Известия Гомельского государственного университета
имени Ф. Скорины, № 5 (146), 2024

УДК 378.147:51-057.875:7/.8 EDN: GPFTMY

Об использовании элементов развивающего обучения в преподавании основ высшей математики студентам гуманитарных специальностей

В.Г. Ермаков

В статье исследованы проблемы преподавания кратких курсов математики на гуманитарных специальностях в высшей школе. Показано, что в этом частном вопросе с предельной остротой сошлись все проблемы и противоречия современного образования, поэтому его анализ опирался на оценку состояния и перспектив развития системы образования в целом. Описаны возможности решения рассматриваемых проблем путем локального, импульсного использования идей и методов развивающего обучения в условиях жестких ресурсных ограничений.
Ключевые слова: система образования, основы высшей математики, развивающее обучение, методы контроля.

The article investigated the problems of teaching short courses in mathematics in humanitarian specialties in higher education. It is shown that in this particular issue all the problems and contradictions of modern education converged with the utmost severity, therefore, its analysis was based on an assessment of the state and prospects for the development of the education system as a whole. The possibilities of solving the problems under consideration by local, impulse use of ideas and methods of developmental training in conditions of severe resource limitations are described.
Keywords: the education system, the basics of higher mathematics, educational training, control methods.

Главный глобальный и неустранимый источник многих проблем современного образования достаточно очевиден и заключается в быстро растущем объеме актуальной информации при неизменном количестве учебного времени, даже если считать таковым весь срок жизни человека. По этой причине образовательные процессы становятся все более напряженными, а у педагогов остается мало возможностей для устранения последствий от неизбежных сбоев в этих процессах. В статье рассмотрен предельный случай проявления этого противоречия, а именно, проанализированы проблемы преподавания сильно сокращенных математических курсов на нематематических (гуманитарных) специальностях в высшей школе. В этом частном примере сходятся и обнажаются многие линии развития образования, поэтому отыскание решения образовательных проблем в этом тупиковом случае поможет прояснить ситуацию и во многих других случаях.

Следует иметь в виду, что человеческая культура и образование развивались в тесной взаимозависимости – в своеобразном симбиозе, поэтому на протяжении долгого исторического времени было найдено немало способов уменьшить остроту противоречия между личностью и культурой. Восемь тысяч лет назад древнеегипетский Тевт создал алфавит на фонетической основе, позволивший резко сократить количество символов, используемых для записи слов. При этом необходимо отметить, что письменность добавляет и новые трудности. По мнению К.В. Чистова, «осуществление коммуникации при помощи фиксированного текста требовало и от писателя, и от читателя специальной подготовки – грамотности, то есть умения понимать условную систему знаков, каковой является письменность. В историко-культурном смысле чрезвычайно существенно то, что письменность (в том числе и литература) с момента своего возникновения обслуживала преимущественно верхние социальные слои. Народные массы были лишены возможности приобретения необходимых навыков и надолго выключены из числа “потребителей” достижений книжной культуры» [1, с. 34]. Идущий от Тевта способ сжатия информации путем введения знаков и символов культуры все более высокого уровня применялся и применяется постоянно. В Древней Греции произошло столь же важное событие: «В математику было систематически введено логическое доказательство, и отдельные разделы её стали строиться как дедуктивные системы» [2, с. 226]. В результате возник еще один оператор сжатия, опирающийся на связи между фактами. Однако из-за взрывного роста объема новых сведений оба эти подхода уже не могли привести накопленные сведения к «человекоразмерному» виду, и тогда произошла глубокая дифференциация науки и образования. Так, в XIX столетии, по словам Г. Фройденталя, «математика отделяется от астрономии, геодезии, физики, статистики и т. д. Безмерно возрастает количество квалифицированных математиков-специалистов... При таком экстенсивном развитии отдельных исследований даже самый универсальный ум оказывается уже не в состоянии синтезировать в себе целое и плодотворно применять его вне себя самого» [3, с. 15]. Других глобальных способов ослабления противоречия между неудержимым ростом объема знаний, используемых человечеством, и ограниченными возможностями индивида в их усвоении на горизонте событий не видно. Более того, с какого-то момента названные подходы сами стали создавать серьезные препоны учащимся. С учетом того, что у противоречия есть две взаимодействующие стороны, преодолеть его теперь можно только способствуя развитию индивида. Не случайно на протяжении всего XX столетия и в наступившем XXI столетии в сфере образования на первый план вышла задача построения развивающего обучения. Несмотря на огромные усилия, предпринятые психологами и педагогами, и появление большого числа проектов и теорий такого рода, решить эту задачу не удалось, что отчетливо видно по резкому обострению проблемы школьной и вузовской неуспешности, захватывающей все ступени образования. И если такова общая ситуация на уровне всей системы образования, то, очевидно, обучение студентов-гуманитариев математике в сжатые сроки и в рамках сильно сокращенных курсов многократно проблематичнее.

