

Г. М. БАРТЕНЕВ, И. В. РАЗУМОВСКАЯ, Е. С. САВИН

## ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И ПРЕДЕЛЬНАЯ ПРОЧНОСТЬ И ЗАКОН СООТВЕТСТВЕННЫХ СОСТОЯНИЙ

(Представлено академиком П. А. Ребиндером 27 XI 1969)

Под теоретической прочностью  $\sigma_m$  твердых тел в соответствии с классическим определением этой величины (1, 2) понимается прочность бездефектного материала при 0° К в условиях квазистатической однородной деформации растяжения (одноосной или всесторонней) (3). В последние годы аналогичное понятие потребовалось для характеристики высокопрочных микронеоднородных материалов, типа «бездефектных» стекловолокон (4), высокопрочного стекла (5) или «усов» (6). Соответствующая величина может быть названа предельной прочностью данного материала.

Как в случае теоретической, так и в случае предельной прочности разрушение материала рассматривается как своеобразная сублимация: на атомы (атомные плоскости) при всестороннем (одноосном) растяжении идеальной структуры или на частицы с размерами порядка областей микронеоднородности при «квазисублимации» микронеоднородной структуры. Подобный характер разрушения обусловлен однородностью высокопрочных структур — на атомном уровне для идеальной и на надатомном для микронеоднородной структуры.

Оценки теоретической и предельной прочности при 0° К важны для определения того эталона, к которому следует стремиться при получении высокопрочных и сверхпрочных реальных материалов. Однако этот эталон может оказаться неверным, если не учтены рабочие температуры данного материала. По мере повышения температуры максимально возможная прочность структуры уменьшается, причем темп этого уменьшения зависит как от типа межатомных связей в твердом теле, так и от его надатомной структуры.

Таким образом, представляется целесообразным рассмотрение температурной зависимости максимальной прочности  $\sigma_{max}$  однородной высокопрочной структуры: прочности, которая удовлетворяет тем же условиям разрушения — сублимации, что и теоретическая или предельная прочность, но при  $T > 0^\circ \text{K}$ . Флуктуационные механизмы возникновения и развития дефектов исключим предположением о предельно малых временах испытания. Учтем только среднее статистическое влияние температуры, связанное с тепловым расширением твердого тела.

Следует ожидать, что температурную зависимость максимальной прочности удобнее представить в безразмерных условных единицах с использованием принципа соответственных состояний.

1. Рассмотрим в начале идеальную структуру в простейшем случае всестороннего однородного растяжения. Считаем структуру изотропной (идеальное стекло), что дополнительно оправдано применяемым ниже приближением Дебая.

Общее давление в идеальной структуре определяется формулой

$$P = - \left( \frac{\partial F}{\partial V} \right)_T = - \frac{\partial F_0}{\partial V} + \frac{1}{V} \sum_{\beta} \hbar \omega_{\beta} \left( \bar{n}_{\beta} + \frac{1}{2} \right) \gamma_{\beta}, \quad (1)$$

где  $F(V, T)$  — свободная энергия твердого тела;  $F_0(V)$  — равновесный по-



тенциал; второй член (тепловое давление) дан в гармоническом приближении;  $V$  — объем;  $\omega_\beta$  — циклическая частота;  $\hbar$  — постоянная Планка;  $\gamma_\beta = -\frac{V}{\omega_\beta} \frac{\partial \omega_\beta}{\partial V}$ , и индекс  $\beta$  включает суммирование как по волновым векторам, так и по поляризации фононов.

Теоретическая прочность определяется соотношением

$$\sigma_m = (\partial F_0 / \partial V)_{V_K}, \quad (2)$$

где критическое значение объема  $V_K$  соответствует условию

$$(\partial^2 F_0 / \partial V^2)_{V_K} = 0,$$

максимальная прочность при  $T > 0^\circ \text{K}$  равна

$$\sigma_{\max} = (\partial F / \partial V)_{T, V'_K}, \quad \text{где } (\partial^2 F / \partial V^2)_{T, V'_K} = 0. \quad (3)$$

В рассматриваемом случае однородного нагрева всесторонне (равномерно) растянутой изотропной структуры влияние скалярного темпера-

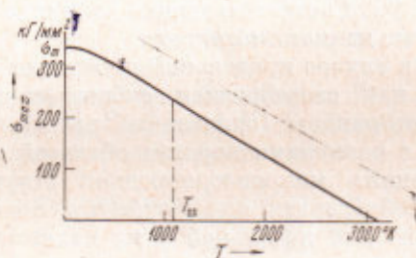


Рис. 1

Рис. 1. Температурная зависимость прочности кристалла NaCl, рассчитанная по формуле (5),  $T_D = 320^\circ \text{K}$ ;  $\gamma = 1,63$

