Доклады Академии наук СССР
1970. Том 192, № 4

УДК 555.511 *ГЕОФИЗИКА*

Г. П. КУРБАТКИН

НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ МОДЕЛИРОВАНИЯ УЛЬТРАДЛИННЫХ АТМОСФЕРНЫХ ВОЛН

(Представлено академиком А. А. Дородницыным 23 VIII 1968)

Основы гидродинамической теории долгосрочного прогноза погоды были заложены в 1943 г. ([1]). В настоящее время разработан ряд численных схем долгосрочного прогноза малой и большой заблаговременности ([2]). В данной статье затронуты некоторые вопросы в связи с возможным построением численной схемы прогноза погоды на средний срок (на 1—3 недели).

В работе ([3]) была предпринята попытка объяснить особенности поведения ультрадлинных волн в атмосфере с помощью простейшей модели, включающей влияние «климатической» неоднородности поверхности Земли. Было показано, что наиболее типичное поведение наблюдаемых в атмосфере ультрадлинных волн возможно для рассмотренной модели, если отношение амплитуд A / a находится в пределах от 1 до $^1/_2$. Через A обозначена амплитуда стационарной компоненты ультрадлинной волны; a — амплитуда конкретной ультрадлинной волны (которая может быть усилена циклоническими волнами) в момент совпадения фазы ее подвижной компоненты с фазой стационарной компоненты. Наиболее типичное поведение ультрадлинных волн — это колебания, достигающие четверти длины волны на запад и восток относительно нормального положения.

Мы не знаем аналогичного критерия для реальной атмосферы. Но если все же полученный в работе ([3]) результат с некоторыми допущениями относить к реальной атмосфере, это будет означать, что нестационарная компонента ультрадлинной волны может быть сравнима по амплитуде со стационарной компонентой. Значит, ультрадлинная волна может представлять интерес как объект прогнозирования на более короткий срок, чем сезон. С другой стороны, это означает, что нестационарная компонента не так велика, чтобы при описании ультрадлинных волн можно было пренебречь климатическими неоднородностями подстилающей поверхности. Последнее обстоятельство, в свою очередь, вселяет некоторую уверенность в возможность построения численной схемы прогноза на средний срок (на 1—3 недели), которая будет предвычислять планетарную циркуляцию атмосферы (ультрадлинные волны и среднее зональное течение) как результат их *нелинейного инерционного* взаимодействия с квазистационарными климатическими источниками. При этом влияние возмущений циклонического масштаба, по-видимому, можно будет описывать параметрически, основываясь на теории бароклинной и баротропной неустойчивости атмосферы.

Прежде чем построить такую схему прогноза, мы должны изучить основные механизмы взаимодействия следующих трех процессов: 1) циклонические волны (характерное время $\tau \sim 10^5$ сек., характерный горизонтальный масштаб $L \sim 10^6$ м), 2) ультрадлинные волны ($\tau \sim 10^6$ сек., $L \sim 10^7$ м), 3) «климат» ($\tau \sim 10^7$ сек., $L \sim 10^7$ м). В первом приближении они могут быть описаны моделью Филлипса ([4]), дополненной явлениями, которые зависят от неоднородностей подстилающей поверхности вдоль круга широты:

$$\frac{\partial\nabla^2\psi^1}{\partial t}-\Lambda^2\frac{\partial(\psi^1-\psi^3)}{\partial t}=-(\psi^1,\nabla^2\psi^1)-\beta\frac{\partial\psi^1}{\partial x}-\Lambda^2\left[(\psi^1,\psi^3)+\frac{R}{c_p l}\frac{d\theta}{dt}\right];\quad (1)$$

$$\frac{\partial\nabla^2\psi^3}{\partial t}+\Lambda^2\frac{\partial(\psi^1-\psi^3)}{\partial t}=-(\psi^3,\nabla^2\psi^3)-\beta\frac{\partial\psi^3}{\partial x}+\Lambda^2\left[(\psi^1,\psi^3)+\frac{R}{c_p l}\frac{dQ}{dt}\right]-$$
$$-\frac{2gl}{RT_4}\left[w_\xi+w_H-\frac{l}{2g}\frac{\partial\psi^3}{\partial t}\right]. \quad (2)$$