Ради отыскания приемлемого выхода из этой ситуации рассмотрим отмеченные аспекты развития образования детальнее. Начнем с упомянутой дифференциации науки и образования. Ее характерная особенность заключалась в том, что в процессе расслоения основные цепи связей между фактами не были утеряны, благодаря этому главным образовательным ресурсом информационно-коммуникационной революции в Древней Греции можно было пользоваться и дальше. Новой проблемой стало удлинение этих цепей, вышедшее далеко за пределы человеческих возможностей. Достаточно упомянуть, что первое доказательство Грандиозной теоремы алгебры, касающейся простых конечных групп, занимало 15 тысяч журнальных страниц. Названные цепи взаимосвязанных фактов часто не помещаются в границах одной ступени образования и, пронизывая разные ступени, требует усиления связей между ними даже в пределах узких предметных областей. Проиллюстрируем сказанное примером. Логарифмическая функция является обратной к показательной функции, ее определение и свойства легко получить из этого факта. Но для понимания этого перехода к ней учащийся должен знать, что такое функция, когда у нее есть обратная и как она определяется. Понадобится ему и понятие степени числа, но его нельзя ввести сразу. Сначала нужно определить степень числа с натуральным показателем, затем степень с целым показателем, а еще с рациональным и действительным показателями. Кроме того, не приведя в порядок представления о натуральных, целых, рациональных, иррациональных и действительных числах, пройти эти ступени без потерь невозможно. В результате получаем, что неформальное введение всего лишь одного понятия логарифмической функции «стягивает» воедино материал, рассредоточенный во времени с 5-го по 11-й классы. Такому соединению разрозненных фактов друг с другом раньше способствовало проведение выпускных и вступительных экзаменов в устной форме, тестовые средства контроля слабо поддерживают усилия учащихся в этом направлении. В статье [4] показано, что дала человечеству названная выше революция в Древней Греции и какими могут быть потери при отказе от последовательной опоры на логические связи между фактами. Одна из потерь достаточно очевидна: школьная подготовка первокурсников по математике даже на физико-математических специальностях очень часто оказывается ниже необходимого уровня, разрыв между школой и вузом усиливается, несмотря на крайне высокую необходимость в обратном. Вследствие формального и фрагментарного изучения математики ситуация в плане развития самодеятельности и поисковой активности учащихся еще хуже. Данная оценка относится к случаю, когда образовательная траектория проходит через несколько ступеней образования, но остается в одной и той же предметной области, а краткий курс высшей математики на гуманитарных специальностях хоть формально и опирается на школьный курс математики, но для этих студентов он не был приоритетным и не прошел упорядочения во внутреннем плане ради вступительных экзаменов. Данный пример показывает, как именно дифференциация науки и образования может создавать в сфере образования новые трудные проблемы.

Из-за разрыва между школой и вузом, растущего, в том числе, по объективным причинам, даже на физико-математических специальностях для решения проблемы адаптации первокурсников к обученю в вузе от преподавтелей и студентов требуются немалые усилия, которые при этом должны быть точно рассчитаны и учитывать специфику изучаемых курсов с их разросшимся формальным аппратом. При этом главной целью педагогической коррекции на начальном этапе обучения должно быть восстановление и развитие самодеятельности студентов. В статье автора [5] указаны новации в формах и методах текущего контроля, способствующие достижению этой цели в рамках курса «Математический анализ».