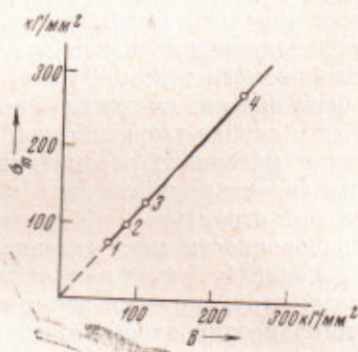


Рис. 2

Рис. 2. Связь теоретической прочности  $\sigma_m$  и модуля всестороннего сжатия для щелочных металлов по данным (14), иллюстрирующая формулу (8a). 1 — Na; 2 — K; 3 — Rb; 4 — Cs.  $\chi(0^\circ \text{K}) \approx 1,14$

турного поля (теплого давления фононного газа) идентично действию шарового тензора напряжений. Поэтому в качестве критерия разрушения можно рассматривать удлинение межатомных связей до некоторой критической величины  $r_*$ . Эта величина совпадает с критическим удлинением связей при  $0^\circ \text{K}$  и  $\sigma = \sigma_m$ .

При некоторой критической температуре сублимации  $T_*$  межатомные связи растянуты до длины  $r_*$  только за счет внутреннего теплового давления: максимальная прочность равна нулю.

При таком подходе естественно использовать схему Линдемана (7). Температура «плавления»  $T_{пл}$  по этой схеме соответствует некоторому критическому значению средней квадратичной флуктуации  $\sqrt{\langle \delta \lambda^2 \rangle}$  межатомных расстояний, порядка 10% от самого межатомного расстояния\*. По физическому смыслу  $T_{пл}$  Линдемана ближе не к температуре плавления, а к интересующей нас температуре  $T_*$  сублимации идеальной структуры, и связана с дебаевской температурой  $T_D$  соотношением

$$T_D = BT_{пл}^{1/2} A^{-1/2} D_0^{1/2}, \quad (4)$$

\* 10-процентное удлинение межатомных связей обычно фигурирует при грубых оценках теоретической прочности (см., например, формулу Орована (8)  $\sigma_m \approx 0,1E$ ).



где  $A$  — атомный вес, а  $D_0$  — плотность вещества. Коэффициент  $B$ , найденный эмпирически, близок к 120.

Температура  $T_*$  должна определяться аналогичной формулой, но с несколько иным значением константы  $B$ . Так как  $T_*$  существенно больше  $T_{пл}$ , то мгновенная (кратковременная) прочность жидкости достаточно велика и по порядку величины сравнима с  $\sigma_m$  <sup>(9)</sup>.

На рис. 1 дана кривая температурной зависимости максимальной прочности идеальной структуры каменной соли (при пренебрежении анизотропной структуры), рассчитанная на ЭВМ М-20 по формуле

$$\sigma_{\max} = \left[ \frac{dU}{dV} - \frac{3kT}{V} \frac{d \ln T_D}{d \ln V} f_D \left( \frac{T_D}{T} \right) \right]_{\max}, \quad (5)$$

где  $U$  — потенциальная энергия атома,  $V$  — объем, приходящийся на один атом, и  $f_D$  — функция Дебая.

Очевидно, что в силу принципа соответственных состояний <sup>(10)</sup> результаты рис. 1 могут быть применены также к другим ионным кристаллам, если их отложить в координатах  $(\sigma_{\max} / \sigma_m, T / T_*)$ .

Принцип соответственных состояний оказывается полезен и при другом косвенном методе расчета максимальной (теоретической) прочности: расчета по формуле типа формулы Орована

$$\sigma_{\max}(T) = \kappa(T)B(T), \quad (6)$$

где  $B$  — модуль упругости при всестороннем растяжении, а коэффициент  $\kappa$  меняется в пределах 0,1—1 <sup>(3)</sup>.

Покажем, что коэффициент  $\kappa$  одинаков для твердых тел одного класса (например, всех ионных кристаллов или всех щелочных металлов), если эти твердые тела рассматривать при соответственных температурах, в частности, при 0° К.

Известно <sup>(10)</sup>, что межатомные потенциалы могут быть записаны в виде

$$\Phi(r) = D\varphi(r/a), \quad (7)$$

где  $D$  — энергетическая константа,  $r$  — межатомное расстояние,  $r/a$  — безразмерный параметр. Для твердых тел одного класса функция  $\varphi$  одинакова. Введение обычных безразмерных параметров: объема  $V^* = V/a^3$ , энергии  $\Phi^* = \Phi/D$ , температуры  $T^* = kT/D$  позволяет получить соотношение

$$\frac{\sigma_{\max}}{B} = \left\{ \frac{(\partial\Phi^*/\partial V^*)_{\max}}{[\partial^2\Phi^*/(\partial V^*)^2]_{V^*=1}} \right\}_{T^*} = \kappa(\varphi; T^*), \quad (8)$$

где  $\sigma_{\max}$  определяется формулой (2).

