho_0)$, где λ – линейная плотность заряда цилиндра, то выражение (9) примет вид

$$E_x = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \frac{1}{\rho}. \quad (10)$$

Это означает, что заряженный цилиндр создаёт вне себя такое же поле, как и заряженная струна с той же линейной плотностью заряда, расположенная вдоль оси цилиндра. Этот результат получается и при использовании теоремы Гаусса.

в) Пусть теперь точка A находится на расстоянии $\rho = \rho_0$ от оси (рис. 3).

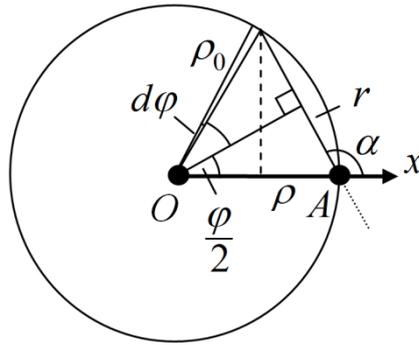


Рисунок 3 – Поле на поверхности цилиндра

Выражения (1) и (2), разумеется, не изменятся, что же касается формул (3), то условие $\rho = \rho_0$ позволяет записать очевидные из рисунка 3 выражения для r и $\cos \alpha$:

$$r = 2\rho_0 \sin \frac{\varphi}{2}, \quad \cos \alpha = -\frac{r}{2\rho_0} = -\sin \frac{\varphi}{2}. \quad (11)$$

Используя выражения (1), (2) и (11), получим

$$dE_x = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sin \frac{\varphi}{2}} \sin \frac{\varphi}{2} d\varphi = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} d\varphi. \quad (12)$$

Интегрирование этого выражения элементарно, а учитывая, что $\sigma = \lambda / (2\pi\rho_0)$, получим

$$E_x = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\rho_0}. \quad (13)$$

Любопытно отметить, что в точке на поверхности цилиндра, для которой применение теоремы Гаусса оказывается самым сложным, прямой расчёт поля согласно принципу суперпозиции приводит к самому простому и легко вычисляемому интегралу.

Таким образом, напряжённость электрического поля, создаваемого равномерно заряженной бесконечно длинной цилиндрической поверхностью, на расстоянии ρ от оси цилиндра есть

$$E(\rho) = \begin{cases} 0, & \rho < \rho_0; \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma}{\epsilon_0}, & \rho = \rho_0; \\ \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot \frac{\rho_0}{\rho}, & \rho > \rho_0. \end{cases} \quad (14)$$

В заключение отметим, что в литературе обычно приводится другой ответ, отличающийся от (14) при $\rho = \rho_0$. [1-3]

Литература

1. М. Планк. «Введение в теоретическую физику. Том 3. Электричество и магнетизм», 1933. стр. 42.
2. Д.В. Сивухин. «Общий курс физики. Том 3. Электричество и магнетизм», 1983. стр 31.
3. А.Н. Матвеев. «Электричество и магнетизм», 1983. стр 82.

А.К. Газенко, А.В. Ларькин (БГУ, Минск)
Науч. рук. **А.В. Ларькин**, ст. преподаватель

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ЦИКЛЫ И ТЕПЛОВЫЕ СХЕМЫ ЯДЕРНЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВОК (ЦИКЛ МОДЕЛЬНЫХ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ)

Введение. В настоящее время актуальным и важным для Республики Беларусь является вопрос подготовки квалифицированных специалистов в области использования атомной энергии. Цикл модельных лабораторных работ разработан для специализации «Физика ядерных реакторов и атомных энергетических установок» специальности «Ядерная физика и технологии» первой ступени высшего образования.

Методика эксперимента. В рамках работы проведено моделирование термодинамических циклов Карно, Отто, Дизеля и Ренкина. С использованием методов термодинамического и эксергетического анализа получены следующие расчётные формулы КПД циклов и уравнения баланса:

$$\text{Цикл Карно} \begin{cases} Q_1 = \int T dS = T_1 (S_2 - S_1) = T_1 \Delta S \\ Q_2 = T_2 (S_2 - S_1) = T_2 \Delta S \end{cases} \quad \eta_T = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

где Q_1 – количество теплоты, полученное рабочим телом от нагревателя при изотермическом расширении, Q_2 – количество теплоты, отданное рабочим телом холодильнику при изотермическом сжатии, ΔS – разность энтропий, η_T – термический КПД.

$$\text{Цикл Отто} \begin{cases} q_1 = c_v (T_3 - T_2) = c_v T_1 (\Delta \varepsilon^{k-1}) \\ q_2 = c_v (T_4 - T_1) = c_v T_1 \left(1 - \frac{\Delta}{\varepsilon^{k-1}} \right) \end{cases} \quad \eta_T = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}}$$

где q_1 – количество теплоты, подводимого к рабочему телу в изохорном процессе, q_2 – количество теплоты, отводимого от рабочего тела