ψ^1 и ψ^3 — функции тока на уровнях 250 и 750 мб;

$$(\psi,\nabla^2\psi)=\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\nabla^2\psi}{\partial y}-\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial\nabla^2\psi}{\partial x};\quad \nabla^2=\partial^2/\partial x^2+\partial^2/\partial y^2;$$

$\Lambda^2=gl^2/(\gamma_a-\gamma)R^2T_2=\mathrm{const}$; $\beta=dl/dy$ (l — параметр Кориолиса); dQ/dt — осредненный по вертикали радиационный приток тепла к единице массы; R — газовая постоянная; c_p — теплоемкость воздуха при постоянном давлении; g — ускорение силы тяжести; T_2 — средняя температура воздуха на уровне 500 мб; T_4 — средняя температура воздуха на уровне 1000 мб; w_ξ — вертикальная скорость на нижней границе атмосферы, порождаемая рельефом Земли $\xi(x, y)$:

$$w_\xi={}^1/_2(\psi^3,\xi); \quad (3)$$

w_H — вертикальная скорость на верхней границе планетарного пограничного слоя ([5, 6]);

$$w_H=\frac{1}{2\sqrt{2l}}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\psi^3}{\partial x}-\frac{\partial\psi^3}{\partial y}\right)\sqrt{k}+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\psi^3}{\partial x}+\frac{\partial\psi^3}{\partial y}\right)\sqrt{k}\right],$$
$$k=\frac{2G^2}{cl}\left[1+\frac{2{,}3gR}{c_p l p_4}\frac{P}{G^2}\right],\quad 4G^2=\left(\frac{\partial\psi^3}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\psi^3}{\partial y}\right)^2; \quad (4)$$

$P(x, y)$ — «климатический» турбулентный поток тепла; $p_4=1000$ мб; c — константа.

Будем искать частное решение уравнений (1) — (2) в виде

$$\psi^j(x,y,t)=-a_{00}^j y+\sum_{n=1}^{N_0}a_{2n,0}^j\sin 2n\lambda y+\sum_{n=1}^{N_1}\sum_{m=1}^{M_1}a_{n,m}^j e^{imkx}\times$$
$$\times\sin n\left(\lambda y+\frac{\pi}{2}\right) \quad (5)$$

($j=1, 3$), $\lambda=\pi/2W$, $k=2\pi/L$. Тем самым мы сводим (1) — (2) к системе обыкновеных дифференциальных уравнений для определения $da_{2n,0}^j/dt$, $da_{n,m}^j/dt$. Граничные условия по x и y (периодичность по x с длиной периода L и $v_g\equiv\partial\psi/\partial x=0$ при $y=\pm W$) будут удовлетворяться автоматически, если в w_ξ и w_H (при произвольно заданных $\xi(x, y)$, $P(x, y)$ над сушей и произвольно заданной температуре поверхности океана) оставлять только те гармоники, которые входят в разложения ([5]). В данной модели можно принять $a_{00}^1=\mathrm{const}$ и $a_{00}^3=\mathrm{const}$ ($a_{00}^1>a_{00}^3$) и механизм радиационного нагревания атмосферы задать в виде ([7]):

$$\frac{R}{c_p l}\frac{dQ}{dt}=r\sum_{n=1}^{N_2}[(a_{2n,0}^{1*}-a_{2n,0}^{3*})-(a_{2n,0}^1-a_{2n,0}^3)]\sin 2n\lambda y, \quad (6)$$

$\psi^{1*}-\psi^{3*}=\dfrac{R}{l}T_2^*$; T_2^* — температура лучистого равновесия на уровне 500 мб.

С помощью (1) — (6) важно рассмотреть следующие задачи.

1) Возникновение нестационарной компоненты ультрадлинных волн при численном интегрировании уравнений (1) — (2) на длительный срок.