В частном случае  $T^* = 0$

$$\sigma_m/E = \kappa(\varphi; 0^\circ \text{K}). \quad (8a)$$

Таким образом, рассчитав коэффициент  $\kappa$  для одного твердого тела, можно оценить температурную зависимость максимальной прочности всех других твердых тел данного класса по температурной зависимости их модулей. На рис. 2 приводится график зависимости  $\sigma_m(B)$  для щелочных металлов <sup>(11)</sup>, иллюстрирующий формулу (8a).

2. Разрушение — сублимацию высокопрочных микро неоднородных структур можно рассматривать по аналогичной схеме. Рассмотрим случай структуры с линейным размером области микро неоднородности  $r$  и достаточно ослабленными границами, чтобы можно было подходить к этим областям как к квазинезависимым кинетическим единицам (квазиатомам). Процесс разрушения в этом случае представляет собой распад материала на частицы коллоидных размеров  $r$ .

Подтверждением правильности подобного подхода служит механизм разрушения «бездефектных» стеклянных волокон <sup>(4)</sup>, которые разруша-



ются «в пыль». Из простейшего предположения о переходе всей упругой энергии стекла в энергию образования свободных поверхностей «осколков» следует формула

$$\sigma_{\max} \approx \sqrt{E\alpha^* / r}, \quad (9)$$

где  $\alpha^*$  — характеристическая энергия предельно быстрого разрушения, включающая как поверхностную энергию, так и механические потери; формула (9) при  $r$ , равном межатомному расстоянию  $\lambda$ , переходит в уточненную нами (12) формулу Орована. Для бездефектных стекловолокон с реальной микронеоднородной структурой прочностью в вакууме порядка 500 кГ/мм<sup>2</sup>, откуда следует  $r \cong 100 \text{ \AA}$ , а это как раз характерные линейные размеры областей микронеоднородностей в стеклах.

Очевидно, что предположение о квазинезависимости микрообластей выполняется тем лучше, чем выше температура.

Введем степень разрыхления  $\chi$ -связей на границах микрообластей, считая, что по природе эти связи не отличаются от связей в объеме микрообласти:  $\chi = \rho_0 / \rho > 1$ , где  $\rho_0 = \lambda^{-2}$  и  $\rho$  — плотности атомных связей на единицу площади соответственно в объеме и на поверхности раздела. При  $T = 0^\circ \text{ К}$  предельная прочность равна

$$\sigma_{\text{пр}} = \frac{1}{\chi} \sigma_m. \quad (10)$$

Частота относительных тепловых колебаний «квазиатомов» и температура «квазисублимации» равны

$$\nu' = \nu_0 \sqrt{\lambda / \chi r}; \quad T_*' = T_* \sqrt{\lambda / \chi r}, \quad (11)$$

где  $\nu_0$  — основная частота колебаний атомов;  $\lambda$  — равновесное межатомное расстояние;  $\chi$  — степень разрыхления связей на границах областей;  $\nu'$  и  $T_*'$  (а следовательно темп падения  $\sigma_{\max}$  с повышением температуры) существенно зависят от размеров областей неоднородности  $r$  и степени разрыхления  $\chi$ .

3. В развитой выше схеме мы не рассматривали медленного разрыхления идеальной и микронеоднородной структуры под действием  $\sigma < \sigma_{\max}$  и тепловых флуктуаций. Такое разрыхление должно постепенно формировать области микронеоднородности, отличные от начальных, и приводить в итоге к своеобразной цепной реакции — взрыву (13).

Государственный педагогический институт  
им. В. И. Ленина  
Москва

Поступило  
13 XI 1969

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> M. Born, Atomtheorie des festen Zustandes, Leipzig, 1923. <sup>2</sup> F. Zwicky, Phys. Zs., 24, 131 (1923). <sup>3</sup> Г. М. Барте́нев, И. В. Разумовская, ДАН, 133, 341 (1960). <sup>4</sup> Г. М. Барте́нев, Silikattechnik, 18, 315 (1967). <sup>5</sup> Ф. Ф. Витман, Г. С. Пугачев, В. Р. Пух, Стекло и керамика, 9, 12 (1965). <sup>6</sup> Дислокации и механические свойства кристаллов, М., 1960. <sup>7</sup> F. Lindemann, Phys. Zs., 11, 609 (1910). <sup>8</sup> E. Orowan, Nature, 154, 341 (1944). <sup>9</sup> Я. И. Френкель, Кинетическая теория жидкостей, Сборн. избр. тр., 3, М.—Л., 1959. <sup>10</sup> И. З. Фишер, Статистическая теория жидкостей, М., 1961. <sup>11</sup> Е. Г. Коряк-Дороненко, Кандидатская диссертация, Нальчик, 1968. <sup>12</sup> Г. М. Барте́нев, Ю. С. Зуев, Прочность и разрушение высокоэластических материалов, 1964. <sup>13</sup> Г. М. Барте́нев, И. В. Разумовская, Физ.-хим. мех. матер., № 1 (1969).