Курс «Основы высшей математики» предоставляет для корректирующей работы гораздо меньше возможностей. Этот курс подчинен сугубо утилитарной задаче – подготовить будущих психологов к использованию методов математической статистики для обработки полученных данных. Но для освоения этих исследовательских инструментов необходимо предварительно изучить много промежуточных вопросов. Например, для описания числовых характеристик случайной величины используют интегралы с бесконечными и переменными пределами. Чтобы выйти на этот уровень, нужно хотя бы минимально изучить понятие и свойства определенного интеграла, перед этим – понятие и свойства неопределенного интеграла, а также элементы дифференциального исчисления и теории непрерывных функций. Следует иметь в виду, что к описанию понятия предельного перехода, историю развития которого можно отсчитывать от Архимеда, сами математики шли с большим трудом. З.А. Сокулер отметила, что «Коши был первым, кто сумел наконец дать достаточно строгую формулировку оснований анализа: построить точное определение предела, до некоторой степени разработать теории сходимости, непрерывности, производной и интеграла» [6, с. 48]. А целое столетие до Коши математикам приходилось пользоваться метафизическими фразами типа «бесконечно малое количество». Из этого обращения к истории математики можно сделать вывод о том, что при усвоении этого понятия, особенно если его формулировка будет дана без обоснований, разъяснений и мотивировок, студенты не смогут опереться ни на предыдущую (школьную) подготовку, ни на свои житейские представления. Негативные последствия от формального заучивания математических текстов очень велики и хорошо известны.

При всей их остроте эти проблемы, вообще говоря, разрешимы. В статье [7] приведен пример построения корректирующей работы со студентами-математиками в разделе «Интегралы» курса математического анализа. Несмотря на то, что на первом курсе многие из них испытывали серьезные затруднения в изучении этого курса, итоговый экзамен в пятом семестре по нему две трети студентов группы сдали на отлично, хорошую подготовку продемонстрировали и другие студенты. Острый дефицит учебного времени, характерный при обучении психологов в рамках сильно сокращенного курса, не позволяет полностью применить разработанные коррекционно-развивающие мероприятия, но их локальные вкрапления все-таки возможны и могут оказаться действенными.

Как уже было сказано, формальное и в силу недостатка времени фрагментарное изложение материала не позволяет студентам ощутить силу оператора сжатия, порождаемого опорой на логические связи между фактами. Для демонстрации такого рода эффектов можно использовать небольшие фрагменты взаимосвязанных сведений, выставив условие обязательного их обоснования на максимальном уровне строгости. Дело в том, что только при таком условии понадобится вникать в систему связей между деталями теории, что и позволит увидеть ту универсальную основу математики, на которой она после открытий в Древней Греции развивается в течение 25 столетий. На своем опыте студенты смогут убедиться в том, что такое освоение математики намного эффективнее прежних подходов, у них появится основание для повышения самооценки и ключ к осмысленному чтению учебных пособий. В теории дифференциального исчисления есть важная теорема Лагранжа, которая лежит в основе доказательств многих формул и теорем. Саму ее доказать несложно, но в решающий момент доказательства используется ссылка на теорему Ролля. В свою очередь, достаточно простое и короткое доказательство теоремы Ролля существенно опирается на теорему Ферма, а она может быть получена с помощью аккуратного применения определения односторонней производной. Этот пример наглядно демонстрирует, что иногда связи между теоремами составляют основную часть их обоснования, поэтому вместе их осваивать намного легче, чем поодиночке. В этом кратком, импульсном корректирующем мероприятии есть важные моменты, касающиеся организации контроля за выполнением выставленных условий. С первого раза достичь требуемого уровня смогут далеко не все студенты, причем не только гуманитарии, поэтому необходимо сразу предусмотреть возможность повторных попыток. Принципиальный момент состоит в том, что в процессе строгой проверки обоснований студентов нужно не только выявлять неточности и ошибочные представления, но и стремиться к их исправлению непосредственно в процессе диалога педагога со студентом. В этом случае контроль станет корректирующим и развивающим. Другие аспекты такого метода контроля изложены в статье [8].