Чтобы точнее описывать перенос кинетической энергии самым длинным волнам из волн среднего масштаба в процессе нелинейного взаимодействия и чтобы обеспечивать сходимость трижды дифференцируемых по x и y рядов в правых частях уравнений (1) — (2), должно быть взято достаточно большое число гармоник в разложениях функции тока (5). Интересно рассмотреть соотношение подвижных и квазистационарных (зависящих от неоднородностей поверхности Земли) компонентов ультрадлинных волн.

2) Исследовать возможность предвычисления изменений средней зональной скорости и ультрадлинных волн на срок 1—3 недели без явного описания циклонических возмущений, т. е. возможность прогноза коэффициентов Фурье $a^j_{n,m}(t)$, например, с индексами $m = 0$, 1 и 2, если в данной модели $L = 1{,}5 \cdot 10^7$ м.

Уравнения (1) и (2) могут быть записаны в виде

$$da^j_{n,m}/dt = F^j_{n,m} + f^j_{n,m}, \qquad (7)$$

$j = 1, 3$; $n = 2, 4, 6, \ldots, N_0$, если $m = 0$; $n = 1, 2, 3, \ldots, N_1$, если $m = 1, 2, 3, \ldots, M_1$, $F^j_{n,m}$ и $f^j_{n,m}$— некоторые нелинейные функции коэффициентов $a^1_{n,m}$ и $a^3_{n,m}$, причем $F^j_{n,m}$ зависят только от $a^1_{00}, a^2_{2,0}, \ldots, a^1_{N_0,1}$; $a^3_{00}, a^3_{2,0}, \ldots, a^3_{N_0,1}$; $a^3_{1,1}, \ldots, a^1_{N_{1,1}}$; $a^3_{1,1}, \ldots, a^3_{N_{1,1}}$; $a^1_{1,2}, \ldots, a^1_{N_{1,2}}$; $a^3_{1,2}, \ldots, a^3_{N_{1,2}}$, а $f^j_{n,m}$, вообще говоря, зависят от всех коэффициентов Фурье и, что самое главное,— от коэффициентов с индексами $m > 2$.

После того как решена полная задача, целесообразность исследовать точность прогнозирования средней зональной скорости и ультрадлинных волн с помощью системы уравнений (7) для $m = 0$, 1 и 2, только. При этом функции $f_{n,m}{}^j$ для $m = 0$, 1 и 2, в которые входят коэффициенты Фурье с индексами $m > 2$, можно выразить через некоторые комбинации и степени компонентов средней зональной скорости ($m = 0$) и ультрадлинных волн ($m = 1$ и 2). Коэффициенты пропорциональности могут быть найдены, например, методом наименьших квадратов для различных периодов осреднения (от одной недели до трех), так как из полной задачи в любой момент времени известны $f^i_{n,m}$. Важно, чтобы в результате коэффициенты пропорциональности оказались отличными от нуля.

3) После решения полной задачи исследовать возможность определения самых больших гармоник некоторого «эффективного» турбулентного потока тепла от подстилающей поверхности $P_{эф}$ из уравнений динамики через известную в каждый момент времени функцию тока ψ.

Очевидно, что средние гармоники турбулентного потока тепла таким путем находить нельзя, так как квазистационарную компоненту средних гармоник функции тока может во много раз превышать нестационарная компонента (циклонические возмущения), и обратная задача будет представлять собой вычисления малой разности больших величин.

Вычислительный центр
Сибирского отделения Академии наук СССР
Новосибирск

Поступило
15 VIII 1968

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Е. Н. Блинова, ДАН, 39, № 7 (1943). [2] Е. Н. Блинова, Тр. Гидрометцентра СССР, Юбилейный сборн., Л., 1967. [3] Г. П. Курбаткин, ДАН, 177, № 4 (1967). [4] N. A. Phillips, Quart. J. Roy. Meteorolog. Soc., 82 (1956). [5] С. С. Зилитинкевич, Д. Л. Лайхтман, Тр. Главн. геофиз. обс., в. 167, Л., 1965. [6] А. Г. Воробьева, Г. П. Курбаткин, Д. Л. Лайхтман, Изв. АН СССР, сер. физ. атмосферы и океана, № 2 (1967). [7] J. G. Charney, The Atmosphere and Sea in Motion, N. Y., 1959.