Нельзя не отметить, что важную связующую роль в этом кратком курсе играет алгоритмическая составляющая математики, с которой студенты знакомятся и на которую опираются в процессе решения ряда задач на практических занятиях. Тем не менее типовая программа по курсу «Основы высшей математики» содержит еще одно узкое место, отдаленно связанное с открытием Тевта и его последующим развитием. Речь идет о том, что понятия высокого уровня абстрактности порождают в образовательных процессах точку ветвления, которая с высокой долей вероятности переводит этот процесс в катастрофический сценарий развития. Таковыми, в частности, являются начала современных математических теорий, построенных аксиоматически. Суть дела в том, что в качестве этих начал берут полученные серьезные результаты, вводят их без обоснований, а предысторию теории отбрасывают. У тех, кто впервые начинает усвоение теории, не остается никаких шансов на успех, а переход к формальному изучению материала и сам по себе ведет в тупик. Поэтому несмотря на острый дефицит времени пропедевтику таких понятий проводить нужно, даже если для этого придется отрывать часть времени от базовой технологии обучения. Соответствующий пример проведения в сжатые сроки пропедевтики начал общей топологии занял центральное место в построенной автором педагогической теории устойчивости, изложенной в монографии [9]. Не останавливаясь на деталях этой теории, отметим, что при сильно разреженном построении математического курса опасных точек ветвления возникает много.

Таким образом, имеющиеся узкие места в преподавании кратких курсов математики на гуманитарных специальностях необходимо тщательно учитывать и тем, кто ставит такие курсы и разрабатывает к ним типовые программы, и тем, кто преподает их студентам, будучи вынужденными при этом разрешать проблемы и противоречия цивилизационного уровня. Этот пример не уникален, в нем отражается ситуация во всей системе образования.

Литература

1. Чистов, К. В. Фольклор. Текст. Традиция : Сборник статей / К. В. Чистов. – М. : ОГИ, 2005. – 272 с. – (Нация и культура: Новые исследования: Фольклор).

2. Башмакова, М. Г. Лекции по истории математики в Древней Греции / М. Г. Башмакова // Историко-математические исследования. – М. : Физматгиз, 1958. – Вып. XI. – С. 225–438.

3. Фройденталь, Г. Математика как педагогическая задача / Г. Фройденталь. – М. : Просвещение, 1982. – Ч. 1. – 208 с.

4. Ермаков, В. Г. История математики и современное математическое образование / В. Г. Ермаков // Известия Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины. – 2014. – № 2 (83). – С. 67–72.

5. Ермаков, В. Г. Формирование самодеятельности студентов средствами контроля / В. Г. Ермаков // Известия Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины. – 2018. – № 2 (107). – С. 18–23.

6. Сокулер, З. А. Зарубежные исследования по философским проблемам математики 90-х гг. Научно-аналитический обзор / З. А. Сокулер. – М. : ИНИОН РАН, 1995. – 75 с.

7. Ермаков, В. Г. Вредные советы : Как новациями в системе образования заблокировать инновационное развитие страны / В. Г. Ермаков // Россия : тенденции и перспективы развития. Ежегодник. – М. : РАН. ИНИОН, 2014. – Вып. 9, ч. 2. – С. 363–368.

8. Ермаков, В. Г. Авторская операционализация метода зачётов и его применение к решению проблемы школьной неуспешности / В. Г. Ермаков // Красноярское образование : вектор развития. – 2022. – № 5. – С. 112–120.

9. Ермаков, В. Г. Педагогическая теория устойчивости : методологические очерки : монография : в 2-х т. / В. Г. Ермаков ; под ред. д.ф.н. Н. В. Гусевой. – Усть-Каменогорск, 2023. – 551 с.

Гомельский государственный
университет имени Франциска Скорины

Поступила в редакцию 26.01.2024